

# Веснік

Брэсцкага  
універсітэта

**НАВУКОВА-ТЭАРЭТЫЧНЫ ЧАСОПІС**

Выдаецца з снежня 1997 года

Выходзіць два разы ў год

*Галоўны рэдактар:*  
М.Э. Часноўскі

*Намеснік галоўнага рэдактара:*  
Г.М. Сэндзер

*Нам. галоўнага рэдактара па серыі  
прыродазнаўчых навук:*  
У.А. Плецохоў

*Рэдакцыйны савет па серыі  
прыродазнаўчых навук:*  
А.В. Мацвееў  
А.Ф. Равінскі  
У.У. Салтанаў

*Міжнародны савет  
па серыі прыродазнаўчых навук:*  
Я.А. Грэбенікаў (Расія)  
Л. Шчэрба (Польшча)  
А. Юўка (Польшча)

*Рэдакцыйная калегія:*  
С.М. Агееў  
С.В. Арцёменка  
У.В. Амелькін  
В.С. Аношка  
М.А. Багдасараў  
А.М. Вігчанка  
В.Е. Гайдук  
А.І. Гулевіч  
М.П. Жыгар  
А.К. Карабанаў  
М.І. Ляўчук  
А.А. Махнач  
А.В. Мацвееў  
Я.М. Мянзэчка  
А.М. Пракапеня  
В.Ф. Саўчук  
У.С. Секяржышкі  
Н.С. Ступень (адказны рэдактар)  
М.М. Труш  
А.В. Чычурын  
Я.К. Яловічава  
М.П. Ярчак

Пасведчанне аб рэгістрацыі ў дзяржаўным  
камітэце Рэспублікі Беларусь па друку  
№ 1084 ад 24 снежня 1997 г.

Адрас рэдакцыі:  
224665, г. Брэст,  
бульвар Касманаўтаў, 21  
тэл.: 23-16-32  
e-mail vesnik@brsu.brest.by

*Серыя прыродазнаўчых навук*

**МАТЭМАТЫКА**

**ФІЗІКА**

**ХІМІЯ**

**БІЯЛОГІЯ**

**НАВУКІ АБ З'ЕМЛІ**

Заснавальнік –  
Установа адукацыі "Брэсцкі дзяржаўны  
універсітэт імя А.С. Пушкіна"

*№ 2(31)/2008*

У адпаведнасці з загадам Вышэйшай атэстацыйнай  
камісіі ад 18.01.2006 № 8 часопіс «Веснік Брэсцкага універсітэта»  
ўключаны ў Пералік навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь  
для апублікавання вынікаў дысертацыйных даследаванняў  
па матэматычных, фізічных, біялагічных, географічных,  
геолага-мінералагічных навуках

## ЗМЕСТ

### МАТЭМАТЫКА

|  |    |
|--|----|
| <b>Воротницкая Т.И.</b> Оценки ковариационной функции и спектральной плотности стационарного случайного процесса с пуассоновскими пропусками наблюдений.....                         | 3  |
| <b>Матусик О.В., Савчук В.Ф.</b> Об апостериорном выборе числа итераций в неявной итерационной процедуре для решения уравнений I рода.....   | 11 |
| <b>Монахов В.С., Трофимук А.А.</b> Конечные группы, подгруппы Шмидта которых имеют порядки, свободные от кубов.....  | 19 |
| <b>Пугач Н.В., Юдов А.А.</b> Исследование и классификация редуктивных однородных пространств с группой вращений пространства ${}^2R_4$ с четырехмерными группами стационарности..... | 24 |
| <b>Цеховая Т.В.</b> Асимптотическое распределение оценки вариограммы.....  | 32 |
| <b>Чичурин А.В.</b> О существовании общих интегралов специальной формы у уравнения Абеля первого рода.....   | 38 |

### ФІЗІКА

|   |    |
|---|----|
| <b>Костко В.С.</b> Определение глубины рельефного изображения в светочувствительной системе полупроводник – металл..... | 44 |
| <b>Ревинский А.Ф., Макоед И.И., Тригук В.В.</b> Зонная структура сильнокоррелированных систем.....                      | 48 |
| <b>Серый А.И.</b> К вопросу о ядерном псевдомагнетизме в нуклонной среде с однопионным обменом.....                     | 55 |

### ХІМІЯ

|  |    |
|--|----|
| <b>Ступень Н.С., Лукашевич М.В.</b> Процессы коррозии в цементном камне под действием сульфатно-хлоридной агрессивной среды..... | 62 |
|--|----|

### БІЯЛОГІЯ

|   |    |
|---|----|
| <b>Артемук Е.Г., Мисюта Ю.Г., Олехнович Н.Н.</b> Комплексная оценка качества растительных кормов Брестской области.....   | 72 |
| <b>Гайдук В.Е., Абрамова И.В.</b> Экология черной крачки <i>CHLIDONIAS NIGER L.</i> ( <i>LARIDAE, CHARADRIIFORMES</i> ) в юго-западной Беларуси.....                              | 78 |
| <b>Шималов В.В.</b> Гельминтофауна земноводных ( <i>VERTEBRATA, AMPHIBIA</i> ) и пресмыкающихся ( <i>VERTEBRATA, REPTILIA</i> ) в ландшафтном заказнике «Бугский» (Беларусь)..... | 84 |

### НАВУКІ АБ ЗЯМЛІ

|  |     |
|--|-----|
| <b>Волчек А.А., Шпендик Н.Н.</b> Моделирование урожайности картофеля на территории Брестской области.....                    | 92  |
| <b>Корженевич С.В.</b> Территориальные особенности естественного движения населения Белорусского Полесья.....                | 99  |
| <b>Рябова Л.Н., Михальчук Н.В.</b> Эколого-геохимическая характеристика ландшафтов Столинского района Брестской области..... | 107 |
| <b>Токарчук О.В.</b> Гидрологическая характеристика трансграничной части бассейна реки Западный Буг.....                     | 114 |
| <b>Фокеева Л.В.</b> Пространственно-временные сдвиги в характере естественного движения сельского населения Беларуси.....    | 126 |
| <b>Пилецкий И.В.</b> Культурный ландшафт как динамичная многокомпонентная пространственная система.....                      | 137 |

### ВЫБРАНЬЯ МАТЭРЫЯЛЫ ІV МІЖНАРОДНАГА СІМПАЗІУМА «УСХОД – БЕЛАРУСЬ – ЗАХАД. СУПРАЦОЎНІЦТВА ПА ПРАБЛЕМАХ ФАРМАВААННЯ І УМАЦАВАННЯ ЗДАРОЎЯ»

|   |     |
|---|-----|
| <b>Ахматгатин А.А.</b> Изменения показателей, характеризующих деятельность сердечно-сосудистой системы курсантов вуза МВД России в период их адаптации.....       | 144 |
| <b>Дубинина А.А.</b> Прогностические возможности отпечатков пальцев в физической культуре и спорте.....   | 150 |
| <b>Ишутин И.С., Лесовская М.И., Кротова Т.К.</b> Прогноз эффективности общей магнитотерапии с помощью хемилюминесцентного анализа крови.....                      | 156 |
| <b>Трифонов В.В., Корденкова В.И.</b> Реактивность сердечно-сосудистой системы на ортостатическую пробу у здоровых и лиц, страдающих гипертонзией.....            | 161 |
| <b>Шаров А.В.</b> Оптимальная интенсивность нагрузки для повышения уровня функциональной подготовленности и оздоровления: аналитический обзор и рекомендации..... | 165 |
| Звесткі аб аўтарах.....   | 172 |

УДК 519.24

***Т.И. Воротницкая***

**ОЦЕНКИ КОВАРИАЦИОННОЙ ФУНКЦИИ  
И СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ  
СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА  
С ПУАССОНОВСКИМИ ПРОПУСКАМИ  
НАБЛЮДЕНИЙ**

Рассматривается амплитудная модуляция стационарного случайного процесса. Нерегулярности задаются независимой последовательностью, распределенной по закону Пуассона. Построены оценки ковариационной функции и спектральной плотности для стационарного случайного процесса с нерегулярными наблюдениями и исследованы их статистические свойства.

В последние годы в социальных науках, в физике, медицине, в приложениях, связанных с обработкой данных, широкое распространение получили практические задачи, связанные с пропусками наблюдений.

В частотной области спектральный анализ для процессов с пропущенными наблюдениями проведен в [7; 9]. Спектральный анализ в случае, когда пропуски наблюдений носят случайный характер, рассмотрен в [3; 10]. В [9] рассматривалась случайная последовательность вида

$$Y(t) = X(t)d(t), \quad t \in Z, \quad (1)$$

которая называется амплитудной модуляцией процесса  $X(t)$ ,  $t \in Z$ . Различные примеры случайной последовательности  $d(t)$ ,  $t \in Z$  исследовались в [4; 5; 6]. Как стохастический процесс  $d(t)$ ,  $t \in Z$  рассматривался в [3; 10]. Случай, когда  $d(t)$ ,  $t \in Z$  – последовательность независимых бернуллиевских случайных величин, исследован в [10], в то время как в [3] эти результаты обобщены для зависимых последовательностей. В [8] исследовалась состоятельность оценок автоковариационной функции и спектральной плотности для авторегрессионных процессов в случае амплитудно-модулированного процесса с пропущенными данными.

В данной статье предлагается рассмотреть случай, когда  $d(t)$ ,  $t \in Z$  является независимой последовательностью, распределенной по закону Пуассона.

Рассмотрим стационарный в широком смысле случайный процесс  $X(t)$ ,  $t \in Z$  с математическим ожиданием  $m^X = 0$ , ковариационной функцией  $R^X(\tau)$ ,  $\tau \in Z$ , спектральной плотностью  $f^X(\lambda)$ ,  $\lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$ , семиинвариантной спектральной плотностью четвертого порядка  $f_4^X(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ,  $\lambda_i \in \Pi$ ,  $i = \overline{1,3}$  и смешанным моментом четвертого порядка  $m_4^X(t_1, t_2, t_3)$ ,  $t_i \in Z$ ,  $i = \overline{1,3}$ . Пусть в результате некоторого эксперимента через равные промежутки времени получено  $T$  последовательных наблюдений

$$Y(0), Y(1), \dots, Y(T-1) \quad (2)$$

за процессом  $Y(t), t \in Z$ , который связан с процессом  $X(t), t \in Z$  соотношением (1), где  $d(t), t \in Z$  – последовательность независимых случайных величин, распределенных по закону Пуассона с параметром  $\alpha > 0$ . Предположим, что  $d(t), t \in Z$  не зависит от процесса  $X(t), t \in Z$ .

В качестве оценки ковариационной функции процесса  $X(t), t \in Z$ , построенной по наблюдениям (2), рассмотрим статистику вида

$$\hat{R}^X(\tau) = \frac{1}{(T-\tau)C_\tau^d} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} Y(t+\tau)Y(t), \tau = \overline{0, T-1}, \quad (3)$$

$$\hat{R}^X(-\tau) = \hat{R}^X(\tau), \hat{R}^X(\tau) = 0, |\tau| \geq T,$$

где

$$C_\tau^d = \begin{cases} \alpha + \alpha^2, & \tau = 0, \\ \alpha^2, & \tau \neq 0, \end{cases} \quad (4)$$

$\alpha$  – параметр пуассоновского распределения.

Теорема 1. Оценка ковариационной функции (3) является несмещенной и при условии, что  $\sum_{u=-\infty}^{\infty} (R^X(u))^2 < \infty$  и  $\sum_{u=-\infty}^{\infty} c_4^X(u+\tau, u, \tau) < \infty$  равномерно по всем  $\tau \in Z$ ,

$\lim_{T \rightarrow \infty} D \hat{R}^X(\tau) = 0$ , то есть статистика (3) является состоятельной в среднеквадратическом смысле оценкой для  $R^X(\tau)$ .

Доказательство. Используя свойства математического ожидания, определение ковариационной функции и независимость  $X(t)$  и  $d(t), t \in Z$ , получим

$$M \hat{R}^X(\tau) = \frac{1}{(T-\tau)C_\tau^d} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} R^X(\tau) M d(t+\tau)d(t) = R^X(\tau),$$

что и доказывает несмещенность оценки.

Используя определение дисперсии, свойства математического ожидания и соотношение (1), имеем

$$\begin{aligned} D \hat{R}^X(\tau) &= \frac{1}{(T-\tau)^2 (C_\tau^d)^2} \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} M [Y(t_1+\tau)Y(t_1)Y(t_2+\tau)Y(t_2)] - (R^X(\tau))^2 = \\ &= \frac{1}{(T-\tau)^2 (C_\tau^d)^2} \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} M [X(t_1+\tau)X(t_1)X(t_2+\tau)X(t_2)] \times \\ &\quad \times M [d(t_1+\tau)d(t_1)d(t_2+\tau)d(t_2)] - (R^X(\tau))^2. \end{aligned}$$

Учитывая определения смешанных моментов четвертого порядка, свойства последовательности  $d(t), t \in Z$  и обозначение (4), перепишем выражение для дисперсии оценки в виде

$$D \hat{R}^X(\tau) = \frac{1}{(T-\tau)^2} \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} m_4^X(t_1-t_2+\tau, t_1-t_2, \tau) + \frac{1}{(T-\tau)} \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) m_4^X(\tau, 0, \tau) - (R^X(\tau))^2.$$

Далее, используя соотношение

$$m_4(t_1, t_2, t_3, t_4) = c_4(t_1, t_2, t_3, t_4) + c(t_1)c_3(t_2, t_3, t_4) + c(t_2)c_3(t_1, t_3, t_4) + c(t_3)c_3^d(t_1, t_2, t_4) + \\ + c(t_4)c_3^d(t_1, t_2, t_3) + c_2(t_1, t_2)c_2(t_3, t_4) + c_2(t_1, t_3)c_2(t_2, t_4) + c_2(t_1, t_4)c_2(t_2, t_3) + \\ + c(t_1)c(t_2)c_2(t_3, t_4) + c(t_1)c(t_3)c_2(t_2, t_4) + c(t_1)c(t_4)c_2(t_2, t_3) + c(t_2)c(t_3)c_2(t_1, t_4) + \\ + c(t_2)c(t_4)c_2(t_1, t_3) + c(t_3)c(t_4)c_2(t_1, t_2) + c(t_1)c(t_2)c(t_3)c(t_4)$$

и учитывая, что математическое ожидание процесса  $X(t)$  равно нулю, перейдем от смешанных моментов к смешанным семиинвариантам четвертого порядка, получим

$$DR^{\hat{X}}(\tau) = \frac{1}{(T-\tau)^2} \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} [c_4^X(t_1-t_2+\tau, t_1-t_2, \tau) + \\ + R^X(t_1+\tau-t_2-\tau)R^X(t_1-t_2) + R^X(t_1-t_2-\tau)R^X(t_1+\tau-t_2)] + \\ + \frac{1}{(T-\tau)} \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) [c_4^X(\tau, 0, \tau) + 2(R^X(\tau))^2 + (R^X(0))^2] \quad (5)$$

Сделаем замену переменных  $t = t_1$ ,  $u = t_1 - t_2$  и перепишем выражение для дисперсии в виде

$$DR^{\hat{X}}(\tau) = \frac{1}{(T-\tau)} \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) [c_4^X(\tau, 0, \tau) + 2(R^X(\tau))^2 + (R^X(0))^2] + \\ + \frac{1}{(T-\tau)^2} \left[ \sum_{u=1-T+\tau}^{-1} \sum_{t=0}^{u+T-\tau-1} J(u, \tau) + \sum_{\substack{t=u \\ u=0}}^{u+T-\tau-1} J(u, \tau) + \sum_{u=1}^{T-\tau-1} \sum_{t=u}^{T-\tau-1} J(u, \tau) \right],$$

где

$$J(u, \tau) = [c_4^X(u + \tau, u, \tau) + (R^X(u))^2 + R^X(u - \tau)R^X(u + \tau)].$$

Преобразуем выражение, стоящее в квадратных скобках, получим

$$\frac{1}{(T-\tau)^2} \left[ \sum_{u=1-T+\tau}^{-1} (u + T - \tau)J(u, \tau) + (T - \tau)J(0, \tau) + \sum_{u=1}^{T-\tau-1} (T - \tau - u)J(u, \tau) \right] = \\ = \frac{1}{(T-\tau)} \left[ \sum_{u=1-T+\tau}^{-1} \left( \frac{u}{T-\tau} + 1 \right) J(u, \tau) + J(0, \tau) + \sum_{u=1}^{T-\tau-1} \left( 1 - \frac{u}{T-\tau} \right) J(u, \tau) \right].$$

Таким образом,

$$DR^{\hat{X}}(\tau) = \frac{1}{(T-\tau)} \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) [c_4^X(\tau, 0, \tau) + 2(R^X(\tau))^2 + (R^X(0))^2] + \\ + \frac{1}{(T-\tau)} \left[ \sum_{u=-(T-\tau-1)}^{T-\tau-1} \left( 1 + \frac{\varphi(u)}{T-\tau} \right) J(u, \tau) \right],$$

где

$$\varphi(u) = \begin{cases} u, u = \overline{-(T-\tau-1), -1}, \\ 0, u = 0, \\ -u, u = \overline{1, (T-\tau-1)}. \end{cases}$$

Следовательно,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (T - \tau) DR^{\hat{X}}(\tau) = \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) [c_4^X(\tau, 0, \tau) + 2(R^X(\tau))^2 + (R^X(0))^2] + \sum_{u=-\infty}^{\infty} J(u, \tau).$$

В условиях теоремы очевидно, что при  $T \rightarrow \infty$  предел дисперсии равен нулю. Следовательно, оценка ковариационной функции является состоятельной в среднеквадратическом смысле. Теорема доказана.

Теорема 2. Если  $\int_{\Pi} f^X(x)^2 dx < \infty$ ,  $\iint_{\Pi^2} f^X(x_1, -x_1, x_3) dx_1 dx_3 < \infty$  и спектральные плотности  $f^X(x)$ ,  $f^X(x_1, x_2, x_3)$  непрерывны соответственно на  $\Pi$  и  $\Pi^3$ , то

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (T - \tau) D \hat{R}^X(\tau) = 2\pi [g_1(0) + g_2(0) + g_3(0)] + \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) G(\tau),$$

где

$$g_1(z) = \iint_{\Pi^2} f^X(x_1, z - x_1, x_3) e^{i\tau(x_1 + x_3)} dx_1 dx_3,$$

$$g_2(z) = \int_{\Pi} f^X(x_1) f^X(z - x_1) dx_1,$$

$$g_3(z) = \int_{\Pi} f^X(x_1) f^X(z - x_1) e^{i\tau(z - 2x_1)} dx_1,$$

$$G(\tau) = \iiint_{\Pi^3} f^X(x_1, x_2, x_3) e^{i\tau(x_1 + x_3)} dx_1 dx_2 dx_3 + 2 \left( \int_{\Pi} f^X(x) e^{i\tau x} dx \right)^2 + \left( \int_{\Pi} f^X(x) dx \right)^2.$$

Доказательство. Рассмотрим равенство (5). Подставляя вместо смешанных семиинвариантов четвертого порядка их выражения через семиинвариантные спектральные плотности [2, с. 21], а вместо ковариационных функций их выражения через спектральные плотности [2, с. 20], имеем

$$\begin{aligned} (T - \tau) D \hat{R}^X(\tau) &= \frac{1}{(T - \tau)} \left[ \iiint_{\Pi^3} f^X(x_1, x_2, x_3) \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} e^{it_1(x_1+x_2)} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} e^{-it_2(x_1+x_2)} e^{i\tau(x_1+x_3)} dx_1 dx_2 dx_3 + \right. \\ &\quad + \int_{\Pi} f^X(x_1) \int_{\Pi} f^X(x_2) \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} e^{it_1(x_1+x_2)} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} e^{-it_2(x_1+x_2)} dx_1 dx_2 + \\ &\quad \left. + \int_{\Pi} f^X(x_1) \int_{\Pi} f^X(x_2) \sum_{t_1=0}^{T-\tau-1} e^{it_1(x_1+x_2)} \sum_{t_2=0}^{T-\tau-1} e^{-it_2(x_1+x_2)} e^{i\tau(-x_1+x_2)} dx_1 dx_2 \right] + \\ &\quad + \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) \left[ \iiint_{\Pi^3} f^X(x_1, x_2, x_3) e^{i\tau(x_1+x_3)} dx_1 dx_2 dx_3 + 2 \left( \int_{\Pi} f^X(x) e^{i\tau x} dx \right)^2 + \left( \int_{\Pi} f^X(x) dx \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\sum_{t=0}^{T-1} e^{itx} = \Delta_T(x) e^{\frac{i(T-1)x}{2}},$$

где  $\Delta_T(x) = \sin \frac{Tx}{2} \sin^{-1} \frac{x}{2}$ , получим следующее выражение

$$(T - \tau)D \hat{R}^X(\tau) = \frac{1}{(T - \tau)} \left[ \iiint_{\Pi^3} f^X(x_1, x_2, x_3) \Delta_{T-\tau}^2(x_1 + x_2) e^{i\tau(x_1+x_3)} dx_1 dx_2 dx_3 + \right. \\ \left. + \int_{\Pi} f^X(x_1) \int_{\Pi} f^X(x_2) \Delta_{T-\tau}^2(x_1 + x_2) dx_1 dx_2 + \int_{\Pi} f^X(x_1) \int_{\Pi} f^X(x_2) \Delta_{T-\tau}^2(x_1 + x_2) e^{i\tau(-x_1+x_2)} dx_1 dx_2 \right] + \\ + \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) \left[ \iiint_{\Pi^3} f^X(x_1, x_2, x_3) e^{i\tau(x_1+x_3)} dx_1 dx_2 dx_3 + 2 \left( \int_{\Pi} f^X(x) e^{i\alpha x} dx \right)^2 + \left( \int_{\Pi} f^X(x) dx \right)^2 \right].$$

Сделаем замену переменных интегрирования  $x_1 = x_1, x_1 + x_2 = z, x_3 = x_3$  и перепишем последнее выражение с учетом представления ядра Фейера  $\Phi_{T-\tau}(z) = \frac{1}{2\pi(T-\tau)} \Delta_{T-\tau}^2(z)$ .

Таким образом,

$$(T - \tau)D \hat{R}^X(\tau) = 2\pi \int_{\Pi} \Phi_{T-\tau}(z) \left[ \iint_{\Pi^2} f^X(x_1, z - x_1, x_3) e^{i\tau(x_1+x_3)} dx_1 dx_3 + \right. \\ \left. + \int_{\Pi} f^X(x_1) f^X(z - x_1) dx_1 + \int_{\Pi} f^X(x_1) f^X(z - x_1) e^{i\tau(z-2x_1)} dx_1 \right] dz + \\ + \left( \frac{(\alpha + \alpha^2)^2}{\alpha^4} - 1 \right) \left[ \iiint_{\Pi^3} f^X(x_1, x_2, x_3) e^{i\tau(x_1+x_3)} dx_1 dx_2 dx_3 + 2 \left( \int_{\Pi} f^X(x) e^{i\alpha x} dx \right)^2 + \left( \int_{\Pi} f^X(x) dx \right)^2 \right].$$

Учитывая условия теоремы, свойства ядра Фейера и представления функций  $g_1(z), g_2(z), g_3(z), G(\tau)$ , получаем требуемый результат. Теорема доказана.

Следствие. В условиях теоремы 2 статистика, задаваемая соотношением (3), является состоятельной в среднеквадратическом смысле оценкой для  $R^X(\tau), \tau \in Z$ .

Рассмотрим задачу построения оценки спектральной плотности процесса  $X(t), t \in Z$  по наблюдениям за процессом  $Y(t), t \in Z$  и исследования ее статистических свойств. В качестве оценки спектральной плотности рассмотрим статистику

$$\hat{I}^T(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{s=0}^{T-1} \frac{Y(t)Y(s)}{C_{t-s}^d} e^{-i\lambda(t-s)}, \lambda \in \Pi, \tag{6}$$

где  $C_{t-s}^d$  определено соотношением (4).

Теорема 3. Пусть семиинвариантная спектральная плотность четвертого порядка  $f_4^X(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  непрерывна на  $\Pi^3$  и спектральная плотность  $f^X(\lambda)$  непрерывна на  $\Pi$ , тогда статистика  $\hat{I}^T(\lambda)$ , задаваемая равенством (6), является асимптотически несмещенной оценкой для  $f^X(\lambda), \lambda \in \Pi$  и

$$\text{cov} \left\{ \hat{I}^T(\lambda_1), \hat{I}^T(\lambda_2) \right\} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \begin{cases} 0, \lambda_1 \pm \lambda_2 \neq 0(\text{mod } 2\pi) \\ f^X(\lambda_1) f^X(\lambda_2), \lambda_1 \pm \lambda_2 = 0(\text{mod } 2\pi) \end{cases}, \lambda_1, \lambda_2 \in \Pi.$$

Доказательство. Найдем математическое ожидание  $\hat{I}^T(\lambda)$ , используя свойства математического ожидания, выражение ковариационной функции через спектральную плотность и определение ядра Фейера. Имеем

$$M \hat{I}^T(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \left[ \sum_{t=0}^{T-1} \frac{MX^2(t)Md^2(t)}{\alpha^2 + \alpha} + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{\substack{s=0 \\ s \neq t}}^{T-1} \frac{MX(t)X(s)Md(t)d(s)}{\alpha^2} e^{-i\lambda(t-s)} \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi T} \left[ \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{s=0}^{T-1} R^X(t-s) e^{-i\lambda(t-s)} \right] = \frac{1}{2\pi T} \int_{\Pi} f^X(z) \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{s=0}^{T-1} e^{i(t-s)(z-\lambda)} dz = \int_{\Pi} f^X(z + \lambda) \Phi_T(z) dz,$$

где  $\Phi_T(z)$ ,  $z \in \Pi$  – ядро Фейера. Учитывая непрерывность спектральной плотности и свойства ядра Фейера, получаем требуемое.

Докажем второе соотношение, используя определение ковариации и независимость процессов  $X(t)$  и  $d(t)$ ,  $t \in Z$ . Получим, что

$$\text{cov} \left\{ \hat{I}^T(\lambda_1), \hat{I}^T(\lambda_2) \right\} = M \hat{I}^T(\lambda_1) \overline{\hat{I}^T(\lambda_2)} - M \hat{I}^T(\lambda_1) M \overline{\hat{I}^T(\lambda_2)} =$$

$$= \frac{1}{(2\pi T)^2} \left[ \sum_{t=0}^{T-1} \left( \frac{1}{(\alpha + \alpha^2)^2} \sum_{j=0}^{T-1} M(X(t))^2 (X(j))^2 M(d(t))^2 (d(j))^2 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(\alpha + \alpha^2)\alpha^2} \sum_{j=0}^{T-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{T-1} M(X(t))^2 X(j)X(k)M(d(t))^2 d(j)d(k) e^{i\lambda_2(j-k)} \right) +$$

$$+ \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{\substack{s=0 \\ s \neq t}}^{T-1} \left( \frac{1}{\alpha^2(\alpha + \alpha^2)} \sum_{j=0}^{T-1} MX(t)X(s)(X(j))^2 Md(t)d(s)(d(j))^2 e^{-i\lambda_1(t-s)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\alpha^4} \sum_{j=0}^{T-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{T-1} MX(t)X(s)X(j)X(k)Md(t)d(s)(d(j)d(k)) e^{-i\lambda_1(t-s)+i\lambda_2(j-k)} \right) -$$

$$\left. - \sum_{t,s=0}^{T-1} \sum_{j,k=0}^{T-1} \frac{1}{C_{t-s}^d C_{j-k}^d} MX(t)X(s)MX(j)X(k)Md(t)d(s)Md(j)d(k) e^{-i\lambda_1(t-s)+i\lambda_2(j-k)} \right].$$

Учитывая свойства математического ожидания, определение смешанных моментов четвертого и второго порядков, преобразуем выражение, стоящее в квадратных скобках. Имеем

$$\sum_{t=0}^{T-1} \left( \sum_{j=0}^{T-1} M(X(t))^2 (X(j))^2 + \sum_{j=0}^{T-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{T-1} M(X(t))^2 X(j)X(k) e^{i\lambda_2(j-k)} \right) +$$

$$+ \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{\substack{s=0 \\ s \neq t}}^{T-1} \left( \sum_{j=0}^{T-1} MX(t)X(s)(X(j))^2 e^{-i\lambda_1(t-s)} + \sum_{j=0}^{T-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{T-1} MX(t)X(s)X(j)X(k) e^{-i\lambda_1(t-s)+i\lambda_2(j-k)} \right) -$$

$$- \sum_{t,s=0}^{T-1} \sum_{j,k=0}^{T-1} MX(t)X(s)MX(j)X(k) e^{-i\lambda_1(t-s)+i\lambda_2(j-k)} =$$

$$= \sum_{t,s=0}^{T-1} \sum_{j,k=0}^{T-1} m_4^X(t,s,j,k) e^{-i\lambda_1(t-s)} e^{i\lambda_2(j-k)} - \sum_{t,s=0}^{T-1} R^X(t-s) e^{-i\lambda_1(t-s)} \sum_{j,k=0}^{T-1} R^X(j-k) e^{i\lambda_2(j-k)}.$$

Используя связывающие соотношения между смешанными моментами и смешанными семинвариантами, перепишем последнее выражение в следующем виде

$$\sum_{t,s=0}^{T-1} \sum_{j,k=0}^{T-1} (c_4^X(t-k, s-k, j-k) + R^X(t-j)R^X(s-k) + R^X(t-k)R^X(s-j)) e^{-i\lambda_1(t-s)} e^{i\lambda_2(j-k)}.$$

Подставляя вместо ковариационной функции и смешанного семинварианта их выражения через спектральную плотность и семинвариантную спектральную



плотность четвертого порядка и используя представление функции  $\Phi_T(y_1, \dots, y_n)$ ,  $n = 2, 3, \dots$  [2, с. 86], получим

$$\begin{aligned} \text{cov} \left\{ \hat{I}^T(\lambda_1), \hat{I}^T(\lambda_2) \right\} &= \frac{2\pi}{T} \iiint_{\Pi^3} f_4^X(y_1 + \lambda_1, y_2 - \lambda_1, y_3 - \lambda_2) \Phi_T(y_1, y_2, y_3) dy_1 dy_2 dy_3 + \\ &+ \int_{\Pi} f^X(x_1) \Phi_T(x_1 - \lambda_1, x_1 - \lambda_2) dx_1 \int_{\Pi} f^X(x_2) \Phi_T(x_2 + \lambda_1, x_2 + \lambda_2) dx_2 + \\ &+ \int_{\Pi} f^X(x_1) \Phi_T(x_1 - \lambda_1, x_1 + \lambda_2) dx_1 \int_{\Pi} f^X(x_2) \Phi_T(x_2 + \lambda_1, x_2 - \lambda_2) dx_2. \end{aligned}$$

Учитывая непрерывность  $f_4^X(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  на  $\Pi^3$ ,  $f^X(\lambda)$  на  $\Pi$  и свойства ядерной функции  $\Phi_T(y_1, y_2, y_3)$ , имеем

$$\begin{aligned} &\frac{2\pi}{T} \iiint_{\Pi^3} f_4^X(y_1 + \lambda_1, y_2 - \lambda_1, y_3 - \lambda_2) \Phi_T(y_1, y_2, y_3) dy_1 dy_2 dy_3 \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0, \\ &\int_{\Pi} f^X(x_1) \Phi_T(x_1 - \lambda_1, x_1 - \lambda_2) dx_1 \int_{\Pi} f^X(x_2) \Phi_T(x_2 + \lambda_1, x_2 + \lambda_2) dx_2 \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \\ &\xrightarrow{T \rightarrow \infty} \begin{cases} 0, & \lambda_1 - \lambda_2 \neq 0 \pmod{2\pi}, \\ f^X(\lambda_1) f^X(\lambda_2), & \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \pmod{2\pi}, \end{cases} \\ &\int_{\Pi} f^X(x_1) \Phi_T(x_1 - \lambda_1, x_1 + \lambda_2) dx_1 \int_{\Pi} f^X(x_2) \Phi_T(x_2 + \lambda_1, x_2 - \lambda_2) dx_2 \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \\ &\xrightarrow{T \rightarrow \infty} \begin{cases} 0, & \lambda_1 + \lambda_2 \neq 0 \pmod{2\pi}, \\ f^X(\lambda_1) f^X(\lambda_2), & \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \pmod{2\pi}. \end{cases} \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Таким образом, построенная оценка спектральной плотности не является состоятельной. Для получения состоятельной оценки сгладим ее спектральными окнами [2, с.72]. Получим оценку вида

$$\hat{f}^T(\lambda_s) = \sum_{k=-\left[\frac{T}{2}\right]+1}^{\left[\frac{T}{2}\right]} \varphi^T(k) \hat{I}^T(\lambda_{s+k}), \quad (7)$$

$$\lambda_s = \frac{2\pi s}{T}, \quad -\left[\frac{T}{2}\right]+1 \leq s \leq \left[\frac{T}{2}\right], \quad \left[\frac{T}{2}\right] - \text{целая часть числа } \frac{T}{2}.$$

Теорема 4. Если семиинвариантная спектральная плотность четвертого порядка  $f_4^X(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  непрерывна на  $\Pi^3$ , спектральная плотность  $f^X(\lambda)$  непрерывна на  $\Pi$

и  $\sum_{k=-\left[\frac{T}{2}\right]+1}^{\left[\frac{T}{2}\right]} [\varphi^T(k)]^2 \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0$ , то статистика  $\hat{f}^T(\lambda_s)$ , задаваемая равенством (7), является

состоятельной в среднеквадратическом смысле.

Доказательство теоремы аналогично доказательству теоремы 2 в работе [1].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Илюкевич, Т.И. Оценка спектральной плотности процесса с бернуллиевскими пропусками наблюдений / Т.И. Илюкевич // Современные проблемы математики и вычислительной техники : материалы III республ. научн. конф. молодых ученых и студентов, Брест 26–28 ноября 2003 года, Брест, 2003. – С 169–172.
2. Труш, Н.Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н.Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999.
3. Bloomfield, P. Spectral analysis with randomly missed observation / P. Bloomfield // J. R. Stat. Soc. Ser. B Stat. Methodol. – 1970. – Vol. 32, P. 369–380.
4. Dunsmuir, W. Asymptotic theory for time series containing missing and amplitude modulated observations / W. Dunsmuir, P.M. Robinson // Sankhya. 1981 – Ser. A 43, P. 260–281.
5. Dunsmuir, W. Parametric estimators for stationary time series with missing observations / W. Dunsmuir, P.M. Robinson // Adv. Appl. – 1981. – Prob. 13, P. 126–146.
6. Jiancheng Jiang, Y.V. Hui Spectral Density Estimation with Amplitude Modulation and Outlier Detection / Y.V. Jiancheng Jiang // Ann. Inst. Statist. Math. 2004. – Vol. 56, № 4. P. 611–630.
7. Jones, R.H. Spectral analysis with regularly missed observation / R.H. Jones // Ann. Math. Statist. – 1962. – Vol. 33, № 2. – P. 455–461.
8. Myung Sook, Lee Strong Consistency for AR Model with Missing Data / Lee Myung Sook // J. Korean Math. Soc. – 2004. – Vol. 41, № 6. – P. 1071–1086.
9. Parzen, E. On spectral analysis with missing observations and amplitude modulation / E. Parzen // Tech. Rep. – 1962. – Vol. 46.
10. Scheinok, P.A. Spectral analysis with randomly missed observation : the binomial case / P.A. Scheinok // Ann. Math. Statist. – 1965. – Vol. 36, – P. 971–977.

***T.I. Vorotnitskaya. The Estimations of Covariance Function and Spectral Density of Stationary Random Process with Poisson Omissions of Observations***

Amplitude modulation of stationary random process is considered. The irregularities are given as Poisson sequences. The estimations of covariance function and spectral density have been constructed, its statistical properties having been studied too.

УДК 519.6+517.983.54

**О.В. Матысик, В.Ф. Савчук**

## ОБ АПОСТЕРИОРНОМ ВЫБОРЕ ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ В НЕЯВНОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ I РОДА

В гильбертовом пространстве для решения линейных операторных уравнений I рода с положительным ограниченным и несамосопряжённым оператором предлагается неявный итерационный метод. Для предложенного метода обосновано применение правила останова по соседним приближениям, что делает рассматриваемый итерационный метод эффективным и тогда, когда нет сведений об истокообразной представимости точного решения. В исходной норме гильбертова пространства доказана сходимость итерационного метода, получена оценка для момента останова.

**1. Постановка задачи.** В гильбертовом пространстве  $H$  решается линейное операторное уравнение I рода

$$Ax = y, \quad (1)$$

где  $A$  – оператор положительный, ограниченный, несамосопряжённый. Предполагается, что нуль не является собственным значением оператора  $A$ . Однако нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна.

Предположим, что  $y \in R(A)$ , т.е. при точной правой части  $y$  уравнение (1) имеет единственное решение  $x$ . Будем искать его, используя неявный итерационный метод

$$x_{n+1} = \left( E + \alpha(A^*A)^k \right)^{-1} \left[ x_n + \alpha(A^*A)^{k-1} A^* y \right], \quad x = 0, \quad k \in N. \quad (2)$$

В случае, когда правая часть уравнения задана приближённо  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ , метод (2) примет вид

$$z_{n+1} = \left( E + \alpha(A^*A)^k \right)^{-1} \left[ z_n + \alpha(A^*A)^{k-1} A^* y_\delta \right] + \left( E + \alpha(A^*A)^k \right)^{-1} u_n, \quad z_0 = 0, \quad k \in N, \quad (3)$$

где  $u_n$  – ошибки в вычислении итераций, причём  $\|u_n\| \leq \beta$ .

Обозначим  $C = \left( E + \alpha(A^*A)^k \right)^{-1}$ ,  $B = \left( E + \alpha(A^*A)^k \right)^{-1} \alpha(A^*A)^{k-1} A^*$ . Тогда метод

(3) примет вид

$$z_{n+1} = Cz_n + By_\delta + Cu_n. \quad (4)$$

Ранее [1] была изучена сходимость метода (3) с априорным выбором числа итераций для самосопряжённого оператора  $A$ . Там показано, что при условии  $\alpha > 0$  итерационный метод (3) сходится, если число итераций  $n$  выбирать из условия  $\frac{1}{n^k} \delta \rightarrow 0, n \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0$ . В предположении, что точное решение  $x$  уравнения (1) истокообразно представимо, получены априорная оценка погрешности и априорный момент останова.

**2. Правило останова по соседним приближениям.** В том случае, когда истокообразная представимость точного решения неизвестна, метод (3) можно сделать эффективным, если воспользоваться следующим правилом останова по соседним приближениям [2; 3]. Зададим уровень останова  $\varepsilon > 0$  и момент останова  $m$  определим условиями

$$\|z_n - z_{n+1}\| > \varepsilon, (n < m), \quad \|z_m - z_{m+1}\| \leq \varepsilon. \quad (5)$$

Покажем, что метод (3) с правилом останова (5) сходится. Справедлива

Лемма 1. Пусть приближение  $w_n$  определяется условиями

$$w_0 = z_0, w_{n+1} = Cw_n + By + Cu_n, n \geq 0. \quad (6)$$

Тогда справедливо неравенство  $\sum_{k=0}^n \|w_k - w_{k+1} + Cu_k\|^2 \leq \|w_0 - x\|^2 + \sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2$ .

Доказательство. Из (6) имеем при  $n = k$   $Cu_k = w_{k+1} - Cw_k - By$ . Отсюда, используя равенство  $A^*Ax = A^*y$ , получим

$$\begin{aligned} u_k &= C^{-1}w_{k+1} - w_k - C^{-1}By = C^{-1}w_{k+1} - w_k - \\ &- \left( E + \alpha(A^*A)^k \right) \left( E + \alpha(A^*A)^k \right)^{-1} \alpha(A^*A)^{k-1} A^*y = \\ &= C^{-1}w_{k+1} - w_k - \alpha(A^*A)^{k-1} A^*y = C^{-1}w_{k+1} - w_k - \alpha(A^*A)^k x = C^{-1}w_{k+1} - \\ &- w_k - C^{-1}(E - C)x = C^{-1}(w_{k+1} - x) - (w_k - x). \end{aligned}$$

Обозначим  $\Delta_k = w_k - x$ , тогда  $u_k = C^{-1}\Delta_{k+1} - \Delta_k$ , откуда  $Cu_k = \Delta_{k+1} - C\Delta_k$ .

Имеем

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2 &= \sum_{k=0}^{n-1} (\Delta_{k+1} - C\Delta_k, \Delta_{k+1} - C\Delta_k) = \sum_{k=1}^n (\Delta_k, \Delta_k) + \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, C\Delta_k) - \\ &- 2 \sum_{k=0}^{n-1} (\Delta_{k+1}, C\Delta_k) = \sum_{k=1}^n (\Delta_k, \Delta_k) + \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, C\Delta_k) - 2 \sum_{k=0}^{n-1} \left( C^{\frac{1}{2}} \Delta_{k+1}, C^{\frac{1}{2}} \Delta_k \right). \quad (7) \end{aligned}$$

Оценивая абсолютную величину последнего слагаемого правой части (7) по неравенству Коши-Буняковского, приходим к неравенству

$$\sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2 \geq \sum_{k=1}^n (\Delta_k, \Delta_k) + \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, C\Delta_k) - 2 \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} \left\{ \sum_{k=1}^n (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2}, n \geq 1. \quad (8)$$

Покажем, что  $(E - C)\Delta_k = w_k - w_{k+1} + Cu_k$ ,  $k \geq 0$ . Имеем  $Cu_k = \Delta_{k+1} - C\Delta_k$ ,  $\Delta_k + Cu_k = \Delta_k + \Delta_{k+1} - C\Delta_k$ , тогда  $\Delta_k + Cu_k = (E - C)\Delta_k + \Delta_{k+1}$ ,  $w_k - x + Cu_k = (E - C)\Delta_k + w_{k+1} - x$ , отсюда следует, что

$$(E - C)\Delta_k = w_k - w_{k+1} + Cu_k, k \geq 0. \quad (9)$$

Используя равенство (9), запишем неравенство (7) в виде

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2 &\geq \sum_{k=1}^n (\Delta_k, \Delta_k) + \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, C\Delta_k) - 2 \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} \left\{ \sum_{k=1}^n (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} = \\ &= -(\Delta_0, \Delta_0) + \sum_{k=0}^n (\Delta_k, \Delta_k) + \sum_{k=0}^n (C\Delta_k, C\Delta_k) - (C\Delta_n, C\Delta_n) - 2 \sum_{k=0}^n (C\Delta_k, \Delta_k) + 2 \sum_{k=0}^n (C\Delta_k, \Delta_k) - \\ &- 2 \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} \left\{ \sum_{k=1}^n (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} = -(\Delta_0, \Delta_0) + \sum_{k=0}^n ((E - C)\Delta_k, (E - C)\Delta_k) + \\ &+ 2 \sum_{k=0}^n (C\Delta_k, \Delta_k) - (C\Delta_n, C\Delta_n) - 2 \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} = \\ &= -(\Delta_0, \Delta_0) + \sum_{k=0}^n ((E - C)\Delta_k, (E - C)\Delta_k) + \gamma_n, \end{aligned}$$

где  $\gamma_n = 2 \sum_{k=0}^n (C\Delta_k, \Delta_k) - (C\Delta_n, C\Delta_n) - 2 \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2} \left\{ \sum_{k=1}^n (C\Delta_k, \Delta_k) \right\}^{1/2}$ .

Нетрудно показать, что  $\gamma_n \geq 0$  при любых  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ . Тогда

$$\sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2 \geq -(\Delta_0, \Delta_0) + \sum_{k=0}^n ((E - C)\Delta_k, (E - C)\Delta_k). \text{ Используя равенство (9), получим}$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2 \geq -(\Delta_0, \Delta_0) + \sum_{k=0}^n \|w_k - w_{k+1} + Cu_k\|^2, \text{ откуда выполняется}$$

$$\sum_{k=0}^n \|w_k - w_{k+1} + Cu_k\|^2 \leq \|w_0 - x\|^2 + \sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2. \text{ Лемма 1 доказана.}$$

Имеет место

Лемма 2. При  $\forall w_0 \in H$  и произвольной последовательности ошибок  $\{u_n\}$ , удовлетворяющих условию  $\|u_n\| \leq \beta$ , выполнено неравенство

$$\varliminf_{n \rightarrow \infty} \|w_n - w_{n+1}\| \leq 2\|C\|\beta. \quad (10)$$

Доказательство.  $\varliminf_{n \rightarrow \infty} \|w_n - w_{n+1}\| \leq \varliminf_{n \rightarrow \infty} \|w_n - w_{n+1} + Cu_n\| + \|C\|\beta \leq$

$$\leq \|C\|\beta + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \|w_k - w_{k+1} + Cu_k\|^2 \right\}^{1/2} \leq \|C\|\beta + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \|w_0 - x\|^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \|Cu_k\|^2 \right\}^{1/2} \leq$$

$$\leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \|w_0 - x\|^2 + \frac{1}{n} n \|C\|^2 \beta^2 \right\}^{1/2} + \|C\|\beta = 2\|C\|\beta, \text{ так как } \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \|w_0 - x\|^2 = 0.$$

Отсюда следует (10), и, значит, лемма 2 доказана.

Обе леммы будут использованы при доказательстве следующей теоремы.

**Теорема.** Пусть уровень останова  $\varepsilon = \varepsilon(\delta, \beta)$  выбирается как функция от уровней  $\delta$  и  $\beta$  норм погрешностей  $y - y_\delta$  и  $u_n$ .

Тогда справедливы следующие утверждения:

а) если  $\varepsilon(\delta, \beta) > 2\|C\|\beta$ , то момент останова  $m$  определён при любом начальном приближении  $z_0 \in H$  и любых  $y_\delta$  и  $u_n$ , удовлетворяющих условиям  $\|y - y_\delta\|, \|u_n\| \leq \beta$ ;

б) если  $\varepsilon(\delta, \beta) > \|B\|\delta + 2\|C\|\beta$ , то справедлива оценка  $m \leq \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta)(\varepsilon - \|B\|\delta - 2\|C\|\beta)}$ ;

в) если, кроме того,  $\varepsilon(\delta, \beta) \rightarrow 0, \delta, \beta \rightarrow 0$  и  $\varepsilon(\delta, \beta) \geq d(\|B\|\delta + \|C\|\beta^p)$ , где  $d > 1, p \in (0, 1)$ , то  $\lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} \|z_m - x\| = 0$ .

**Доказательство.** а) По индукции покажем, что

$$z_n = C^n z_0 + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k (C^{-1} B y_\delta + u_{n-k-1}). \quad (11)$$

При  $n = 1$  из  $z_n = C z_{n-1} + B y_\delta + C u_{n-1}$  имеем  $z_1 = C z_0 + B y_\delta + C u_0$ , из (11) получим то же самое, т. е. при  $n = 1$  формула (11) верна. Предположим, что (11) верна при  $n = p$ , т. е.  $z_p = C^p z_0 + C \sum_{k=0}^{p-1} C^k (C^{-1} B y_\delta + u_{p-k-1})$  и докажем её справедливость при  $n = p + 1$ . Имеем

$$\begin{aligned} z_{p+1} &= C z_p + B y_\delta + C u_p = C \left( C^p z_0 + C \sum_{k=0}^{p-1} C^k (C^{-1} B y_\delta + u_{p-k-1}) \right) + B y_\delta + C u_p = C^{p+1} z_0 + \\ &+ C^2 (C^{-1} B y_\delta + u_{p-1} + B y_\delta + C u_{p-2} + C B y_\delta + C^2 u_{p-3} + \dots + C^{p-2} B y_\delta + C^{p-1}) + B y_\delta + C u_p = \\ &= C^{p+1} z_0 + C (B y_\delta + C u_{p-1} + C B y_\delta + C^2 u_{p-2} + \dots + C^{p-1} B y_\delta + C^p u_0 + C^{-1} B y_\delta + u_p) = \\ &= C^{p+1} z_0 + C \sum_{k=0}^p C^k (C^{-1} B y_\delta + u_{p-k}). \end{aligned}$$

Таким образом, справедливость (11) доказана.

Отсюда получим

$$\begin{aligned} w_n &= C^n w_0 + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k (C^{-1} B y + u_{n-k-1}) = C^n w_0 + (E + C + C^2 + \dots + C^{n-1}) B y + \\ &+ C \sum_{k=0}^{n-1} C^k u_{n-k-1} = C^n w_0 + (E - C^n) (E - C)^{-1} (A^* A)^{-1} (E - C) A^* y + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k u_{n-k-1} = \\ &= C^n w_0 + A^{-1} (E - C^n) y + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k u_{n-k-1}. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $z_0 = w_0$ , получим

$$\begin{aligned} z_n - z_{n+1} &= C^n z_0 + A^{-1}(E - C^n)y_\delta + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k u_{n-k-1} - C^{n+1} z_0 - A^{-1}[E - C^{n+1}]y_\delta - \\ &- C \sum_{k=0}^n C^k u_{n-k} = C^n w_0 + A^{-1}(E - C^n)y - A^{-1}(E - C^n)y + A^{-1}(E - C^n)y_\delta + \\ &+ C \sum_{k=0}^{n-1} C^k u_{n-k-1} - C^{n+1} w_0 - A^{-1}(E - C^{n+1})y + A^{-1}(E - C^{n+1})y - A^{-1}(E - C^{n+1})y_\delta - \\ &- C \sum_{k=0}^n C^k u_{n-k} = w_n - w_{n+1} + A^{-1}C^n(E - C)(y_\delta - y) = w_n - w_{n+1} + C^n B(y - y_\delta). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\|z_n - z_{n+1}\| \leq \|w_n - w_{n+1}\| + \|C^n B(y - y_\delta)\|. \quad (12)$$

Обозначим  $\sigma = B(y - y_\delta)$ , тогда

$$\|C^n B(y - y_\delta)\| = \|C^n \sigma\| = \left\| \int_0^M \frac{1}{(1 + \alpha \lambda^k)^n} dE_\lambda \sigma \right\| \leq \left\| \int_0^{\varepsilon_0} \frac{1}{(1 + \alpha \lambda^k)^n} dE_\lambda \sigma \right\| + \left\| \int_{\varepsilon_0}^M \frac{1}{(1 + \alpha \lambda^k)^n} dE_\lambda \sigma \right\| \leq$$

$\leq \|E_{\varepsilon_0} \sigma\| + q^n \|\sigma\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty, \varepsilon_0 \rightarrow 0$ , так как при  $\alpha > 0, \lambda \in (0, M]$  имеем

$$\frac{1}{1 + \alpha \lambda^k} \leq q < 1. \text{ Поэтому (см. лемму 2) } \lim_{n \rightarrow \infty} \|z_n - z_{n+1}\| = \lim_{n \rightarrow \infty} \|w_n - w_{n+1}\| \leq 2\|C\|\beta.$$

Следовательно, условием  $\varepsilon(\delta, \beta) > 2\|C\|\beta$  момент останова  $m$  определён при любом начальном приближении  $z_0 \in H$  и любых  $y_\delta, \|y - y_\delta\| \leq \delta$  и  $u_n, \|u_n\| \leq \beta$ .

б) Рассмотрим последовательность (6) и определим момент останова  $m'$  условием

$$\|w_n - w_{n+1}\| > \varepsilon - \|B\|\delta, (n < m'), \|w_{m'} - w_{m'+1}\| \leq \varepsilon - \|B\|\delta. \quad (13)$$

Из (12) следует, что  $m \leq m'$ . Из леммы 1 при  $n = m'$  получим

$$\sum_{k=0}^{m'} \|w_k - w_{k+1} + Cu_k\|^2 \leq \|w_0 - x\|^2 + \sum_{k=0}^{m'-1} \|Cu_k\|^2. \text{ Отсюда справедливо}$$

$$\sum_{k=0}^{m'-1} (\|w_k - w_{k+1}\| - \|C\|\beta)^2 \leq \|w_0 - x\|^2 + \sum_{k=0}^{m'-1} \|Cu_k\|^2.$$

Так как по (13) при  $n < m'$  имеем  $\|w_n - w_{n+1}\| > \varepsilon - \|B\|\delta$ , то  $m'(\varepsilon - \|B\|\delta - \|C\|\beta)^2 \leq \|w_0 - x\|^2 + m'\|C\|^2\beta^2$ . Учитывая, что  $w_0 = z_0$  и  $m \leq m'$ , из последнего неравенства получим оценку для момента останова

$$m \leq m' \leq \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta - 2\|C\|\beta)(\varepsilon - \|B\|\delta)}.$$

в) Докажем, что

$$x = C^n x + \sum_{k=0}^{n-1} BC^k y. \quad (14)$$

Предположим, что (14) верно, тогда

$$\begin{aligned} x - C^n x &= B(E + C + C^2 + \dots + C^{n-1})y, \\ (E - C^n)x &= B(E - C^n)(E - C)^{-1}y, \\ (E - C^n)x &= A^{-1}(E - C)(E - C^n)(E - C)^{-1}Ax, \\ (E - C^n)x &= (E - C^n)x. \end{aligned}$$

Следовательно, предположение верно и справедливость формулы (14) доказана.

Из (11) вычтем (14), получим

$$z_n - x = C^n(z_0 - x) + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k \left[ C^{-1}B(y - y_\delta) + u_{n-k-1} \right]. \quad (15)$$

Отсюда

$$\Delta_n = C^n \Delta_0 + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k \left[ C^{-1}B(y - y_\delta) + u_{n-k-1} \right], \quad \text{где } \Delta_n = z_n - x \quad \text{и} \quad \Delta_0 = z_0 - x.$$

Следовательно,

$$\|\Delta_n\| \leq \|C^n \Delta_0\| + (\|B\|\delta + \|C\|\beta)n. \quad (16)$$

В частности, (16) справедливо и при  $n = m$ . Если  $m \rightarrow \infty$  при  $\varepsilon, \delta, \beta \rightarrow 0$ , тогда, как показано ранее,  $\|C^m \Delta_0\| \rightarrow 0, m \rightarrow \infty$ . Поэтому для доказательства  $\|z_m - x\| \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0$  достаточно показать, что  $m(\|B\|\delta + \|C\|\beta) \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0$ .

Из (15) получим

$$z_n - z_{n+1} = C^n(E - C)(z_0 - x) - Cu_n - C^n B(y_\delta - y) + C \sum_{k=0}^{n-1} C^k (E - C)u_{n-k-1}. \quad (17)$$

Так как спектр оператора  $C = (E + \alpha(A^*A)^k)^{-1}$  принадлежит  $[0, 1]$ , то нетрудно показать, что

$$\|C^n(E - C)\| \leq \frac{1}{n+1}. \quad (18)$$

Поэтому из (17) получим при  $n = m - 1$

$$\begin{aligned} \|z_{m-1} - z_m\| &\leq \left\| C^{\frac{m-1}{2}} C^{\frac{m-1}{2}} (E - C)(z_0 - x) \right\| + \|C^{m-1} B(y_\delta - y)\| + \|Cu_{m-1}\| + \\ &+ \left\| C \sum_{k=0}^{m-2} C^k (E - C)u_{m-k-2} \right\| \leq \left\| C^{\frac{m-1}{2}} (E - C) \right\| \left\| C^{\frac{m-1}{2}} (z_0 - x) \right\| + \|C\|\beta + \|B\|\delta + \|C\|\beta \sum_{k=0}^{m-2} \frac{1}{k+1} \leq \end{aligned}$$



$$\leq \frac{2}{m} \left\| C^{\frac{m-1}{2}} (z_0 - x) \right\| + \|B\|\delta + \|C\|\beta(2 + \ln m),$$

так как  $\sum_{k=1}^{m-1} \frac{1}{k} \leq 1 + \ln m$  [4].

Так как по условию теоремы  $\varepsilon(\delta, \beta) \geq d(\|B\|\delta + \|C\|\beta^p)$ ,  $d > 1$ ,  $p \in (0, 1)$ , то при всех достаточно малых  $\delta, \beta$  выполняется неравенство  $\varepsilon(\delta, \beta) > \|B\|\delta + 2\|C\|\beta$ , поэтому

из б) получим  $m \leq \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta + 2\|C\|\beta)(\varepsilon - \|B\|\delta)}$ .

Поскольку  $\|z_{m-1} - z_m\| > \varepsilon$ , то  $\varepsilon \leq \frac{2}{m} \left\| C^{\frac{m-1}{2}} (z_0 - x) \right\| + \|B\|\delta + \|C\|\beta(2 + \ln m)$ .

Отсюда получим, что  $m \leq \frac{2 \left\| C^{\frac{m-1}{2}} (z_0 - x) \right\|}{\varepsilon - \|B\|\delta - \|C\|\beta(2 + \ln m)}$ . Умножим обе части последнего неравенства на  $\|B\|\delta + \|C\|\beta$ , получим

$$m(\|B\|\delta + \|C\|\beta) \leq \frac{2 \left\| C^{\frac{m-1}{2}} (z_0 - x) \right\| (\|B\|\delta + \|C\|\beta)}{\varepsilon - \|B\|\delta - \|C\|\beta \left[ 2 + \ln \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta - 2\|C\|\beta)(\varepsilon - \|B\|\delta)} \right]}.$$

При  $m \rightarrow \infty$  множитель  $\left\| C^{\frac{m-1}{2}} (z_0 - x) \right\| \rightarrow 0$ , а дробь

$$\frac{2(\|B\|\delta + \|C\|\beta)}{\varepsilon - \|B\|\delta - \|C\|\beta \left[ 2 + \ln \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta - 2\|C\|\beta)(\varepsilon - \|B\|\delta)} \right]}$$

ограничена при  $\delta, \beta \rightarrow 0$ . Поэтому

$m(\|B\|\delta + \|C\|\beta) \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty, \delta, \beta \rightarrow 0$ . Отсюда и из неравенства (16) при  $m \rightarrow \infty$

$$\lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} \|\Delta_m\| = \lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} \|z_m - x\| = \lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} (\|C^m \Delta_0\| + m(\|B\|\delta + \|C\|\beta)) = 0.$$

Теорема доказана.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матысик, О.В. Априорный выбор числа итераций в неявном итерационном методе решения линейных операторных уравнений / О.В. Матысик, В.Ф. Савчук // Учёные записки Брестского ун-та. – 2007. – Т. 3, ч. 2. – С. 16–23.

2. Емелин, И.В. Правило останова в итерационных процедурах решения некорректных задач / И.В. Емелин, М.А. Красносельский // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 12. – С. 59–63.

3. Савчук, В.Ф. Неявная итерационная процедура решения операторных уравнений в гильбертовом пространстве / В.Ф. Савчук, О.В. Матысик // Доклады НАН Беларуси. – 2006. – Т. 50, № 5. – С. 37–42.

4. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М. : Наука. – 1971. – 1108 с.

***O.V. Matysik, V.F. Savchuk. On A posteriori Choice of the Number of Iterations in the Implicit Iteration Procedure for Solving Equations of Type One***

In the Hilbert space for solving linear operator equations of type I with affirmative limited and self-conjugate operator the implicit iteration method is proposed. The application of a rule of neighboring approximations for the offered method has been proved, which makes viewed iteration method quite effective even when there are no data about source representability of exact solution. In its initial norm of Gilbert space the convergence of the iteration method is proved and the estimation of the moment of stop is received.

УДК 512.542

*В.С. Монахов, А.А. Трофимук*

## КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ, ПОДГРУППЫ ШМИДТА КОТОРЫХ ИМЕЮТ ПОРЯДКИ, СВОБОДНЫЕ ОТ КУБОВ

Натуральное число  $n$  называется свободным от кубов, если  $p^3$  не делит  $n$  для всех простых  $p$ . Группой Шмидта называют конечную ненильпотентную группу, все собственные подгруппы которой нильпотентны. Поскольку группы Шмидта присутствуют в качестве подгруппы в каждой ненильпотентной группе, то свойства заключенных в группе подгрупп Шмидта оказывают существенное влияние на строение самой группы. Исследуется строение конечных групп с ограниченными порядками подгрупп Шмидта. Изучены бипримарные подгруппы произвольных конечных групп с подгруппами Шмидта порядков, свободных от кубов. Для разрешимых групп установлено строение бипримарных холловых подгрупп. Приведены примеры как разрешимых, так и неразрешимых групп, у которых все подгруппы Шмидта имеют порядки, свободные от кубов.

Рассматриваются только конечные группы. Напомним, что число  $n$  называется свободным от квадратов или от кубов, если соответственно  $p^2$  или  $p^3$  не делит  $n$  для всех простых  $p$ .

В 1924 году О.Ю. Шмидт [1] исследовал строение конечной ненильпотентной группы, у которой все собственные подгруппы нильпотентны. Такие группы впоследствии стали называть группами Шмидта или минимальными ненильпотентными группами. В своей работе О.Ю. Шмидт доказал, что группа Шмидта бипримарна (т. е. ее порядок делится точно на два различных простых числа), одна из силовских подгрупп нормальна, а другая циклическая, и указал систему индексов главного ряда группы Шмидта.

В дальнейшем  $S_{\langle p, q \rangle}$ -группой будем называть группу Шмидта с нормальной силовской  $p$ -подгруппой и ненормальной циклической силовской  $q$ -подгруппой. Для  $S_{\langle p, q \rangle}$ -группы  $S$  будем использовать запись  $S = [P]Q$ , где  $P$  – нормальная силовская  $p$ -подгруппа, а  $Q$  – циклическая ненормальная силовская  $q$ -подгруппа.

Подробный обзор результатов о группах Шмидта и их приложениях в теории конечных групп имеется в работе В.С. Монахова [2].

Поскольку группы Шмидта присутствуют в качестве подгруппы в каждой ненильпотентной группе, то они являются универсальными подгруппами конечных групп. Свойства заключенных в группе подгрупп Шмидта оказывают существенное влияние на строение всей группы. Изучению строения конечных групп по свойствам подгрупп Шмидта посвящены, например, работы Я.Г. Берковича, В.А. Ведерникова, В.Д. Мазурова, В.С. Монахова (см. литературу в обзоре [2]).

В 1995 г. В.С. Монахов [3] исследовал строение групп, у которых все подгруппы Шмидта сверхразрешимы. Отсюда следует описание конечных групп, подгруппы Шмидта которых имеют порядки, свободные от квадратов.

Развивая эту тематику, мы исследуем конечные группы с подгруппами Шмидта порядков, свободных от кубов. Доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть в группе  $G$  все подгруппы Шмидта имеют порядки, свободные от кубов. Тогда справедливы следующие утверждения.

1) Для каждой пары простых чисел  $\{s, r\} \neq \{2, 3\}$  из  $\pi(G)$ , таких, что  $s > r$ , все  $\{s, r\}$ -подгруппы группы  $G$  являются  $s$ -замкнутыми, а для  $r$ , не делящего  $s^2 - 1$ , нильпотентными.

2) Множество подгрупп Шмидта в группе  $G$  исчерпывается следующими подгруппами:

2.1)  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппами,  $[Z_p]Z_{q^i}$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , где  $q$  делит  $p-1$ ;

2.2)  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппами,  $[E_{p^2}]Z_{q^i}$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , где  $q$  делит  $p+1$ ,  $q > 2$ .

3) Если в группе  $G$  нет  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгрупп,  $q$  делит  $p-1$ , для всех  $p, q \in \pi(G)$ , то:

3.1) группа  $G$  2-замкнута;

3.2)  $\{2, 3\}$ -холлова подгруппа нормальна;

3.3)  $2'$ -холлова подгруппа дисперсивна по Оре;

3.4)  $3'$ -холлова подгруппа 2-разложима и дисперсивна по Оре;

3.5)  $\{s, r\}$ -холлова подгруппа нильпотентна для всех простых чисел  $s > r > 2$ ,  $r$  не делит  $s+1$ .

4) Если в группе  $G$  нет  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгрупп,  $q$  делит  $p+1$ , для всех  $p, q \in \pi(G)$ ,  $q > 2$ , то:

4.1) группа  $G$  дисперсивна по Оре;

4.2)  $\{s, r\}$ -холлова подгруппа нильпотентна для всех простых чисел  $s > r$ ,  $r$  не делит  $s-1$ .

Напомним наиболее часто встречающиеся обозначения и определения. Дополнением к подгруппе  $A$  в группе  $G$  называется такая подгруппа  $B$ , что  $AB = G$  и  $A \cap B = 1$ . Если в группе имеется дополнение к силовской  $p$ -подгруппе, то это дополнение называют  $p$ -дополнением. Группу с нормальной силовской  $p$ -подгруппой называют  $p$ -замкнутой. Группа с нормальным  $p$ -дополнением называется  $p$ -нильпотентной группой. Циклическая группа порядка  $n$  обозначается через  $Z_n$ . Запись  $G = [A]B$  означает полупрямое произведение с нормальной подгруппой  $A$ . Из теоремы 1 статьи [1] О.Ю. Шмидта следует, что любая  $S_{\langle p, q \rangle}$ -группа имеет ранг  $m$ , где  $m$  – показатель числа  $p$  по модулю  $q$ . Через  $G'$  обозначается коммутант группы  $G$ .

Говорят, что группа  $G$  дисперсивна, если она обладает нормальным рядом, факторы которого изоморфны силовским подгруппам. Дисперсивной по Оре называется группа  $G$  порядка

$$p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}, \quad p_1 > p_2 > \dots > p_n,$$

у которой для каждого  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  имеется нормальная подгруппа порядка  $p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_i^{a_i}$ . Дисперсивная по Оре группа  $G$   $p$ -замкнута для наибольшего  $p \in \pi(G)$  и  $q$ -нильпотентна для наименьшего  $q \in \pi(G)$ .

Для доказательства теоремы нам потребуются следующие леммы.

**Лемма 1.** ([2, теорема 2.1]) Если группа не  $p$ -нильпотентна, то в ней существует  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппа для некоторого  $q$ .

**Лемма 2.** Если  $\{p, q\}$ -группа не  $q$ -замкнута, то в ней существует  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппа.

*Доказательство.* Утверждение вытекает из леммы 1.

**Лемма 3.** ([2, теорема 2.4]) В любой не 2-замкнутой группе существует 2-нильпотентная  $2d$ -подгруппа Шмидта.

**Лемма 4.** Пусть  $S = [P]Q$  – группа Шмидта, где  $P$  – нормальная силовская  $p$ -подгруппа,  $Q$  – ненормальная силовская  $q$ -подгруппа,  $p, q$  – различные простые числа. Тогда:

1) Если  $q$  делит  $p-1$ , то  $P \cong Z_p$ ;

2) Если  $q$  не делит  $p-1$ , но делит  $p+1$ , то либо  $P \cong E_{p^2}$ , либо  $P$  – неабелева группа порядка  $p^3$ ;

3) Если  $q$  не делит  $p^2-1$ , то порядок  $S$  делится на куб простого числа  $p$ .

В частности, если порядок группы  $S$  свободен от кубов, то либо  $S = [Z_p]Z_{q^i}$ , где  $q$  делит  $p-1$ , либо  $S = [E_{p^2}]Z_{q^i}$ , где  $q$  делит  $p+1$ ,  $q > 2$ ,  $i = 1, 2$ .

*Доказательство.*

Пусть  $m$  – показатель числа  $p$  по модулю  $q$ .

1) Если  $q$  делит  $p-1$ , то  $m=1$  и по теореме 1.1 [2]  $P \cong Z_p$ .

2) Если  $q$  не делит  $p-1$ , но делит  $p+1$ , то  $m=2$ , и по теоремам 1.1–1.3 [2] либо  $P \cong E_{p^2}$ , либо  $P$  – неабелева группа порядка  $p^3$  экспоненты  $p$  или 4.

3) Пусть  $q$  не делит  $p^2-1$ . Тогда  $m \geq 3$  и порядок  $S$  делится на куб простого числа  $p$ .

Если порядок группы  $S$  свободен от кубов, то возможны только случаи (1) и (2). Поэтому либо  $S = [Z_p]Z_{q^i}$ , где  $q$  делит  $p-1$ , либо  $S = [E_{p^2}]Z_{q^i}$ , где  $q$  делит  $p+1$ ,  $q > 2$ ,  $i = 1, 2$ .

**Лемма 5.** Пусть  $G$  – группа, порядки подгрупп Шмидта которой свободны от кубов. Если  $H$  – подгруппа группы  $G$ , то порядки подгрупп Шмидта группы  $H$  также свободны от кубов.

*Доказательство очевидно.*

**Лемма 6.** Если порядки всех подгрупп Шмидта группы  $G$  свободны от кубов и  $p \in \pi(G) \setminus \{2, 3\}$ , то любая  $\{2, p\}$ -подгруппа группы  $G$  является  $p$ -замкнутой.

*Доказательство.* Пусть  $H$  –  $\{2, p\}$ -подгруппа группы  $G$  и  $p \in \pi(G) \setminus \{2, 3\}$ . Если группа  $H$  не  $p$ -замкнута, то по лемме 2 в ней существует 2-замкнутая подгруппа Шмидта  $S$ . По условию ее порядок должен быть свободен от кубов. По лемме 4 простое число  $p$  должно делить  $2^2-1=3$ . Это противоречит предположению  $p > 3$ , поэтому  $H$   $p$ -замкнута.

**Лемма 7.** Если порядки всех подгрупп Шмидта группы  $G$  свободны от кубов и  $p > q > 2$ , то любая  $\{p, q\}$ -группа группы  $G$  является  $p$ -замкнутой.

*Доказательство.* Пусть  $H$  –  $\{2, p\}$ -подгруппа группы  $G$  и  $p > q > 2$ . Если группа  $H$  не  $p$ -замкнута, то по лемме 2 в ней существует  $q$ -замкнутая подгруппа Шмидта  $S$ . По условию леммы ее порядок должен быть свободен от кубов. По лемме 4 простое число  $p$  должно делить  $q^2 - 1 = (q-1)(q+1)$ . Так как  $p > q > 2$ , то это невозможно. Поэтому подгруппа  $H$   $p$ -замкнута.

**Доказательство теоремы.** 1. Пусть  $H$  –  $\{s, r\}$ -подгруппа группы  $G$ , где  $s$  и  $r$  – простые числа, такие, что  $\{s, r\} \neq \{2, 3\}$ ,  $s > r$ . Поскольку по лемме 5 любая подгруппа Шмидта из подгруппы  $H$  имеет порядок, свободный от кубов, то из лемм 6–7 следует, что подгруппа  $H$   $s$ -замкнута. Предположим, что подгруппа  $H$  ненильпотентна. Тогда  $H$  не  $r$ -замкнута и по лемме 2 в  $H$  существует  $S_{\langle s, r \rangle}$ -подгруппа  $S$ , порядок которой свободен от кубов. Из леммы 4 следует, что или  $r$  делит  $s-1$ , или  $r$  не делит  $s-1$ , но делит  $s+1$ , т. е.  $r$  делит  $s^2 - 1$ . Отсюда следует, что если  $r$  не делит  $s^2 - 1$ , то подгруппа  $H$  нильпотентна.

2. Согласно лемме 4 множество подгрупп Шмидта в группе  $G$  исчерпывается  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппами  $[Z_p | Z_{q^i}]$ , где  $q$  делит  $p-1$ , и  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппами  $[E_{p^2} | Z_{q^i}]$ , где  $q$  делит  $p+1$ ,  $q > 2$ ,  $i \in \{1, 2\}$ .

3. Пусть в группе  $G$  нет  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгрупп таких,  $q$  делит  $p-1$ , для всех  $p, q \in \pi(G)$ . Тогда в группе  $G$  множество подгрупп Шмидта исчерпывается  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппами  $[E_{p^2} | Z_{q^i}]$ , где  $q$  делит  $p+1$ ,  $q > 2$ ,  $i \in \{1, 2\}$ . В частности, все подгруппы Шмидта в группе  $G$  несверхразрешимы и нет 2-нильпотентных  $2d$ -подгрупп Шмидта. По лемме 3 группа  $G$  2-замкнута. В частности, по теореме Томпсона-Фейта группа  $G$  разрешима и в ней существуют  $\pi$ -холловы подгруппы для любого множества  $\pi \subseteq \pi(G)$ . Поэтому утверждение, доказанное в п. 1, распространяется на все бипримарные  $\{s, r\}$ -холловы подгруппы,  $\{s, r\} \neq \{2, 3\}$ ,  $s > r$ .

Пусть  $p \in \pi(G) \setminus \{2, 3\}$ . По лемме 6 любая  $\{2, p\}$ -подгруппа группы  $G$   $p$ -замкнута, в частности,  $\{2, p\}$ -холлова подгруппа группы  $G$   $p$ -замкнута. По доказанному в п. 1 теоремы утверждению любая  $\{3, p\}$ -холлова подгруппа группы  $G$   $p$ -замкнута для  $p > 3$ . Поэтому для каждого  $p \in \pi(G) \setminus \{2, 3\}$  нормализатор силовской  $p$ -подгруппы содержит некоторую силовскую 2-подгруппу и некоторую силовскую 3-подгруппу. Отсюда следует, что  $\{2, 3\}'$ -холлова подгруппа группы  $G$  нормальна.

Применяя утверждение из п. 1 теоремы к  $\{s, r\}$ -холловой подгруппе группы  $G$ ,  $s > r > 2$ , получаем, что  $\{s, r\}$ -холлова подгруппа  $s$ -замкнута. Отсюда следует, что  $2'$ -холлова подгруппа группы  $G$  дисперсивна по Оре.

Из утверждений, доказанных в п. 3.1–3.3, следует утверждение 3.4.

Из утверждения, доказанного в п. 1, следует утверждение 3.5.

4. Пусть в группе  $G$  нет  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгрупп, таких, что  $q$  делит  $p+1$ , для всех  $p, q \in \pi(G)$ ,  $q > 2$ . Тогда в группе  $G$  множество подгрупп Шмидта исчерпывается  $S_{\langle p, q \rangle}$ -подгруппами,  $[Z_p | Z_{q^i}]$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , где  $q$  делит  $p-1$ . В частности, все подгруппы Шмидта группы  $G$  сверхразрешимы, и из теоремы 1 [3] следует, что группа

$G$  дисперсивна по Оре и  $\{s, r\}$ -холлова подгруппа нильпотентна для всех простых чисел  $s$  и  $r$ , таких, что  $s > r$ ,  $r$  не делит  $s - 1$ .

Теорема доказана полностью.

**Следствие.** Пусть группа  $G$  не является 2-замкнутой группой и не является 2-нильпотентной группой. Предположим, что все подгруппы Шмидта имеют порядки, свободные от кубов. Тогда в группе  $G$  существуют  $p$ -замкнутая подгруппа Шмидта порядка  $2^i p$  для некоторого нечетного  $p \in \pi(G)$  и 2-замкнутая подгруппа Шмидта порядка  $2^2 3^i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ .

*Доказательство.* Согласно теореме в группе  $G$  существуют подгруппы Шмидта из пунктов 3 и 4 этой теоремы. По условию группа  $G$  не является 2-замкнутой группой, поэтому из леммы 3 вытекает, что в  $G$  существует 2-нильпотентная  $2d$ -подгруппа Шмидта  $S_1$ . Из п. 1 леммы 4 получаем, что  $S_1$  —  $p$ -замкнутая подгруппа Шмидта порядка  $2^i p$  для некоторого  $i \in \{1, 2\}$  и нечетного  $p \in \pi(G)$ . Так как группа  $G$  не является 2-нильпотентной группой, то лемма 1 обеспечивает существование  $S_{\langle 2, q \rangle}$ -подгруппы, которая ввиду леммы 6 и пунктов 2 и 3 леммы 4 будет 2-замкнутой подгруппой Шмидта порядка  $2^2 3^i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ . Следствие доказано.

Отметим, что следствие теоремы охватывает все неразрешимые группы и все разрешимые группы 2-длины не менее 2 с подгруппами Шмидта порядков, свободных от кубов. Следующие два примера показывают, что существуют как неразрешимые, так и разрешимые группы, удовлетворяющие условиям следствия.

**Пример 1.** В знакопеременной группе  $A_5$  степени 5 множество подгрупп Шмидта исчерпывается подгруппами  $A_4 = [E_4]Z_3$ ,  $[Z_5]Z_2$  и  $S_3 = [Z_3]Z_2$ . Группа  $A_5$  является простой, ее порядок  $60 = 2^2 3 5$  свободен от кубов.

**Пример 2.** В группе  $PSL(2, 7)$  множество подгрупп Шмидта исчерпывается подгруппами  $A_4$  и  $S_3$ . Группа  $PSL(2, 7)$  является простой, ее порядок  $168 = 2^3 3 7$  не свободен от кубов, но каждая подгруппа Шмидта в  $PSL(2, 7)$  имеет порядок, свободный от кубов.

**Пример 3.** В группе  $[E_{5^2}]S_3$  множество подгрупп Шмидта исчерпывается  $S_{\langle 5, 3 \rangle}$ -подгруппами,  $S_{\langle 5, 2 \rangle}$ -подгруппами и  $S_{\langle 3, 2 \rangle}$ -подгруппами. Эта группа разрешима 2-длины 2.

**Пример 4.** Симметрическая группа  $S_4$  степени 4 является разрешимой группой 2-длины 2. Её порядок равен  $2^3 3$ , а множество подгрупп Шмидта исчерпывается подгруппами  $A_4$  и  $S_3$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шмидт, О.Ю. Группы, все подгруппы которых специальные / О.Ю. Шмидт // Матем. сборник. — 1924. — Т. 31. — С. 366–372.
2. Монахов, В.С. Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения / В.С. Монахов // Труды Укр. матем. конгресса. — 2002. — С. 81–90.
3. Монахов, В.С. О конечных группах с заданным набором подгрупп Шмидта / В.С. Монахов // Матем. заметки. — 1995. — Т. 58, № 5. — С. 717–722.

V.S. Monakhov, A.A. Trofimuk. Finite Groups, Schmidt Subgroups which have Cube-free Order

The natural number  $n$  is called cube-free if  $p^3$  does not divide  $n$  for all simple  $p$ . Finite non-nilpotent group is named Schmidt group, if all proper subgroups of this group are nilpotent. Schmidt subgroups exist in every non-nilpotent group, therefore properties of Schmidt subgroup render the essential influence on the construction of this group. It is researched the structure of the finite groups with bounded order of the Schmidt subgroups. We studied the properties of biprimary subgroups of any group with Schmidt subgroups of cube-free order. The structure of biprimary Hall subgroups of soluble groups is determined.



УДК 513.82

*Н.В. Пугач, А.А. Юдов*

## ИССЛЕДОВАНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ РЕДУКТИВНЫХ ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВ С ГРУППОЙ ВРАЩЕНИЙ ПРОСТРАНСТВА ${}^2R_4$ С ЧЕТЫРЕХМЕРНЫМИ ГРУППАМИ СТАЦИОНАРНОСТИ

В работе рассматривается пространство  ${}^2R_4$  – четырехмерное псевдоевклидово пространство нулевой сигнатуры. Исследуются однородные пространства с фундаментальной группой Ли  $G$  – группой Ли движений пространства  ${}^2R_4$ . Изучается класс таких пространств, имеющих в качестве группы стационарности четырехмерную подгруппу Ли группы Ли  $H$  вращений пространства  ${}^2R_4$ . Среди однородных пространств такого вида находятся все редуктивные пространства. В алгебрах Ли этих редуктивных пространств находятся все редуктивные дополнения.

### Введение

Работа посвящена исследованию геометрии однородных пространств. Редуктивные однородные пространства играют важную роль в геометрии, а именно: они находят применение в теории связностей в расслоенных пространствах. В этом направлении выполняется много исследовательских работ. В Беларуси задачами такого характера занимались Л.К. Тутаев, В.И. Ведерников, А.С. Феденко, И.В. Белько, А.А. Бурдун, В.В. Балащенко, С.Г. Кононов, А.А. Юдов и другие. Большой вклад в развитие теории редуктивных пространств и их применение был сделан японскими математиками К. Номидзу и Ш. Кобаяси [1–2].

Значительный вклад в развитие теории применения редуктивных пространств внес эстонский геометр Ю. Лумисте [3], который доказал, что в расслоенном пространстве с однородным слоем  $G/H$  тогда и только тогда существует базовое расширение связности, когда пространство  $G/H$  редуктивно. В данной работе изучаются однородные пространства со структурной группой – группой Ли движений пространства  ${}^2R_4$ . Исследуются однородные пространства  $G/G_i$ , где  $G_i$  – четырехмерные подгруппы Ли группы Ли  $H$ . Такие пространства классифицированы с точностью до изоморфизма [4]. Для всех таких пространств решается вопрос об их редуктивности и в случае редуктивности находят все редуктивные дополнения. Для пространств такого вида, не являющихся редуктивными, доказывается их нередуктивность. Актуальность этих исследований следует также из того факта, что геометрия псевдоевклидовых пространств находит большое применение в теоретической физике.

### Постановка задачи и метод исследования

Группа Ли  $G$  является полупрямым произведением группы Ли  $H$  стационарности точки пространства  ${}^2R_4$  и абелевой группы  $T_4$  параллельных переносов пространства  ${}^2R_4$ :  $G = H \otimes T_4$ .

Алгебра Ли  $\bar{G}$  является полупрямой суммой алгебры Ли  $\bar{H}$  группы Ли  $H$  и коммутативной алгебры Ли группы Ли  $T_4$ :  $\bar{G} = \bar{H} \oplus \tau_4$ .

Рассмотрим связные подгруппы Ли группы Ли  $G$  движений пространства  ${}^2R_4$ . Все связные подгруппы Ли группы Ли  $G$ , с точностью до сопряженности, перечислены в работе [4].

Тем самым классифицированы с точностью до изоморфизма все однородные пространства со структурной группой  $G$ . Ставится задача среди всех таких однородных пространств выделить редуктивные однородные пространства. В данной работе найдены все редуктивные однородные пространства вида  $G/G_i$ , где  $G_i$  – связная четырехпараметрическая подгруппа Ли группы Ли  $H$  вращений пространства  ${}^2R_4$ . Метод решения задачи состоит в том, что для исследуемого однородного пространства  $G/G_i$  рассматриваются соответствующие алгебры Ли  $\overline{G}$  и  $\overline{G}_i$ , затем находятся все двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ , инвариантные относительно  $ad\overline{G}_i$ . Среди таких пространств находятся дополнительные к  $\overline{G}_i$ . Эти пространства будут редуктивными дополнениями для однородного пространства  $H/G_i$ . Поскольку пространство  $G/H$  редуктивно, отсюда будет следовать редуктивность однородного пространства  $G/G_i$  [5].

**Определение.** Однородное пространство  $H/G_i$  называется *редуктивным*, если алгебра Ли  $\overline{H}$  группы Ли  $H$  распадается в прямую сумму подпространств:

$$\overline{H} = m + \overline{G}_i, \quad (1)$$

причем подпространство  $m$  инвариантно относительно  $ad\overline{G}_i$ , где  $ad\overline{G}_i$  – присоединенное представление алгебры Ли  $\overline{G}_i$ .

Для нахождения редуктивных дополнений используем следующий способ [5]. Пусть  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – базис алгебры Ли  $\overline{G}_i$  группы Ли  $G_i$ , принадлежащей группе Ли  $H$ . Рассмотрим двумерное векторное подпространство  $m$  алгебры Ли  $\overline{H}$ , образованное векторами  $b_1, b_2$ , т. е.  $m = \{b_1, b_2\}$ . Для этого подпространства  $m$  потребуем выполнимость условия инвариантности относительно  $ada_i, I = 1, 2, 3, 4$ . Т. е. выполнимость условий:

$$[a_i, b_j] = \alpha_{j1}b_1 + \alpha_{j2}b_2, j = 1, 2 \quad (2)$$

Систему (2) будем называть системой инвариантности пространства  $m$  или просто системой инвариантности. Раскладывая левую и правую части по базису  $i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}$  [5] алгебры Ли  $\overline{H}$ , получим систему инвариантности в виде системы алгебраических уравнений. Пусть, например  $b_j = \beta_{j5}i_5 + \dots + \beta_{j10}i_{10}$ . Элементарными преобразованиями можно от базиса  $\{b_1, b_2\}$  перейти к базису  $\{b'_1, b'_2\}$  с более простыми коэффициентами  $\beta_{jk}$ . Для этого придется рассмотреть 15 случаев. При этом система инвариантности упростится. Пусть система инвариантности решена и в итоге получены двумерные пространства  $m_1, \dots, m_p$ , инвариантные относительно  $ad\overline{G}_i$ . Среди этих пространств нужно выбрать такие, которые удовлетворяют условию (1). Такие пространства  $m_i$  и будут искомыми редуктивными дополнениями.

### Нахождение редуктивных пространств $H/G_i$

Классификация всех связных подгрупп Ли группы Ли  $G$  имеется [4]. Рассмотрим четырехмерные подгруппы Ли группы Ли вращений пространства  ${}^2R_4$ . Будем задавать их соответствующими алгебрами Ли с помощью базисов этих алгебр. Существует с точностью до сопряженности 4 таких четырехмерных подалгебры Ли [4]:

$$\overline{G_{36}} = \{i_6, i_9, i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}, \quad \overline{G_{37}} = \{i_6, i_9, i_5 - i_{10}, i_7 - i_8\}, \quad \overline{G_{38}} = \{i_5 - i_7, i_5 - i_{10}, i_6 + i_9, i_7 - i_8\},$$

$$\overline{G_{39}} = \{i_5, i_{10}, i_6 + i_9, i_7 - i_8\}.$$

Для нахождения инвариантных двумерных подпространств будем находить вначале двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ , инвариантные относительно  $adi_6$ . Базис инвариантного подпространства будем задавать в следующем виде:  $V = \{\lambda i_5 + \mu i_6 + \nu i_7 + \sigma i_8 + \tau i_9 + t i_{10}; ai_5 + bi_6 + ci_7 + di_8 + fi_9 + gi_{10}\}$ . Достаточно рассмотреть следующие 15 случаев:

В случае  $1^0$  инвариантные пространства ищем в виде  $\{i_5 + \lambda i_8 + \mu i_{10} + \nu i_6 + \sigma i_9, i_7 + si_8 + ti_{10} + pi_6 + qi_9\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\nu\lambda + p\mu = 0, \quad \nu s + pt = 0, \quad \lambda^2 + s\mu = 1, \quad \lambda s + st = 0, \quad \lambda\sigma + q\mu = 0, \quad \sigma s + qt = 0, \quad \lambda\mu + t\mu = 0, \quad \mu s + t^2 = 1$ . Из четвертого и седьмого уравнения системы инвариантности следует, что достаточно рассмотреть следующие случаи:

$$\lambda = -t \tag{1}$$

$$\mu = 0, s = 0 \tag{2}$$

Пусть выполняется условие (1). Из пятого и шестого, а также первого и второго уравнения следует, что либо

$$\lambda t = \mu s, \tag{3}$$

либо

$$\sigma = 0, q = 0, \nu = 0, p = 0 \tag{4}$$

Предположим, что выполняется условие (1), (3), тогда отсюда следует  $\lambda^2 + \mu s = 0$ , что противоречит третьему уравнению системы инвариантности. Рассмотрим теперь (1), (4). Система инвариантности запишется в виде  $\lambda^2 + \mu s = 1$ , отсюда  $\lambda = \pm\sqrt{1-s\mu}$  и  $1-s\mu \geq 0$ . Получим инвариантные пространства в виде:  $\{i_5 \pm \sqrt{1-s\mu}i_8 + \mu i_{10}, i_7 + si_8 \mp \sqrt{1-s\mu}i_{10}\}$ . Рассмотрим теперь случай (2) и (3); отсюда следует, что  $\lambda t = 0$ . Пусть  $\lambda = 0$ , тогда из третьего уравнения получаем противоречие. Пусть теперь выполняются условия (2) и (4), тогда система инвариантности примет вид  $\lambda^2 = 1, \quad t^2 = 1$ , отсюда  $\lambda = \pm 1, \quad t = \pm 1$ . Инвариантные пространства получим в виде:  $\{i_5 \pm i_8, i_7 \pm i_{10}\}, \{i_5 \pm i_8, i_7 \mp i_{10}\}$ .

В случае  $2^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_{10} + \nu i_6 + \sigma i_9, i_8 + si_{10} + ti_6 + pi_9\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\mu = 0, \sigma = 0, s = \lambda, t = 0, p = 0, \nu = 0$ . Получаем инвариантное пространство в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7, i_8 + \lambda i_{10}\}$ .

В случае  $3^0$  инвариантные пространства ищем в виде  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_8 + \nu i_6 + \sigma i_9, i_{10} + si_6 + ti_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $4^0$  инвариантное пространство ищем в виде  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_8 + \nu i_{10} + \sigma i_9, i_6 + si_9\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda\mu = \nu, \mu^2 = 1, \sigma\mu = 0, \nu\mu = \lambda$ . Отсюда следует,  $\mu = \pm 1, \sigma = 0, \nu = \pm \lambda$ . Получаем инвариантные пространства в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7 \pm i_8 \pm \lambda i_{10}, i_6 + si_9\}$ .

В случае  $5^0$  инвариантные пространства ищем в виде  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_8 + \nu i_{10} + \sigma i_9, i_9\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\sigma\mu = 0, \lambda\mu = \nu, \mu^2 = 1, \mu\nu = \lambda$ . Отсюда

следует:  $\mu = \pm 1, \sigma = 0, \nu = \pm \lambda$ . Получаем инвариантные пространства в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7 \pm i_8 \pm \lambda i_{10}, i_9\}$ .

В случае  $6^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_7 + \lambda i_{10} + \mu i_6 + \nu i_9, i_8 + \sigma i_{10} + s i_6 + t i_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $7^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_7 + \lambda i_8 + \mu i_6 + \nu i_9, i_{10} + \sigma i_6 + s i_9\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\nu = 0, \sigma = 0, s = 0, \mu = 0, \lambda = 0$ . Получили инвариантное пространство в виде:  $\{i_7, i_{10}\}$ .

В случае  $8^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_7 + \lambda i_8 + \mu i_{10} + \nu i_9, i_6 + \sigma i_9\}$ . Система инвариантности принимает вид  $\lambda = 0, \mu \nu = 0, \mu^2 = 1$ , отсюда следует,  $\nu = 0, \mu = \pm 1$ . Получили инвариантные пространства в виде:  $\{i_7 \pm i_{10}, i_6 + \sigma i_9\}$ .

В случае  $9^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_7 + \lambda i_8 + \mu i_{10} + \nu i_6, i_9\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda = 0, \mu \nu = 0, \mu^2 = 1$ , отсюда  $\nu = 0, \mu = \pm 1$ . Получили инвариантные пространства в виде:  $\{i_7 \pm i_{10}, i_9\}$ .

В случае  $10^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_8 + \lambda i_6 + \mu i_9, i_{10} + \nu i_6 + \sigma i_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $11^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_8 + \lambda i_{10} + \mu i_9, i_6 + \nu i_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $12^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_8 + \lambda i_{10} + \mu i_6, i_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $13^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_{10} + \lambda i_9, i_6 + \mu i_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $14^0$  инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_{10} + \lambda i_6, i_9\}$ . Система инвариантности противоречива.

В случае  $15^0$  нужно проверить пространство  $\{i_6, i_9\}$ . Оно является инвариантным.

Таким образом получена следующая теорема.

**Теорема 1.** относительно  $adi_6$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_5 \pm \sqrt{1 - s\mu} i_8 + \mu i_{10}, i_7 + s i_8 \mp \sqrt{1 - s\mu} i_{10}\}$ , 2.  $\{i_5 \pm i_8, i_7 \pm i_{10}\}$ , 3.  $\{i_5 \pm i_8, i_7 \mp i_{10}\}$ ,
4.  $\{i_5 + \lambda i_7, i_8 + \lambda i_{10}\}$ , 5.  $\{i_5 + \lambda i_7 \pm i_8 \pm \lambda i_{10}, i_6 + s i_9\}$ , 6.  $\{i_5 + \lambda i_7 \pm i_8 \pm \lambda i_{10}, i_9\}$ ,
7.  $\{i_7, i_{10}\}$ , 8.  $\{i_7 \pm i_{10}, i_6 + \sigma i_9\}$ , 9.  $\{i_7 \pm i_{10}, i_9\}$ , 10.  $\{i_6, i_9\}$ .

При помощи преобразования  $Adh_9$ , где  $h_9 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ , вектор  $i_6$

переходит в вектор  $i_9$ ,  $i_5$  в  $i_5$ ,  $i_7$  в  $-i_8$ ,  $i_8$  в  $-i_7$ ,  $i_9$  в  $i_6$ ,  $i_{10}$  в  $i_{10}$ . Следовательно, мы можем найти инвариантные двумерные пространства для  $adi_9$  как образы соответствующих инвариантных пространств для  $adi_6$ . Таким образом получается следующая теорема.

**Теорема 2.** Относительно оператора  $adi_9$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_5 \mp \sqrt{1-s\mu}i_7 + \mu i_{10}, -i_8 - si_7 \mp \sqrt{1-s\mu}i_{10}\}, 1-s\mu \geq 0$ , 2.  $\{i_5 \mp i_7, -i_8 \pm i_{10}\}$ ,
3.  $\{i_5 \mp i_7, -i_8 \mp i_{10}\}$ , 4.  $\{i_5 \cdot \lambda i_8, -i_7 + \lambda i_{10}\}$ , 5.  $\{i_5 - \lambda i_8 \mp i_7 \pm \lambda i_{10}, i_9 + si_6\}$ ,
6.  $\{i_5 - \lambda i_8 \mp i_7 \pm \lambda i_{10}, i_6\}$ , 7.  $\{-i_8, i_{10}\}$ , 8.  $\{-i_8 \pm i_{10}, i_9 + \sigma i_6\}$ , 9.  $\{-i_8 \pm i_{10}, i_6\}$ ,
10.  $\{i_6, i_9\}$ .

Рассматривая аналогично оператор  $adi_5$ , приходим к следующей теореме

**Теорема 3.** Относительно оператора  $adi_5$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_7 \pm \sqrt{t\lambda - 1}i_8, i_9 \pm \sqrt{t\lambda - 1}i_7 + ti_8\}, t\lambda - 1 \geq 0$  2.  $\{i_6 + \lambda i_9, i_7 - \frac{1}{\lambda}i_8\}, \lambda \neq 0$
3.  $\{i_6, i_8\}$ , 4.  $\{i_9, i_7\}$ , 5.  $\{i_5, i_{10}\}$ .

В пространстве  ${}^2R_4$  существует принцип двойственности, согласно которому существует следующее соответствие между векторами базиса:  $i_5 \rightarrow i_{10}, i_6 \rightarrow i_6, i_7 \rightarrow i_8, i_8 \rightarrow i_7, i_9 \rightarrow i_9, i_{10} \rightarrow i_5$ . На основании принципа двойственности из теоремы 3 получим следующую теорему.

**Теорема 4.** Относительно оператора  $adi_{10}$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_8 \pm \sqrt{t\lambda - 1}i_7, i_9 \pm \sqrt{t\lambda - 1}i_8 + ti_7\}, t\lambda - 1 \geq 0$  2.  $\{i_6 + \lambda i_9, i_8 - \frac{1}{\lambda}i_7\}, \lambda \neq 0$
3.  $\{i_6, i_7\}$ , 4.  $\{i_9, i_8\}$ , 5.  $\{i_5, i_{10}\}$ .

Перейдем к новому базису  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$  алгебры Ли  $\bar{H}$  по формулам:  $q_1 = i_6, q_2 = i_9, q_3 = i_5 + i_7, q_4 = i_8 + i_{10}, q_5 = i_5 - i_7, q_6 = i_8 - i_{10}$ . Будем находить двумерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$  инвариантные относительно  $adq_5$  в новом базисе, в котором системы инвариантности имеют более простой вид. Решая системы инвариантности, получим следующую теорему.

**Теорема 5.** Относительно оператора  $ad(i_5 - i_7)$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_9 + \sigma(i_8 - i_{10}), i_5 - i_7 + \frac{1}{\lambda}(i_8 - i_{10})\}$ , 2.  $\{i_6 + \sigma(i_5 - i_7), i_8 - i_{10}\}$ ,
3.  $\{i_9 + \nu(i_8 - i_{10}), i_5 - i_7\}$ , 4.  $\{i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}$ .

Отсюда на основании принципа двойственности получим следующую теорему.

**Теорема 6.** Относительно оператора  $ad(i_8 - i_{10})$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_9 + \sigma(i_7 - i_5), i_{10} - i_8 + \frac{1}{\lambda}(i_7 - i_5)\}$ , 2.  $\{i_6 + \sigma(i_{10} - i_8), i_7 - i_5\}$ ,
3.  $\{i_9 + \nu(i_7 - i_5), i_{10} - i_8\}$ , 4.  $\{i_{10} - i_8, i_7 - i_5\}$ .

Для оператора  $ad(i_5 + i_{10})$  получим следующую теорему.

**Теорема 7.** Относительно оператора  $ad(i_5 + i_{10})$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$ :

1.  $\{i_6 - i_9, i_7 + i_8\}$ , 2.  $\{i_6 + i_9 + \mu i_7 - \mu i_8 + \sigma i_{10}, i_5 + si_{10}\}$ ,

3.  $\{i_6 + i_9 + \mu i_7 - \mu i_8 + \sigma i_5, i_{10}\}$ , 4.  $\{i_7 - i_8 + \mu i_{10}, i_5 + \nu i_{10}\}$ , 5.  $\{i_7 - i_8 + \mu i_5, i_{10}\}$ ,  
6.  $\{i_5, i_{10}\}$ .

При помощи преобразования  $Adg_4$ , где  $g_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ , вектор  $i_5$

переходит в вектор  $i_5$ ,  $i_6$  в  $i_6$ ,  $i_7$  в  $-i_7$ ,  $i_8$  в  $i_8$ ,  $i_9$  в  $-i_9$ ,  $i_{10}$  в  $-i_{10}$ . Следовательно, мы можем найти инвариантные двумерные пространства для  $ad(i_5 - i_{10})$  как образы соответствующих инвариантных пространств для  $ad(i_5 + i_{10})$ . Таким образом, получим следующую теорему.

**Теорема 8.** Относительно оператора  $ad(i_5 - i_{10})$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_6 + i_9, i_8 - i_7\}$ , 2.  $\{i_6 - i_9 - \mu i_7 - \mu i_8 - \sigma i_{10}, i_5 - s i_{10}\}$ ,  
3.  $\{i_6 - i_9 - \mu i_7 - \mu i_8 + \sigma i_5, -i_{10}\}$ , 4.  $\{-i_8 - i_7 - \mu i_{10}, i_5 - \nu i_{10}\}$ , 5.  $\{-i_7 - i_8 + \mu i_5, -i_{10}\}$ ,  
6.  $\{i_5, -i_{10}\}$ .

Перейдем к новому базису  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$  алгебры Ли  $\overline{H}$  по формулам:  $p_1 = i_5, p_2 = i_{10}, p_3 = i_6 + i_9, p_4 = i_6 - i_9, p_5 = i_5 - i_7, p_6 = i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}$ . Будем находить двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ , инвариантные относительно  $adp_3$  в новом базисе, в котором системы инвариантности имеют более простой вид. Решая системы инвариантности, получим следующую теорему.

**Теорема 9.** Относительно оператора  $ad(i_6 + i_9)$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\left\{i_5 - i_{10}, i_5 - i_7 + \frac{1}{2}(i_8 - i_{10})\right\}$ ,  
2.  $\left\{(1 + \sigma)i_5 + (\mu + \nu)i_6 - \sigma(i_7 + i_8) + (\mu - \nu)i_9 + (1 + \sigma)i_{10}, i_5 - i_7 + \frac{1}{2}(i_8 - i_{10})\right\}$ ,  
3.  $\{(1 + \sigma)i_5 + \nu i_6 - \sigma(i_7 + i_8) - \nu i_9 + (1 + \sigma)i_{10}, t i_5 + (1 + s)i_6 - t(i_7 + i_8) + (1 - s)i_9 + t i_{10}\}$ ,  
4.  $\{(1 + \sigma)i_5 + \nu i_6 - \sigma(i_7 + i_8) - \nu i_9 + (1 + \sigma)i_{10}, s i_5 + i_6 - s(i_7 + i_8) - i_9 + s i_{10}\}$ ,  
5.  $\{i_5 + (\nu + \sigma)i_6 + (\nu - \sigma)i_9 + i_{10}, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ ,  
6.  $\left\{i_5 - i_7 + \frac{1}{2}(i_8 - i_{10}), t i_5 + (1 + s)i_6 - t(i_7 + i_8) + (1 - s)i_9 + t i_{10}\right\}$ ,  
7.  $\left\{i_5 - i_7 + \frac{1}{2}(i_8 - i_{10}), i_6 + i_9 + s(i_5 - i_7 - i_8 + i_{10})\right\}$ , 8.  $\{i_5 - i_7, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ ,  
9.  $\{i_6 + i_9 + \lambda(i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}), i_6 - i_9 + s(i_5 - i_7 - i_8 + i_{10})\}$ ,  
10.  $\{(1 + \lambda)i_6 + (1 - \lambda)i_9, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ , 11.  $\{i_6 + i_9, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ .

При помощи преобразования  $Adh_{11}$ , где  $h_{11} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , вектор  $i_5$

переходит в вектор  $i_5$ ,  $i_6$  в  $i_8$ ,  $i_7$  в  $i_9$ ,  $i_8$  в  $-i_6$ ,  $i_9$  в  $-i_7$ ,  $i_{10}$  в  $i_{10}$ . Следовательно, мы можем

найти инвариантные двумерные пространства для  $ad(i_7 - i_8)$  как образы соответствующих инвариантных пространств для  $ad(i_6 + i_9)$ . Таким образом, получим следующую теорему.

**Теорема 10.** Относительно оператора  $ad(i_7 - i_8)$  инвариантны только следующие двумерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\left\{ i_5 - i_{10}, i_5 - i_9 + \frac{1}{2}(-i_6 - i_{10}) \right\}$ ,
2.  $\left\{ (1 + \sigma)i_5 + (\mu + \nu)i_8 - \sigma(i_9 - i_6) - (\mu - \nu)i_7 + (1 + \sigma)i_{10}, i_5 - i_9 + \frac{1}{2}(-i_6 - i_{10}) \right\}$ ,
3.  $\left\{ (1 + \sigma)i_5 + \nu i_8 - \sigma(i_9 - i_6) + \nu i_7 + (1 + \sigma)i_{10}, ti_5 + (1 + s)i_8 - t(i_9 - i_6) - (1 - s)i_7 + ti_{10} \right\}$ ,
4.  $\left\{ (1 + \sigma)i_5 + \nu i_8 - \sigma(i_9 - i_6) + \nu i_7 + (1 + \sigma)i_{10}, si_5 + i_8 - s(i_9 - i_6) + i_7 + si_{10} \right\}$ ,
5.  $\left\{ i_5 + (\nu + \sigma)i_8 - (\nu - \sigma)i_7 + i_{10}, i_5 - i_9 + i_6 + i_{10} \right\}$ ,
6.  $\left\{ i_5 - i_9 + \frac{1}{2}(-i_6 - i_{10}), ti_5 + (1 + s)i_8 - t(i_9 - i_6) - (1 - s)i_7 + ti_{10} \right\}$ ,
7.  $\left\{ i_5 - i_9 + \frac{1}{2}(-i_6 - i_{10}), i_8 - i_7 + s(i_5 - i_9 + i_6 + i_{10}) \right\}$ , 8.  $\left\{ i_5 - i_9, i_5 - i_9 + i_6 + i_{10} \right\}$ ,
9.  $\left\{ i_8 - i_7 + \lambda(i_5 - i_9 + i_6 + i_{10}), i_8 + i_7 + s(i_5 - i_9 + i_6 + i_{10}) \right\}$ ,
10.  $\left\{ (1 + \lambda)i_8 - (1 - \lambda)i_7, i_5 - i_9 + i_6 + i_{10} \right\}$ , 11.  $\left\{ i_8 - i_7, i_5 - i_9 + i_6 + i_{10} \right\}$ .

Вернемся к вопросу редуцируемости четырехмерных подалгебр. Рассмотрим подалгебру  $\overline{G_{36}} = \{i_6, i_9, i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}$ . Тогда из теоремы 5 и теоремы 6 следует, что для  $ad(i_5 - i_7)$  и  $ad(i_8 - i_{10})$  инвариантным является только следующее двумерное пространство  $\{i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}$ , которое не является дополнительным к алгебре  $\overline{G_{36}}$ . Следовательно, получена теорема.

**Теорема 11.** Однородное пространство  $H/G_{36}$  не является редуцированным.

Рассмотрим подалгебру  $\overline{G_{37}} = \{i_6, i_9, i_5 - i_{10}, i_7 - i_8\}$ . Из теоремы 8 и теоремы 1 следует, что для  $ad(i_5 - i_{10})$  и  $adi_6$  одновременно инвариантным является только следующее двумерное пространство  $\{i_5 + i_{10}, i_7 + i_8\}$ , которое является дополнительным к алгебре  $\overline{G_{37}}$ . Это же пространство инвариантно и относительно  $adi_9$ , и  $ad(i_7 - i_8)$ . Следовательно, получена теорема.

**Теорема 12.** Однородное пространство  $H/G_{37}$  является редуцированным. Единственным редуцированным дополнением  $\overline{G_{37}}$  в алгебре Ли  $\overline{H}$  является подпространство  $\{i_5 + i_{10}, i_7 + i_8\}$ .

Рассмотрим подалгебру  $\overline{G_{38}} = \{i_5 - i_7, i_5 - i_{10}, i_6 + i_9, i_7 - i_8\}$ . Из теоремы 5 и теоремы 8 следует, что у операторов  $ad(i_5 - i_7)$  и  $ad(i_5 - i_{10})$  нет общих инвариантных двумерных подпространств алгебры Ли  $\overline{H}$ . Поэтому алгебра Ли  $\overline{G_{38}}$  не имеет в алгебре Ли  $\overline{H}$  редуцированных дополнений. Таким образом, получим теорему.

**Теорема 13.** Однородное пространство  $H/G_{38}$  не является редуцированным.

Рассмотрим подалгебру  $\overline{G_{39}} = \{i_5, i_{10}, i_6 + i_9, i_7 - i_8\}$ . Из теоремы 3 и теоремы 4 следует, что для  $adi_5$  и  $adi_{10}$  одновременно инвариантным является только следующее

двумерное пространство  $\{i_6 - i_9, i_7 + i_8\}$ , которое является дополнительным к алгебре  $\overline{G_{39}}$ . Это же пространство инвариантно и относительно  $ad(i_6 + i_9)$ , и  $ad(i_7 - i_8)$ . Следовательно, получена теорема.

**Теорема 14.** Однородное пространство  $H/G_{39}$  является редуцируемым. Единственным редуцируемым дополнением  $\overline{G_{39}}$  в алгебре Ли  $\overline{H}$  является подпространство  $\{i_6 - i_9, i_7 + i_8\}$ .

Итоги исследований подведем в виде следующей теоремы.

**Теорема 15.** Однородные пространства  $H/G_{37}$ ,  $H/G_{39}$  являются редуцируемыми. Редуцируемым дополнением в алгебре Ли  $\overline{H}$  для подалгебры Ли  $\overline{G_{37}}$  является только пространство  $\{i_5 + i_{10}, i_7 + i_8\}$ , для подалгебры Ли  $\overline{G_{39}}$  только пространство  $\{i_6 - i_9, i_7 + i_8\}$ . Одномерные пространства  $H/G_{36}$ ,  $H/G_{38}$  не являются редуцируемыми.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т. 1. – 343 с.
2. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т. 2. – 413 с.
3. Лумисте, Ю. Связности в главных расслоениях / Ю. Лумисте // I респ. конф. математиков Беларуси : науч. тр. – Минск, 1965. – С. 247–258.
4. Юдов, А.А. Подгруппы группы движений четырехмерного псевдоевклидова пространства нулевой сигнатуры / А.А. Юдов // Вестник Белорусского ун-та. Сер. 1. 1977. – № 1. – С. 16–21.
5. Пугач, Н.В. Исследование однородных пространств со структурной группой  $G$  движений пространства  ${}^2R_4$  / Н.В. Пугач // Информационные технологии управления в экономике – 2006 : материалы респ. науч.-практ. конф., Брест, 25–26 апреля 2006 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. С.А. Тузика, редкол. : В.Я. Асанович [и др.]. – Брест, 2006. – С. 125–128.
6. Троцюк, С.А. О редуцируемых однородных пространствах, связанных с группой движений пространства  ${}^2R_4$  / С.А. Троцюк // Информационные технологии управления в экономике – 2005 : материалы респ. науч.-практ. конф., Брест, 24–26 мая 2005 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. С.А. Тузика, редкол. : В.Я. Асанович [и др.]. – Брест, 2005. – С. 83–85.

#### ***N.V. Pugach, A.A. Yudov. Research and Classification of Reduction Homogeneous Spaces with Group of Rotations of Space ${}^2R_4$ with Four-dimensional Groups of Stationarity***

Four-dimensional sub-groups of group  $G$  of rotation of space  ${}^2R_4$  and corresponding homogeneous spaces are viewed in the article. Homogenous spaces with fundamental  $G$  – group of motions of 4 – dimension pseudoeuclidous space  ${}^2R_4$  are being dealt with. Among all these homogenous spaces reduction homogenous spaces exist.



УДК 519.24

**Т.В. Цеховая****АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ  
ОЦЕНКИ ВАРИОГРАММЫ**

Построена оценка вариограммы внутренне стационарного гауссовского случайного процесса с непрерывным временем. Найдены выражения для первых двух моментов и семиинвариантов высших порядков исследуемой статистики. При условии, что ряд из семивариограмм абсолютно сходится, исследовано асимптотическое поведение ковариации, дисперсии и семиинвариантов высших порядков оценки вариограммы. Найдено предельное распределение изучаемой статистики.

В настоящее время проблема построения и изучения статистических свойств оценок основных характеристик временных рядов является достаточно актуальной [1–6]. Интерес представляет статистический анализ оценок ковариационной функции и вариограммы, поскольку они являются функциями, определяющими зависимость между наблюдениями временного ряда.

При решении многих прикладных задач исследователи пытаются свести изучение исходных наблюдений к теории нормальных случайных процессов. Это связано с тем, что вышеуказанная теория разработана наиболее полно. Заметим также, что гауссовские случайные процессы принадлежат классу внутренне стационарных случайных процессов, которые адекватно описывают многие математические модели в геологии, экологии, эпидемиологии и т. д.

Случайный процесс  $X(s)$ ,  $s \in R = (-\infty, +\infty)$ , называется внутренне стационарным, если справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned} M\{X(s_1) - X(s_2)\} &= 0, \\ D\{X(s_1) - X(s_2)\} &= 2\gamma(s_1 - s_2), \end{aligned}$$

где  $2\gamma(s_1 - s_2)$  – вариограмма рассматриваемого процесса,  $s_1, s_2 \in R$ . Заметим, что функция  $\gamma(s)$ ,  $s \in R$ , называется семивариограммой.

В данной работе обобщаются вопросы исследования статистических свойств оценок вариограммы нормальных случайных процессов, рассмотренные в [3; 5].

Пусть  $X(s)$ ,  $s \in R$  – внутренне стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, дисперсией  $\sigma^2$  и неизвестной вариограммой

$$2\gamma(h) = D\{X(s+h) - X(s)\}, \quad s, h \in R.$$

Заметим, что

$$\{X(s+h) - X(s)\}^2 = 2\gamma(h) \cdot \chi_1^2,$$

где  $\chi_1^2$  – случайная величина, распределенная по закону *хи-квадрат* с одной степенью свободы. Легко показать, что

$$\begin{aligned} M\{X(s+h) - X(s)\}^2 &= 2\gamma(h), \\ D\{X(s+h) - X(s)\}^2 &= 2\{2\gamma(h)\}^2. \end{aligned}$$

Предположим далее, что  $X(1), \dots, X(n)$  –  $n$  последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за процессом  $X(s)$ ,  $s \in R$ . В качестве оценки вариограммы рассмотрим статистику вида

$$2\tilde{\gamma}(h) = \frac{1}{n-h} \sum_{s=1}^{n-h} (X(s+h) - X(s))^2, \quad (1)$$

$h = \overline{0, n-1}$ . Положим  $\tilde{\gamma}(-h) = \tilde{\gamma}(h)$ ,  $h = \overline{0, n-1}$ , и  $\tilde{\gamma}(h) = 0$  для  $|h| \geq n$ .

Найдем выражения для первых двух моментов оценки вариограммы (1).

**Теорема 1.** Для оценки  $2\tilde{\gamma}(h)$ , заданной равенством (1), имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} M\{2\tilde{\gamma}(h)\} &= 2\gamma(h), \\ \text{cov}\{2\tilde{\gamma}(h_1), 2\tilde{\gamma}(h_2)\} &= \\ &= \frac{2}{(n-h_1)(n-h_2)} \sum_{t=1}^{n-h_1} \sum_{s=1}^{n-h_2} \{\gamma(t+h_1-s) + \gamma(t-s-h_2) - \gamma(t+h_1-s-h_2) - \gamma(t-s)\}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$D\{2\tilde{\gamma}(h)\} = \frac{2}{(n-h)^2} \sum_{t,s=1}^{n-h} \{\gamma(t-s+h) + \gamma(t-s-h) - 2\gamma(t-s)\}^2, \quad (3)$$

где  $\gamma(h)$ ,  $h \in R$  – семивариограмма процесса  $X(s)$ ,  $s \in R$ ,  $h, h_1, h_2 = \overline{0, n-1}$ .

Доказательство. Из определения вариограммы и свойств математического ожидания первое утверждение теоремы вытекает очевидным образом:

$$M\{2\tilde{\gamma}(h)\} = \frac{1}{n-h} \sum_{s=1}^{n-h} M(X(s+h) - X(s))^2 = \frac{1}{n-h} \sum_{s=1}^{n-h} 2\gamma(h) = 2\gamma(h).$$

Используя определение ковариации, подставляя вместо  $2\tilde{\gamma}(h)$  ее выражение в явном виде, запишем

$$\text{cov}\{2\tilde{\gamma}(h_1), 2\tilde{\gamma}(h_2)\} = \frac{1}{(n-h_1)(n-h_2)} \sum_{t=1}^{n-h_1} \sum_{s=1}^{n-h_2} \text{cov}\{(X(t+h_1) - X(t))^2, (X(s+h_2) - X(s))^2\}.$$

Учитывая определение коэффициента корреляции, утверждения лемм 1 [4, с. 78] и 3 [4, с. 79], получим

$$\begin{aligned} &\text{cov}\{2\tilde{\gamma}(h_1), 2\tilde{\gamma}(h_2)\} = \\ &= \frac{1}{(n-h_1)(n-h_2)} \sum_{t=1}^{n-h_1} \sum_{s=1}^{n-h_2} \text{corr}\{(X(t+h_1) - X(t))^2, (X(s+h_2) - X(s))^2\} \times \\ &\quad \times \sqrt{D(X(t+h_1) - X(t))^2 D(X(s+h_2) - X(s))^2} = \\ &= \frac{2\{2\gamma(h_1)\}\{2\gamma(h_2)\}}{(n-h_1)(n-h_2)} \sum_{t=1}^{n-h_1} \sum_{s=1}^{n-h_2} \left\{ \frac{\gamma(t+h_1-s) + \gamma(t-s-h_2) - \gamma(t+h_1-s-h_2) - \gamma(t-s)}{\sqrt{2\gamma(h_1)}\sqrt{2\gamma(h_2)}} \right\}^2, \end{aligned}$$

откуда следует требуемое равенство (2) для ковариации.

Соотношение (3) для дисперсии оценки вариограммы  $2\tilde{\gamma}(h)$  нетрудно получить из (2), если положить  $h_1 = h_2 = h$ . Таким образом,

$$\begin{aligned} D\{2\tilde{\gamma}(h)\} &= \frac{2\{2\gamma(h)\}^2}{(n-h)^2} \sum_{t,s=1}^{n-h} \left\{ \frac{\gamma(t-s+h) + \gamma(t-s-h) - 2\gamma(t-s)}{2\gamma(h)} \right\}^2 = \\ &= \frac{2}{(n-h)^2} \sum_{t,s=1}^{n-h} \{\gamma(t-s+h) + \gamma(t-s-h) - 2\gamma(t-s)\}^2. \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Нетрудно видеть, что статистика (1) является несмещенной оценкой для вариограммы  $2\gamma(h)$ .

Исследуем асимптотическое поведение моментов второго порядка построенной оценки  $2\tilde{\gamma}(h)$ ,  $h = \overline{0, n-1}$ .

**Теорема 2.** Если имеет место соотношение

$$\sum_{h=-\infty}^{+\infty} |\gamma(h)| < \infty, \quad (4)$$

то

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \min\{h_1, h_2\}) \text{cov}\{2\tilde{\gamma}(h_1), 2\tilde{\gamma}(h_2)\} = \\ & = 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \{\gamma(m - h_2) + \gamma(m + h_1) - \gamma(m + h_1 - h_2) - \gamma(m)\}^2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - h) D\{2\tilde{\gamma}(h)\} = 2 \left[ (2\gamma(h))^2 + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} \{\gamma(m - h) + \gamma(m + h) - 2\gamma(m)\}^2 \right], \quad (6)$$

где  $\gamma(h)$ ,  $h \in R$  – семивариограмма процесса  $X(s)$ ,  $s \in R$ ,  $h, h_1, h_2 = \overline{0, n-1}$ .

Доказательство. Рассмотрим равенство (2). Пусть  $h_1 > h_2$ . Сделаем замену переменных:  $t = t$ ,  $t - s = m$ , тогда

$$\begin{aligned} \text{cov}\{2\tilde{\gamma}(h_1), 2\tilde{\gamma}(h_2)\} &= \frac{2}{n - h_2} \left[ \sum_{m=-(n-h_2-1)}^{n-h_1-1} \{\gamma(m + h_1) + \gamma(m - h_2) - \gamma(m + h_1 - h_2) - \gamma(m)\}^2 - \right. \\ & \left. - \frac{2}{n - h_1} \sum_{m=1}^{n-h_1-1} m \{\gamma(m + h_1) + \gamma(m - h_2) - \gamma(m + h_1 - h_2) - \gamma(m)\}^2 \right]. \end{aligned}$$

Аналогично рассуждаем для случая  $h_1 < h_2$ .

$$\begin{aligned} \text{cov}\{2\tilde{\gamma}(h_1), 2\tilde{\gamma}(h_2)\} &= \frac{2}{n - h_1} \left[ \sum_{m=-(n-h_2-1)}^{n-h_1-1} \{\gamma(m + h_1) + \gamma(m - h_2) - \gamma(m + h_1 - h_2) - \gamma(m)\}^2 + \right. \\ & \left. + \frac{2}{n - h_2} \sum_{m=-(n-h_2-1)}^{-1} m \{\gamma(m + h_1) + \gamma(m - h_2) - \gamma(m + h_1 - h_2) - \gamma(m)\}^2 \right]. \end{aligned}$$

Объединяя полученные результаты, учитывая (4), вытекает требуемое предельное соотношение (5) для ковариации.

Равенство (6) для дисперсии оценки вариограммы  $2\tilde{\gamma}(h)$  нетрудно получить из (5), если положить  $h_1 = h_2 = h$ .

**Следствие.** Из теоремы 2 вытекает, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} D\{2\tilde{\gamma}(h)\} = 0$ ,  $h = \overline{0, n-1}$ .

В силу первого утверждения теоремы 1 и вышеуказанного следствия получаем, что  $2\tilde{\gamma}(h)$  является состоятельной в среднеквадратическом смысле оценкой для вариограммы  $2\gamma(h)$ ,  $h \in R$ .

Исследуем асимптотическое поведение семиинвариантов высших порядков статистики (1).

**Теорема 3.** Пусть справедливо (4), тогда для оценки  $2\tilde{\gamma}(h)$ ,  $h = \overline{0, n-1}$ , задаваемой равенством (1), имеет место

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{cum}\{2\tilde{\gamma}(h_1), \dots, 2\tilde{\gamma}(h_p)\} = 0, \quad (7)$$

$h_j = \overline{0, n-1}$ ,  $j = 1, p$ ,  $p > 2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

Доказательство. Используя свойства смешанных семиинвариантов из [2, с. 22], имеем

$$\begin{aligned} \text{cum}\{2\tilde{\gamma}(h_1), \dots, 2\tilde{\gamma}(h_p)\} &= \left[ \prod_{j=1}^p (n-h_j) \right]^{-1} \times \\ &\times \sum_{s_1=1}^{n-h_1} \dots \sum_{s_p=1}^{n-h_p} \text{cum}\{(X(s_1+h_1) - X(s_1))^2, \dots, (X(s_p+h_p) - X(s_p))^2\} = \\ &= \left[ \prod_{j=1}^p (n-h_j) \right]^{-1} \sum_{s_1=1}^{n-h_1} \dots \sum_{s_p=1}^{n-h_p} \sum_{i_1, \dots, i_p=0}^2 m_{i_1} \dots m_{i_p} \times \\ &\times \text{cum}\left\{ X\left(s_1 + \left\lfloor \frac{i_1}{2} \right\rfloor h_1\right) X\left(s_1 + \left\lfloor \frac{i_1+1}{2} \right\rfloor h_1\right), \dots, X\left(s_p + \left\lfloor \frac{i_p}{2} \right\rfloor h_p\right) X\left(s_p + \left\lfloor \frac{i_p+1}{2} \right\rfloor h_p\right) \right\}, \end{aligned}$$

где

$$m_{i_j} = \begin{cases} 1, & i_j = 0; 2, \\ -2, & i_j = 1, \end{cases}$$

$j = \overline{1, p}$ ,  $\left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor$  – целая часть числа  $\frac{i}{2}$ .

Тогда на основании теоремы 2.3.2 [1] запишем

$$\begin{aligned} \text{cum}\{2\tilde{\gamma}(h_1), \dots, 2\tilde{\gamma}(h_p)\} &= \left[ \prod_{j=1}^p (n-h_j) \right]^{-1} \sum_{\bigcup_{q=1}^M D_q = D} \sum_{s_1=1}^{n-h_1} \dots \sum_{s_p=1}^{n-h_p} \sum_{i_1, \dots, i_p=0}^2 m_{i_1} \dots m_{i_p} \times \\ &\times \prod_{q=1}^M \text{cum}\left\{ X\left(s_t + \left\lfloor \frac{i_t - 1 + r}{2} \right\rfloor h_t\right); (t, r) \in D_q \right\}, \end{aligned}$$

где суммирование ведется по всем неразложимым разбиениям  $D_q$  множества

$$D = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), \dots, (p,1), (p,2)\},$$

$$\text{cum}\left\{ X\left(s_t + \left\lfloor \frac{i_t - 1 + r}{2} \right\rfloor h_t\right); (t, r) \in D_q \right\}$$

означает смешанный семиинвариант от

$$X\left(s_t + \left\lfloor \frac{i_t - 1 + r}{2} \right\rfloor h_t\right)$$

с индексами  $(t, r) \in D_q$ ,  $t = \overline{1, p}$ ,  $r = \overline{1, 2}$ ,  $\bigcup_{q=1}^M D_q = D$ ,  $M = \overline{1, 2, p}$ .

Учитывая тот факт, что семиинварианты порядка  $p$ ,  $p > 2$ , гауссовских случайных процессов равны нулю, запишем

$$\begin{aligned} \text{cum}\{2\tilde{\gamma}(h_1), \dots, 2\tilde{\gamma}(h_p)\} &= \left[ \prod_{j=1}^p (n-h_j) \right]^{-1} \sum_{\bigcup_{q=1}^p D'_q = D} \sum_{s_1=1}^{n-h_1} \dots \sum_{s_p=1}^{n-h_p} \sum_{i_1, \dots, i_p=0}^2 m_{i_1} \dots m_{i_p} \times \\ &\times \prod_{q=1}^p \text{cov}\left\{ X\left(s_t + \left\lfloor \frac{i_t - 1 + r}{2} \right\rfloor h_t\right); (t, r) \in D'_q \right\}, \end{aligned}$$

где суммирование ведется по всем неразложимым разбиениям

$$D'_q = \{(t_1, r_1), (t_2, r_2)\}$$

множества  $D = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), \dots, (p,1), (p,2)\}$ ,  $t_1, t_2 = \overline{1, p}$ ,  $r_1, r_2 = \overline{1, 2}$ ,

$$\text{cov}\left\{X\left(s_t + \left[\frac{i_t - 1 + r}{2}\right]h_t\right); (t, r) \in D'_q\right\}$$

означает ковариацию

$$X\left(s_t + \left[\frac{i_t - 1 + r}{2}\right]h_t\right)$$

с индексами  $(t, r) \in D'_q$ ,  $t = \overline{1, p}$ ,  $r = \overline{1, 2}$ ,  $\bigcup_{q=1}^p D'_q = D$ .

Применяя связывающее соотношение

$$\gamma(h) = R(0) - R(h), h \in R$$

между ковариационной функцией  $R(h)$ ,  $h \in R$  и семивариограммой  $\gamma(h)$ ,  $h \in R$  стационарного в широком смысле случайного процесса, учитывая (4), получаем требуемое предельное равенство (7).

Найдем асимптотическое распределение оценки  $2\tilde{\gamma}(h)$ ,  $h = \overline{0, n-1}$ .

**Теорема 4.** При выполнении условия (4) оценка  $2\tilde{\gamma}(h)$ , задаваемая равенством (1), имеет асимптотически нормальное распределение с математическим ожиданием, равным  $2\gamma(h)$ , и предельной ковариационной структурой, удовлетворяющей соотношению (5).

Доказательство. Ранее показано, что  $M\{2\tilde{\gamma}(h)\} = 2\gamma(h)$ ,  $h = \overline{0, n-1}$  и ковариация построенной оценки (1) вариограммы удовлетворяет предельному равенству (5). Поскольку справедливо соотношение (7), то окончательное доказательство теоремы следует из теоремы 1.2 [2, с. 30].

*Исследования поддержаны Белорусским Республиканским Фондом фундаментальных исследований, грант № Ф07М-206.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. – М. : Мир, 1980. – 536 с.
2. Труш, Н.Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н.Н. Труш. – Минск : Белгосуниверситет, 1999. – 218 с.
3. Труш, Н.Н. Исследование статистических свойств оценок вариограммы и ковариационной функции / Н.Н. Труш, Т.В. Цеховая // Вести НАН Беларуси. Сер.1. – 2001. – №2. – С. 24–29.
4. Цеховая, Т.В. Первые два момента оценки вариограммы гауссовского случайного процесса / Т.В. Цеховая // Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры : матер. междунар. математич. конф., 5–8 окт. 2005 г – Брест, 2005. – Ч. 2. – С. 78–82.
5. Cressie, N. Fitting variogram models by weighted least squares / N. Cressie // Journal Inter. Assoc. Mathematical Geology. – 1985. – Vol. 17, № 5. – P. 563–586.

6. Davis, B.M. Some Exact Sampling Distributions for Variogram Estimators / B.M. Davis, L.E. Borgman // Journal Inter. Assoc. Mathematical Geology. – 1979. – Vol. 11, № 6. – P. 643–653.

***T.V. Tsekhavaya. Limiting Distribution of Variogram Estimator***

The paper deals with the problem of a statistical analysis of time series connected with the estimation of variogram. The limiting expressions of the first two moments and the higher order cumulants of the classical variogram estimator of Gaussian intrinsically stationary stochastic process with continuous time are presented. These expressions are then used to prove the theorem concerning the asymptotic distribution of the variogram estimator.

УДК 517.9

**А.В. Чичурин**

## О СУЩЕСТВОВАНИИ ОБЩИХ ИНТЕГРАЛОВ СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ У УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ ПЕРВОГО РОДА

Рассматривается метод построения общего интеграла специальной формы для нелинейного дифференциального уравнения второго порядка. Получены два коэффициентных соотношения, при выполнении которых рассматриваемое уравнение имеет заданный общий интеграл. Существует редукция, позволяющая свести нелинейное уравнение второго порядка к уравнению Абеля первого рода. Для этого уравнения также приводятся коэффициентные соотношения, позволяющие построить его общий интеграл. Рассмотрены два примера, иллюстрирующие приводимую технику. Указана идея обобщения данного метода на дифференциальные уравнения более высоких порядков.

В работе [1] был приведен метод построения нелинейного дифференциального уравнения второго порядка, общий интеграл которого имеет специальный вид. В данной статье приводится модернизация этого метода и строятся примеры. В первую очередь отметим, что полученные результаты используются затем для интегрирования уравнения Абеля первого рода [2]. Отыскание коэффициентных соотношений, при выполнении которых уравнение Абеля интегрируется в замкнутой форме важно не только с теоретической точки зрения, но и с точки зрения многочисленных приложений этого уравнения. Некоторые такие приложения приведены в работах [2–5]. Сама постановка задачи является классической. Например, в работе [6] приведена следующая ее формулировка: «Задавая вид дифференциального уравнения, необходимо искать для этого уравнения различные формы общего интеграла и условия существования этих форм».

Рассмотрим следующую функцию

$$\varphi_3(x) = C_1 \varphi_1(x) \exp(\lambda_1 y(x)) + C_2 \varphi_2(x) \exp(\lambda_2 y(x)), \quad (1)$$

где  $C_i$  ( $i = 1, 2$ ) – произвольные постоянные,  $\varphi_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) – произвольные, отличные от нуля, аналитические функции;  $\lambda_1, \lambda_2$  – некоторые постоянные.

Сформулируем следующую задачу: найти дифференциальное уравнение второго порядка, общий интеграл которого имеет вид (1). Сведем построенное уравнение второго порядка к уравнению Абеля и установим для последнего вид общего интеграла.

**Теорема 1.** Уравнение

$$A y'' + B_0 y'^3 + B_1 y'^2 + B_2 y' + B_3 = 0 \quad (2)$$

имеет общий интеграл вида

$$C_1 \exp(\lambda_1 y - \int \eta dx) + C_2 \exp(\lambda_2 y + \int \xi dx) = 1, \quad (3)$$

если выполняются условия

$$\frac{1}{B_0} [(\lambda_1^2 - \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) A^2 + 3(B_0 B_2 + B_0 A' - A B_0') - B_1^2] = 0, \quad (4)$$

$$(2 \lambda_1^3 - 3 \lambda_1^2 \lambda_2 - 3 \lambda_1 \lambda_2^2 + 2 \lambda_2^3) A^3 - 3(\lambda_1^2 - \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) A^2 B_1 + B_1^3 + 9 B_0 (B_1' A - A' B_1 - 3 B_0 B_3) = 0 \quad (5)$$

и имеют место соотношения

$$\xi = \frac{\lambda_2}{3B_0} (B_1 - (\lambda_2 - 2\lambda_1)A), \quad \eta = \frac{\lambda_1}{3B_0} (-B_1 + (\lambda_1 - 2\lambda_2)A). \quad (6)$$

*Доказательство.* Продифференцируем (1)

$$\varphi_3' = C_1(\lambda_1 \varphi_1 y' + \varphi_1') \exp(\lambda_1 y) + C_2(\lambda_2 \varphi_2 y' + \varphi_2') \exp(\lambda_2 y). \quad (7)$$

Рассмотрим систему уравнений (1), (7), которая, очевидно, является линейной относительно неизвестных  $C_1$  и  $C_2$ . Решая ее, получим

$$C_1 = \frac{\varphi_2 \varphi_3' - \lambda_2 \varphi_2 \varphi_3 y' - \varphi_2' \varphi_3}{\varphi_1' \varphi_2 + (\lambda_1 - \lambda_2) \varphi_1 \varphi_2 y' - \varphi_1 \varphi_2'}, \quad C_2 = \frac{\varphi_1 \varphi_3' - \lambda_1 \varphi_1 \varphi_3 y' - \varphi_1' \varphi_3}{\varphi_1 \varphi_2' + (\lambda_2 - \lambda_1) \varphi_1 \varphi_2 y' - \varphi_2 \varphi_1'}. \quad (8)$$

Продифференцируем (7) и подставим соответственно вместо  $C_1$  и  $C_2$  их значения из (8). После преобразований полученное уравнение примет вид (2), где коэффициенты  $A, B_0, B_1, B_2, B_3$  определяются согласно формулам

$$\begin{aligned} A &\equiv \lambda_1 \varphi_1 \varphi_2' \varphi_3 - \varphi_2 (\lambda_2 \varphi_1' \varphi_3 + (\lambda_1 - \lambda_2) \varphi_1 \varphi_3'), & B_0 &= \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 - \lambda_2) \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3, \\ B_1 &= 2\lambda_1 \lambda_2 \varphi_3 (\varphi_2 \varphi_1' - \varphi_1 \varphi_2') + \lambda_2^2 \varphi_2 (\varphi_1 \varphi_3' - \varphi_3 \varphi_1') + \lambda_1^2 \varphi_1 (\varphi_3 \varphi_2' - \varphi_2 \varphi_3'), & (9) \\ B_2 &= 2\lambda_2 \varphi_1 \varphi_2' \varphi_3' + \varphi_3 (2(\lambda_1 - \lambda_2) \varphi_1' \varphi_2' + \lambda_2 \varphi_2 \varphi_1'' - \lambda_1 \varphi_1 \varphi_2'') + \varphi_2 (-2\lambda_1 \varphi_1' \varphi_3' + (\lambda_1 - \lambda_2) \varphi_1 \varphi_3''), \\ B_3 &= \varphi_3 (\varphi_1'' \varphi_2' - \varphi_1' \varphi_2'') + \varphi_2 (\varphi_1' \varphi_3'' - \varphi_1'' \varphi_3') + \varphi_1 (\varphi_2'' \varphi_3' - \varphi_2' \varphi_3''). \end{aligned}$$

Иногда уравнение вида (2) называют (см. напр. [7, с. 255]) уравнением геодезических линий.

Введем в рассмотрение функции

$$\xi = \frac{\varphi_2'}{\varphi_2} - \frac{\varphi_3'}{\varphi_3}, \quad \eta = \frac{\varphi_3'}{\varphi_3} - \frac{\varphi_1'}{\varphi_1}, \quad \psi = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3. \quad (10)$$

Учитывая равенства (10), перепишем соотношения (9) в виде

$$\begin{aligned} A &\equiv (\lambda_2 \eta + \lambda_1 \xi) \psi, & B_0 &= \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 - \lambda_2) \psi, \\ B_1 &= (\lambda_2^2 \eta + \lambda_1^2 \xi - 2\lambda_1 \lambda_2 (\eta + \xi)) \psi, & (11) \\ B_2 &= (\lambda_2 (\eta^2 + 2\eta \xi - \eta') - \lambda_1 (2\eta \xi + \xi^2 + \xi')) \psi, \\ B_3 &= (\eta^2 \xi - \xi \eta' + \eta (\xi^2 + \xi')) \psi. \end{aligned}$$

Из второго равенства системы (11) выразим функцию  $\psi$  и подставим в первое и третье уравнения этой системы. Полученная система является линейной относительно переменных  $\xi$  и  $\eta$ . Решим ее относительно этих переменных

$$\xi = \frac{\lambda_2}{3b_0} (A(2\lambda_1 - \lambda_2) + B_1), \quad \eta = \frac{\lambda_1}{3b_0} (A(\lambda_1 - 2\lambda_2) - B_1). \quad (12)$$

Подставим затем функции (12) в четвертое и пятое уравнения системы (11). После преобразований получим соответственно соотношения (4) и (5).

Интеграл (1) можно переписать в виде (3), если воспользоваться первым и вторым уравнениями системы (10). Ч.т.д.

**Теорема 2.** Уравнение Абеля первого рода

$$A z' + B_0 z^3 + B_1 z^2 + B_2 z + B_3 = 0, \quad (13)$$



коэффициенты которого  $A, B_0, B_1, B_2, B_3$  удовлетворяют соотношениям (4), (5), имеет общий интеграл вида

$$z = \frac{e^{\lambda_1 y} \eta - C \xi e^{[\eta dx + \int \xi dx + \lambda_2 y]}}{\lambda_1 e^{\lambda_1 y} + C \lambda_2 e^{[\eta dx + \int \xi dx + \lambda_2 y]}}, \quad (14)$$

где  $C \equiv \frac{C_2}{C_1}$  – произвольная постоянная, переменная  $y$  связана с переменной  $x$  соотношением (3), а функции  $\xi, \eta$  определяются по формулам (6).

*Доказательство.* Следует из доказательства теоремы 1, а именно: применяя к уравнению (2) очевидную замену

$$y' = z, \quad (15)$$

получим уравнение (13).

Дифференцируя затем (3) по  $x$  и подставляя  $y'$  в соотношение (15), получаем общее решение (14) в параметрической форме, в котором  $C \equiv C_1^{-1} C_2$ .

Пример 1. Рассмотрим уравнение (2), у которого коэффициенты  $A, B_0, B_1$  имеют вид

$$A = x, B_0 = \alpha x^\beta, B_1 = \gamma x^\delta \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta - const; \beta \neq 2, \delta \neq \beta - 1). \quad (16)$$

Подставим соотношения (16) в равенства (12) и определим функции  $\xi$  и  $\eta$

$$\xi = \frac{\lambda_2 x^{-\beta} (\gamma x^\delta + (2\lambda_1 - \lambda_2)x)}{3\alpha}, \quad \eta = \frac{\lambda_1 x^{-\beta} ((\lambda_1 - 2\lambda_2)x - \gamma x^\delta)}{3\alpha}. \quad (17)$$

Далее подставляем (16) и (17) в равенства (4) и (5) и получаем уравнения, из которых найдем функции  $B_2, B_3$

$$B_2 = \frac{x^{-\beta} (\gamma^2 x^{2\delta} + 3\alpha(\beta - 1)x^\beta - (\lambda_1^2 - \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2)x^2)}{3\alpha}, \quad (18)$$

$$B_3 = \frac{x^{-2\beta} (\gamma x^\delta (\gamma^2 x^{2\delta} + 9\alpha(\delta - 1)x^\beta + 2\lambda_1^3 x^3 - 3\gamma\lambda_2^2 x^{\delta+2} + 2\lambda_2^3 x^3) + 3\lambda_1\lambda_2(\gamma x^\delta - \lambda_2 x)x^2 - 3\lambda_1^2 x^2(\gamma x^\delta + \lambda_2 x))}{3\alpha}.$$

Учитывая вид функций  $\xi$  и  $\eta$  (17), запишем общий интеграл уравнения (2) с коэффициентами (16), (18)

$$C_1 \exp \left( \lambda_1 y + \frac{\lambda_1 x^{1-\beta} \left( \frac{\gamma x^\delta}{1-\beta+\delta} + \frac{(\lambda_1 - 2\lambda_2)x}{\beta-2} \right)}{3\alpha} \right) + C_2 \exp \left( \lambda_2 y + \frac{\lambda_2 x^{1-\beta} \left( \frac{\gamma x^\delta}{1-\beta+\delta} - \frac{(2\lambda_1 - \lambda_2)x}{\beta-2} \right)}{3\alpha} \right) = 1$$

Пример 2. Рассмотрим уравнение (2), у которого коэффициенты  $A, B_0, B_1$  имеют вид

$$A = x, B_0 = \alpha x^2, B_1 = \gamma x \quad (\alpha, \gamma - const). \quad (19)$$

Подставим соотношения (19) в равенства (12) и определим функции  $\xi$  и  $\eta$

$$\xi = \frac{\lambda_2 x^{-\beta} (\gamma x^\delta + (2\lambda_1 - \lambda_2)x)}{3\alpha}, \quad \eta = \frac{\lambda_1 x^{-\beta} ((\lambda_1 - 2\lambda_2)x - \gamma x^\delta)}{3\alpha}. \quad (20)$$

Далее подставляем (19) в равенства (4) и (5) и получаем уравнения, из которых найдем функции  $B_2, B_3$

$$B_2 = \frac{3\alpha + \gamma^2 - \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2^2}{3\alpha}, \quad (21)$$

$$B_3 = \frac{2\lambda_1^3 + 3\lambda_1(\gamma - \lambda_2)\lambda_2 - 3\lambda_1^2(\gamma + \lambda_2) + (\gamma - \lambda_2)^2(\gamma + 2\lambda_2)}{27\alpha^2 x}.$$

Учитывая вид функций  $\xi$  и  $\eta$  (20), запишем общий интеграл уравнения (2) с коэффициентами (19), (20) в виде

$$C_1 \exp\left(\lambda_1 y + \frac{\lambda_1 \ln x (2\lambda_2 - \lambda_1 + \gamma)}{3\alpha}\right) + C_2 \exp\left(\lambda_2 y + \frac{\lambda_2 \ln x (2\lambda_1 - \lambda_2 + \gamma)}{3\alpha}\right) = 1.$$

Построим несколько интегральных кривых этого семейства. Положим

$$C_1 = 1, C_2 = 2, \alpha = 1, \gamma = 1.$$

И возьмем четыре набора  $(\lambda_1, \lambda_2)$ , соответственно равные наборам

$$(1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2).$$

Соответствующие интегральные кривые  $\gamma_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) будут определяться соответственно соотношениями

$$e^y x^{2/3} (2e^y + x^{2/3}) = 1, \quad e^{-2y} x^{-10/3} (2 + x^2 e^{3y}) = 1, \\ x^{-2} (e^{-y} + 2e^{2y}) = 1, \quad e^y = 2e^{-y} x^{-2/3} + x^{2/3}. \quad (22)$$

Графики этих кривых приведены на рисунке 1. Отметим существование точек неединственности.

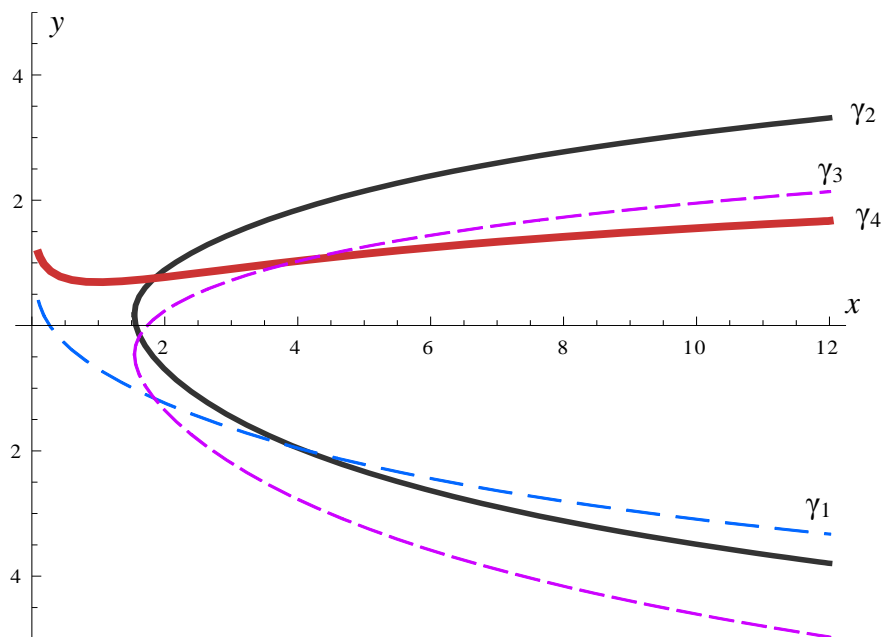


Рисунок 1 – Интегральные кривые, определяемые уравнениями (22)

*Замечание 1.* Известно (например [2 ;4]), что если инвариант Лиувилля

$$I(x) \equiv f_0 + \left( \frac{f_2}{3f_3} \right)' - \frac{f_1}{f_2} + 2 \frac{f_2^2}{27f_3^3}$$

равен нулю, то уравнение Абеля

$$z' = f_3 z^3 + f_2 z^2 + f_1 z + f_0 \tag{23}$$

разрешимо.

Коэффициенты уравнений (13) и (23) связаны соотношениями

$$f_3 \equiv -\frac{B_0}{A}, \quad f_2 \equiv -\frac{B_1}{A}, \quad f_1 \equiv -\frac{B_2}{A}, \quad f_0 \equiv -\frac{B_3}{A}.$$

Учитывая это, можно утверждать, что если

$$I(x) \equiv \left( \frac{B_1}{3B_0} \right)' - \frac{2AB_1^2}{27B_0^3} - \frac{B_2}{B_1} - \frac{B_3}{A} = 0,$$

то уравнение (2) также интегрируется в квадратурах в замкнутом виде.

Обобщим наши рассуждения на уравнения порядка, выше второго. Приведем рассуждения для уравнения третьего порядка. Для этого рассмотрим следующую функцию

$$\varphi_4(x) = F(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, y, C_1, C_2, C_3), \tag{24}$$

где

$$F = C_1 \varphi_1 \exp(\lambda_1 y) + C_2 \varphi_2 \exp(\lambda_2 y) + C_3 \varphi_3 \exp(\lambda_3 y), \tag{25}$$

и  $C_i$  ( $i=1,2,3$ ) – произвольные постоянные,  $\varphi_j$  ( $j=1,4$ ) – произвольные аналитические функции аргумента  $x$ . Найдем  $\varphi_4'(x)$  и  $\varphi_4''(x)$ , продифференцировав (24)

$$\varphi_4' = F'_x, \quad \varphi_4'' = F''_{xx}. \tag{26}$$

Система (24)–(26) является линейной относительно неизвестных  $C_1, C_2, C_3$ . Решим эту систему и подставим найденные значения  $C_1, C_2, C_3$  в уравнение

$$\varphi_4''' = F'''_{xxx}.$$

После выполнения необходимых преобразований, последнее уравнение примет вид

$$(E_2 y'^2 + E_1 y' + E_0) y'''' + (D_1 y' + D_0) y''^2 + \left( \sum_{i=0}^3 B_i y'^i \right) y'' + \sum_{i=0}^6 A_i y'^i = 0, \tag{27}$$

где  $E_2, E_1, E_0, D_1, D_0, B_i$  ( $i=0,3$ ),  $A_i$  ( $i=0,6$ ) – функции от  $\varphi_k(x)$  ( $k=1,2,3,4$ ) и их производных.

*Замечание 2.* Уравнение (27) с помощью замены (15) сводится к уравнению второго порядка вида

$$(E_2 z^2 + E_1 z + E_0) z'' + (D_1 z + D_0) z'^2 + \left( \sum_{i=0}^3 B_i z^i \right) z' + \sum_{i=0}^6 A_i z^i = 0. \tag{28}$$

Таким образом, после получения условий существования интеграла вида (25) для уравнения (27) легко получить условия интегрируемости уравнения (28).

*Замечание 3.* Применяя используемый метод, можно получить дифференциальные уравнения четвертого и более высокого порядков, для которых общий интеграл имеет вид

$$\varphi_{n+1}(x) = \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i(x) \exp(\lambda_i y(x)),$$

где  $\varphi_i(x)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) – произвольные аналитические функции от  $x$ ,  $\lambda_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) – фиксированные постоянные,  $C_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) – произвольные постоянные. При этом получающееся уравнение будет иметь порядок  $n$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукашевич, Н.А. К теории уравнения геодезических линий / Н.А. Лукашевич, А.В. Чичурин // Нелінійні коливання. – 1999. – Т. 2, № 1. – С. 30–35.
2. Зайцев, В.Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин. – М. : Физматлит, 2001. – 576 с.
3. Зайцев, В.Ф. Справочник по нелинейным дифференциальным уравнениям : Приложения в механике, точные решения / В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин. – М. : Наука, 1993. – 462 с.
4. Лукашевич, Н.А. Дифференциальные уравнения первого порядка / Н.А. Лукашевич, А.В. Чичурин. – Минск : БГУ, 1999. – 210 с.
5. Чичурин, А.В. Использование системы *Mathematica* при поиске конструктивных методов интегрирования уравнения Абеля / А.В. Чичурин // Вучонья запискі БрДУ імя А.С. Пушкіна. – 2007. – Т. 3, Ч. 2. – С. 24–38.
6. Коялович, Б.М. Исследования о дифференциальном уравнении  $udy - ydx = Rdx$  / Б.М. Коялович. – СПб. : Типограф. Академии наук, 1894. – 261 с.
7. Бюшгенс, С.С. Дифференциальная геометрия / С.С. Бюшгенс. – М. : ГИТТЛ, 1940. – 300 с.

*A.V. Chichurin. On the Existence of General Integrals of the Special Form for Abel Equation of the First Kind*

**The method of a general integral construction of the special form for the nonlinear differential equation of the second order is considered. Two coefficient conditions are obtained. When these conditions are true, the differential equation has the given general integral. There is a reduction, which allows transforming of the nonlinear equation of the second order into the Abel equation of the first kind. Similar coefficient conditions are also found for the Abel equation. Two examples which illustrate the given method are considered. The idea of generation of the given method on the differential equations of the higher orders is written.**

УДК 539.23

*В.С. Костко*

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ РЕЛЬЕФНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ В СВЕТОЧУВСТВИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ПОЛУПРОВОДНИК – МЕТАЛЛ**

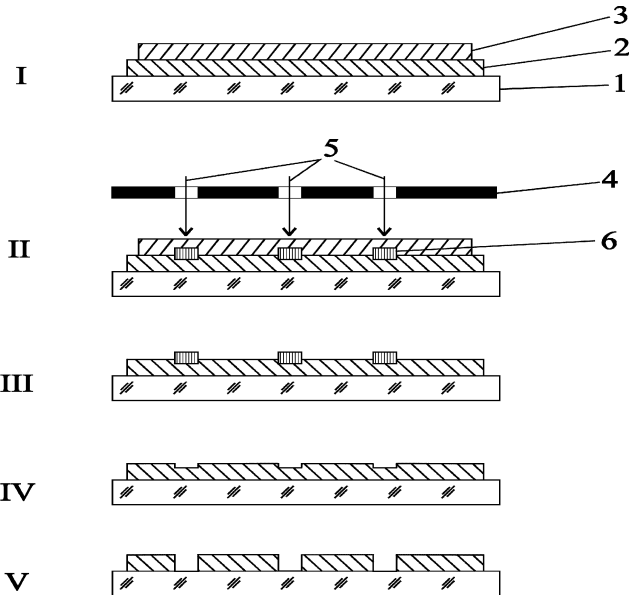
Предлагается способ, который может найти практическое применение в электронной промышленности, вычислительной технике, оплотехнике, литографии, косвенного определения глубины рельефного металлического изображения, образованного в светочувствительной системе полупроводник – металл – диэлектрик, основанный на измерении электрического сопротивления и линейных размеров (длины и ширины) металлического слоя.

Сорок лет назад обнаружен эффект фотографической чувствительности системы полупроводник – металл [1].

При облучении системы полупроводник – металл (поз. I, II рисунок 1) фотоактивным светом 5 через трафарет 4 происходит взаимная диффузия частиц металла и полупроводника [1–6]. Светочувствительная система полупроводник – металл – диэлектрик представляет собой неравновесную систему. Компонентами такой неравновесной системы являются взаимодействующие между собой слои полупроводника, металла и атмосфера. Это взаимодействие, лежащее в основе фотографической чувствительности систем полупроводник – металл – диэлектрик, проявляется во взаимном переносе частиц из металлического и полупроводникового слоев с последующим их химическим взаимодействием. По нашим предположениям, в связи с тем, что приконтактная область полупроводника значительно легирована металлом (это подтверждается проведенными РФС- и оже измерениями), в самом полупроводнике возникают примесные уровни. Возможно, этим объясняется проявление светочувствительности при энергиях падающего излучения, значительно меньших, чем в случае полупроводниковых слоев на диэлектрических подложках. Процесс образования изображения в системе полупроводник – металл – диэлектрик можно разделить на следующие этапы: поглощение света системой и образование носителей заряда; диффузия частиц металла через границу раздела металл – полупроводник, с образованием области легированного полупроводника; диффузия частиц металла и фоторастворение их в слое легированного полупроводника с последующим их взаимодействием с веществом полупроводника; диффузия катионов полупроводника через границу раздела полупроводник – металл и растворение их в слое металла. Подтверждением сказанного являются результаты рентгеноструктурного анализа светочувствительной системы полупроводник ( $\text{SnI}_2$ ) – металл ( $\text{Cd}$ ) – диэлектрик (стекло), подтвердившие взаимное проникновение частиц металла и полупроводника, приводящее к изменению фазового состава [3; 5]. В результате такой взаимной диффузии частиц металла и полупроводника в области облучения системы образуются непроводящие продукты реакции 6 (поз. II рисунок 1).

**Тонкие слои полупроводников 3 (поз. I, рисунок 1), таких, как дийодид свинца, дийодид олова, будучи напыленными (термическим вакуумным напылением) на металлические подложки 2, обладают свойством создавать видимое изображение непосредственно в процессе экспозиции, образуя при этом рельефное металлическое изображение (поз. IV, V рисунок 1) [6].**

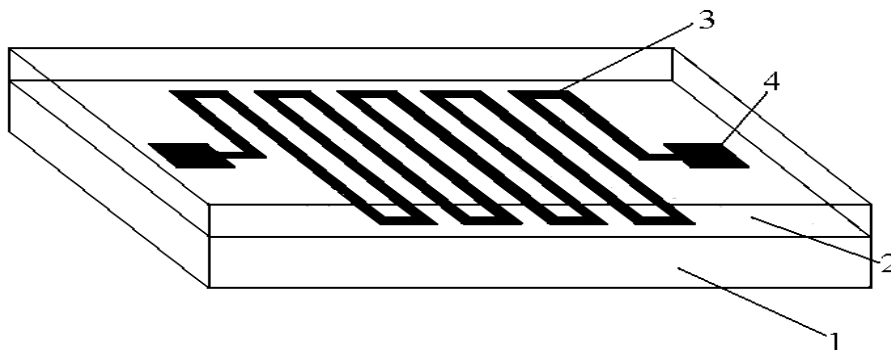
Глубина рельефа металлического слоя, в первую очередь, зависит от энергии падающего излучения и времени облучения, т. е. от экспозиции. Естественно, что для практического использования этого эффекта в электронной промышленности (элементы микросхем, надписи, шкалы, фотошаблоны и т. п.), вычислительной технике (запоминающие устройства), оплотехнике (микрошкалы, указатели и др.), литографии (офсетные формы), глубина образуемого рельефного изображения должна быть контролируемой и прогнозируемой.



**Рисунок 1 – Схема изготовления металлического изображения на диэлектрической поверхности (1 – диэлектрик, 2 – металл, 3 – полупроводник)**

Для определения глубины образовавшегося рельефного изображения предлагается способ, лишенный необходимости измерения толщины металлического слоя механическими или оптическими методами. Кроме того, точность определения глубины образовавшегося рельефного металлического изображения определяется точностью измерения электрического сопротивления, длины и ширины металлического слоя, которые можно выполнить с высокой точностью.

Для уменьшения линейных размеров контрольного изделия и увеличения его сопротивления металлическая полоска наносилась термическим вакуумным испарением через трафарет, имеющий форму «змейки» (рисунок 2).



**Рисунок 2 – Схема светочувствительной системы полупроводник – металл на диэлектрической подложке**

На рисунке 2 представлена схема светочувствительной системы полупроводник – металл – диэлектрик, имеющей форму «змейки», на диэлектрической подложке. Здесь 1 – стекло (кварц), 2 – полупроводниковый слой, 3 – металлическая «змейка» с токоподводящими контактами 4.

Технология изготовления такой системы следующая. На тщательно очищенную диэлектрическую поверхность (стекло, кварц, лавсан и т. п.), с заранее нанесенными серебряными контактами, в вакууме  $\sim 5 \cdot 10^{-5}$  мм рт.ст. через трафарет, имеющий форму «змейки», с линейными размерами полоски: ширина –  $D = 0,25$  мм, общая длина –  $L=92,5$  мм, напыляется необходимый металл (в нашем случае – серебро, олово, кадмий) толщиной не менее  $2\ 000 \text{ \AA}$ . Выполнение этого условия необходимо для того, чтобы физические характеристики металлической полоски, в частности удельное электрическое сопротивление, соответствовали характеристикам массивного металла. После удаления трафарета поверхность образовавшейся конструкции напылялась полупроводник ( $\text{SnI}_2$ ) толщиной  $500 - 1\ 500 \text{ \AA}$ .

Очевидно, что до облучения системы полупроводник – металл фотоактивным светом электрическое сопротивление металлической полоски 3 (рис.2) определяется выражением

$$R_0 = \rho \frac{L}{DH} , \quad (1)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление металла,  $L$  – общая длина металлической полоски,  $D$  – ширина,  $H$  – толщина полоски.

При облучении системы полупроводник – металл в области облучения происходит диффузия ионов металла из металлического слоя 3 в слой полупроводника 2. Экспериментально обнаружено, что проводимость чистого и легированного частицами металла полупроводника значительно ниже проводимости оставшегося металлического слоя. Не сложно показать, что сопротивление металлического слоя после облучения системы

$$R_t = \rho \frac{L(H-h)+lh}{DH(H-h)} , \quad (2)$$

где  $h$  – эффективная глубина облучаемого участка;  $H, l$  – толщина металлического слоя и длина облучаемого участка. Эффективная глубина  $h$  – это глубина, на которой образовались непроводящие продукты реакции. Как следует из выражений (1) и (2),

$$h = \frac{H}{1 + \frac{lR_0}{L(R_t - R_0)}} . \quad (3)$$

Величина сопротивления металлической змейки зависит от условий напыления (толщины змейки), рода металла и при комнатных температурах изменяется в пределах от 60 до 300 Ом. Облучение исследуемых систем  $\text{SnI}_2 - \text{Me}$  осуществлялось в центральной части змейки при температуре  $T = 293 \text{ K}$  монохроматическим светом с  $\lambda = 450 \text{ нм}$  через экран с прямоугольным вырезом размером  $20 \times 5 \text{ мм}^2$  таким образом, чтобы световое пятно равномерной освещенности полностью перекрывало змейку по ширине. Измерение сопротивления металлической змейки осуществляется измерением падения напряжения на нем с помощью цифрового вольтметра ВК 2-20 до и после облучения системы фотоактивным светом в течение 5 мин при плотности тока  $0,4 \text{ A/мм}^2$ .

Точность определения  $h$ , как это следует из выражения (3), зависит в основном от точности измерения сопротивлений  $R_0$ ,  $R_t$  и геометрических размеров  $L$ ,  $H$ ,  $l$ . Уменьшить погрешность определения  $h$  можно путем повышения точности измерения сопротивлений  $R_0$  и  $R_t$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костышин, М.Т. Об эффекте фотографической чувствительности тонких полупроводниковых слоев, находящихся на металлических подложках / М.Т. Костышин, Е.В. Михайловская, П.Ф. Романенко // ФТТ. – 1966. – Т. 8, № 4. – С. 571–572.
2. Buroff, A. Migration of silver and gold in amorphous  $As_2S_3$  / A. Buroff [et al.] // Phys. status solidi A. – 1977. – Vol. 40, № 1. – P. 195–198.
3. Костко, В.С. Светочувствительность тонкопленочной структуры  $SnI_2$ - $Sn$ -стекло и фазовый состав структуры  $SnI_2$ - $Cd$ -стекло / В.С. Костко [и др.] // Весці Акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2001. – № 1. – С. 103–106.
4. Goldschmidt, D. The kinetics of photodissolution of Ag in amorphous  $As_2S_3$  films / D. Goldschmidt, P.S. Rudman // J. Non-cryst. Solids. – 1976. – Vol. 22, № 2. – С. 229–243.
5. Костко, В.С. Исследование светочувствительных слоев  $SnI_2$  методом рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии / В.С. Костко [и др.] // Веснік Брэсцк. ун-та. – 1999. – № 2. – С. 41–48.
6. Способ нанесения рельефного изображения на диэлектрическую подложку : пат. 8800 Респ. Беларусь, G 03 C / В.С. Костко, О.В. Костко ; заявитель Брестск. гос. ун-т. – № а 20031065 ; заявл. 19.11.03 ; опубл. 30.06.05 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2005. – № 2.

#### **V.S. Kostko. The Determination of Relief Picture Depth in Photosensitive System of Semiconductor-metal**

The method which will help to find practical usage of indirect determination of the depth of relief metal picture, formed in photosensitive system of semiconductor-metal-dielectric, based on the measurement of electric resistance and linear sizes (length and width) of metal layer in electronic industry, computer engineering, optic techniques, lithography.



УДК 537.312:538.245

*А.Ф. Ревинский, И.И. Макоед, В.В. Тригук*

## ЗОННАЯ СТРУКТУРА СИЛЬНОКОРРЕЛИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Мы обсуждаем общий подход к реалистичной теории электронной структуры материалов, содержащих коррелированные d- или f-электроны. Для  $\text{BiFeO}_3$  рассчитана зонная структура с использованием LMTO метода в рамках LSDA+U приближения. LSDA+U схема базируется на модели Андерсона в локальном приближении Хартри-Фока и дает количественное усовершенствование по сравнению с LDA для основных свойств, типа магнитных моментов и ширины запрещенной зоны.

### Введение

В последнее время проявляется значительный интерес к исследованию физических свойств оксидов переходных металлов с незаполненными 3d-, 4f-, 5f-оболочками [1]. Сильное межэлектронное корреляционное взаимодействие данных оболочек обуславливает наличие в указанных соединениях ряда уникальных свойств, в частности, высокотемпературной сверхпроводимости, а также сосуществования магнитного и электрического упорядочения. Физические объекты такого рода получили название сильнокоррелированных систем.

### Теория метода исследования

Следует отметить, что стандартная зонная теория [2], успешно применяемая к полупроводникам и простым металлам, не позволяет в полной мере объяснить свойства веществ с сильными электронными корреляциями. Ее ограниченные возможности обусловлены тем, что в стандартной расчетной схеме сильные электронные корреляции не учитываются.

Современная зонная теория основана на так называемом приближении функционала плотности, в рамках которого полная энергия электронной подсистемы кристалла в основном состоянии ( $T = 0\text{K}$ ) выражается как функционал распределения электронной плотности [2]:

$$E[\rho] = E_{kin}[\rho] + E_{ion}[\rho] + E_{Hartree}[\rho] + E_{xc}[\rho], \quad (1)$$

где энергия Хартри  $E_{Hartree}[\rho]$  обусловлена кулоновским отталкиванием валентных электронов:

$$E_{Hartree}[\rho] = \frac{1}{2} \int V_{el}(\bar{r} - \bar{r}') \rho(\bar{r}') \rho(\bar{r}) d^3\bar{r}' d^3\bar{r}. \quad (2)$$

Энергия  $E_{ion}[\rho]$  обусловлена кулоновским взаимодействием положительно заряженных ионов и газа валентных электронов:

$$E_{ion}[\rho] = \int V_{ion}(\bar{r}) \rho(\bar{r}) d^3\bar{r}'. \quad (3)$$

Точные выражения для функционалов кинетической и обменно-корреляционной энергий неизвестны. Истинное распределение плотности электронов  $\rho(\bar{r})$  задается минимумом функционала

$$\frac{\delta E[\rho]}{\delta \rho} = 0. \quad (4)$$

В качестве первого шага при устранении указанных трудностей Кон и Шем [3] предложили рассматривать электронную плотность  $\rho(\bar{r})$  как плотность невзаимодействующих электронов:

$$\rho(\bar{r}) = \sum_{i=1}^{occ} |\psi_i(\bar{r})|^2, \quad (5)$$

где  $\psi_i(\bar{r})$  – одноэлектронные волновые функции. При этом из условия (4) следует так называемое одночастичное уравнение Кона-Шема [3]:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ion}(\bar{r}) + \int V_{el}(\bar{r} - \bar{r}') \rho(\bar{r}') d^3 \bar{r}' + \frac{\delta E_{xc}[\rho]}{\delta \rho(\bar{r})} \right] \psi_i(\bar{r}) = \varepsilon_i \psi_i(\bar{r}). \quad (6)$$

Здесь

$$V_{eff}(\bar{r}) = V_{ion}(\bar{r}) + \int V_{el}(\bar{r} - \bar{r}') \rho(\bar{r}') d^3 \bar{r}' + \frac{\delta E_{xc}[\rho]}{\delta \rho(\bar{r})} \quad (7)$$

представляет собой эффективный потенциал, который «видит» рассматриваемый электрон в кристалле. При построении потенциала (7) возможны проблемы с нахождением обменно-корреляционного потенциала

$$V_{xc}(\bar{r}) = \frac{\delta E_{xc}[\rho]}{\delta \rho(\bar{r})}. \quad (8)$$

Стандартная зонная теория предполагает использование для данного потенциала локальное приближение [2]. В рамках данного приближения энергия обменно-корреляционного взаимодействия равна

$$E_{xc}[\rho] = \int \rho(r) \varepsilon_{xc}[\rho(\bar{r})] \rho(r) d^3 r, \quad (9)$$

где плотность обменно-корреляционной энергии  $\varepsilon_{xc}[\rho(\bar{r})]$  является локальным функционалом плотности, зависящим только от плотности  $\rho(\bar{r})$  в локальной точке пространства  $\bar{r}$ . При этом величина  $\varepsilon_{xc}[\rho(\bar{r})]$  определяется свойствами однородного взаимодействующего электронного газа. В литературе для потенциала (8) приводится достаточно много приближений, обзор которых представлен в книге [4].

Следует отметить, что одним из авторов настоящей работы на примере кремния [5; 6] была показана достаточно сильная зависимость теоретически рассчитанной интенсивности комптоновского рассеяния рентгеновских лучей от величины обменно-корреляционной энергии  $E_{xc}[\rho]$ , а следовательно, от выбора потенциала (8), свидетельствующая об ограниченных возможностях рассматриваемой расчетной схемы.

В настоящее время интенсивно развивается несколько направлений [1] модернизации рассмотренной расчетной схемы данной теории путем более точного учета сильных корреляционных эффектов для электронов незаполненных оболочек. Корреляционная энергия определяется как разность полной энергии электронной подсистемы, рассчитанной с учетом всех корреляционных эффектов, и энергии Хартри-Фока [7]. Следует отметить, что эффекты корреляции слабо изменяются при переходе от изолированных атомов к атомам кристалла. Авторы работы [8] для вышеуказанной полной энергии электронов с учетом всех корреляционных эффектов постулировали следующее выражение

$$E = E^{LSDA} + \frac{1}{2} \sum_{m,m',\sigma} U (n_{im\sigma} - n^o) (n_{im'\sigma} - n^o) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{m,m',\sigma \\ (m \neq m')}} (U - J) (n_{im\sigma} - n^o) (n_{im'\sigma} - n^o), \quad (10)$$

где  $E^{LSDA}$  – энергия системы в приближении локальной плотности (local spin density approximation),  $U$  – параметр модели Хаббарда, учитывающий отталкивание электронов на отдельном узле,  $J$  – обменные интегралы, вытекающие из теории Хартри-Фока,  $n_{im\sigma}$  – заселенность орбитали  $im\sigma$ ,  $n^o$  – средняя заселенность, **Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования.** – проекция спина. В частности, для орбитали  $i = d$ ,  $m = -2, -1, 0, 1, 2$ ,  $n^o = n_d / 10$  т. е.  $n^o = \sum_{m,\sigma} n_{dm\sigma} / 10$ . Данная идея была развита в дальнейшем в работе [9], где для обменно-корреляционного потенциала d- электронов в уравнении Кона-Шема (6) была получена формула

$$V_{ij}^\sigma = \frac{\delta E^{LSDA+U}}{\delta \rho_{ij}^\sigma} = \frac{\delta E^{LSDA}}{\delta \rho_{ij}^\sigma} + (U - J) \left[ \frac{1}{2} \delta_{ij} - \rho_{ij}^\sigma \right], \quad (11)$$

где  $\rho_{ij}^\sigma$  – матрица плотности d-электронов, диагональный элемент которой совпадает с электронной плотностью  $\rho_{m\sigma}$  орбитали  $m\sigma$ . Отличительной особенностью LSDA+U приближения является возможность использования только эффективного параметра  $U_{eff} = U - J$  в поправке для потенциала (11), обусловленной корреляционным взаимодействием.

### Результаты и обсуждение

В настоящей работе проведен последовательный самосогласованный расчет зонной структуры мультиферроика  $\text{BiFeO}_3$  – типичного изолятора Мотта-Хаббарда с сильнокоррелированной электронной подсистемой 3d- электронов железа. На рисунке 1 изображена ромбоэдрически искаженная перовскитная структура феррита висмута в гексагональном представлении.

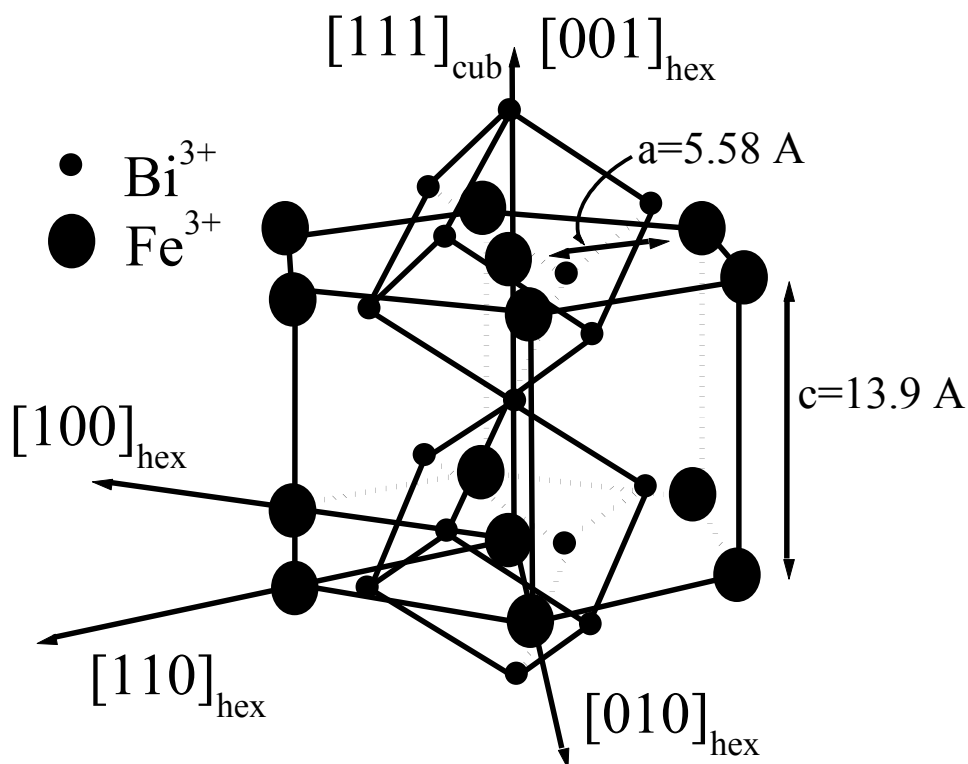


Рисунок 1 – Кристаллическая структура  $\text{BiFeO}_3$

Возможные типы спиновых упорядочений в «железной» подрешетке феррита висмута представлены на рисунке 2.

Пространственная группа  $R\bar{3}c$  допускает существование антиферромагнитного упорядочения G-типа, что подтверждается экспериментальными данными [10; 11]. Самосогласованные расчеты проводили ab-initio методом линейных маффин-тин орбиталей с учетом межэлектронных корреляций в рамках формализма LSDA+U (пакет Wien 2k [14]). В качестве валентных электронов учитывали электроны соответствующих оболочек Bi ( $5d^{10}6s^26p^3$ ), Fe ( $3p^63d^64s^2$ ), O ( $2s^22p^6$ ). Расчеты проводили для антиферромагнитной структуры G-типа.

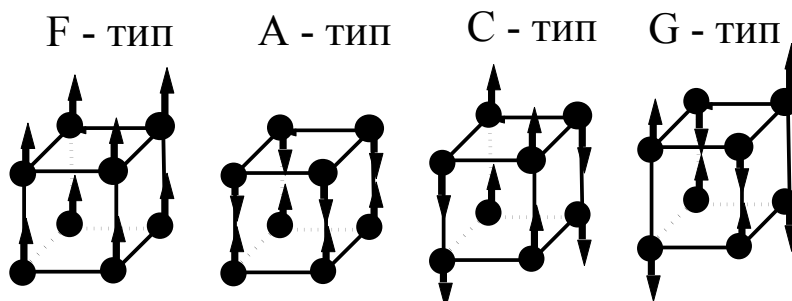
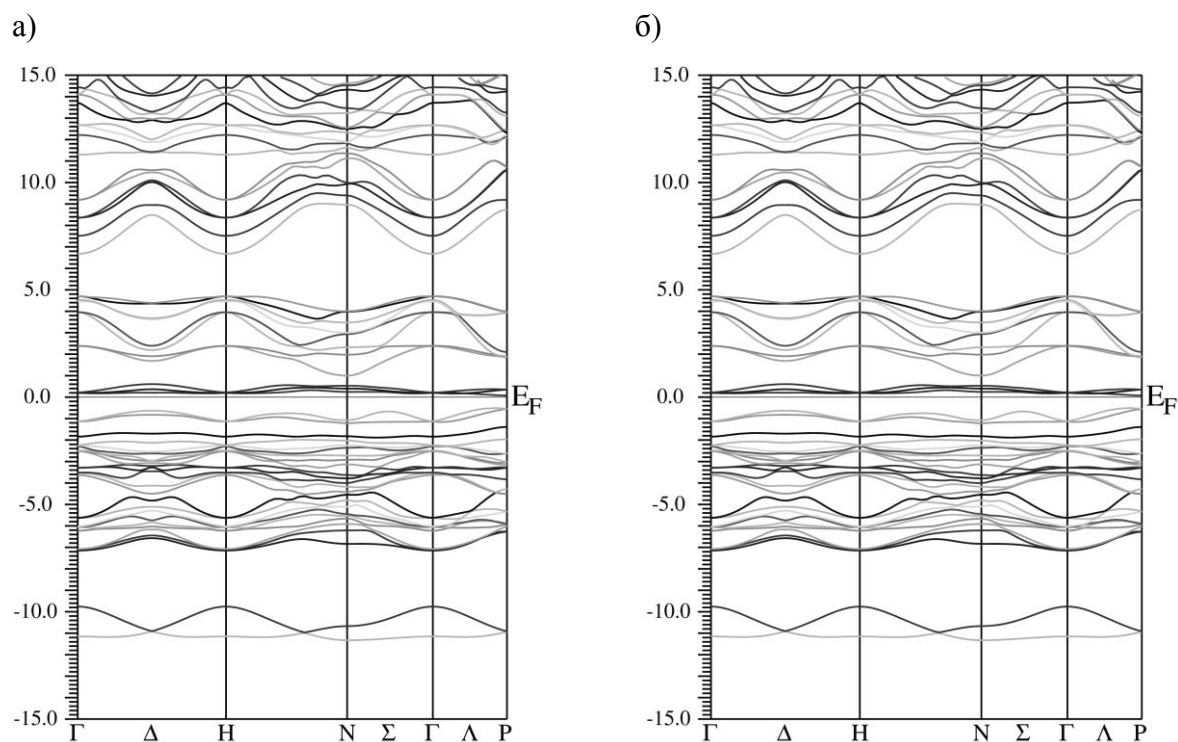
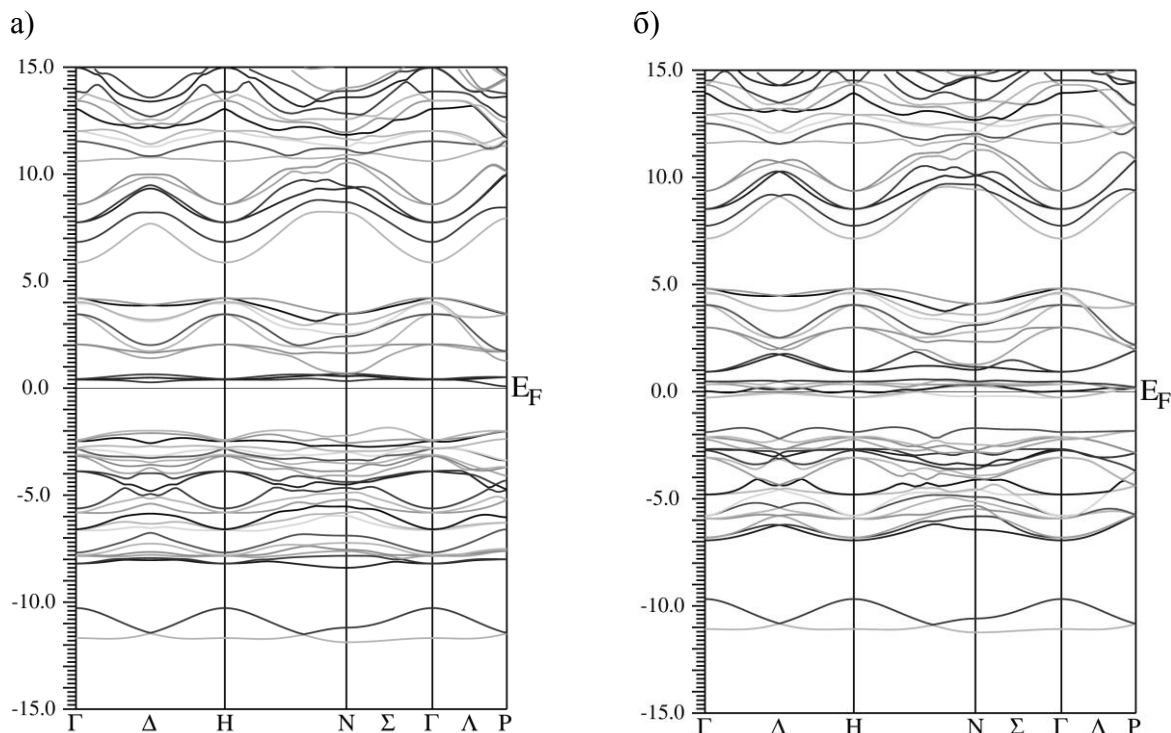


Рисунок 2 – Типы коллинеарных спиновых упорядочений в подрешетке железа феррита висмута: ферромагнитное (F) и антиферромагнитные (A, C, G)

На рисунке 3 представлена зонная структура  $\text{BiFeO}_3$ , рассчитанная в рамках стандартной зонной теории без учета сильных корреляций во втором слагаемом потенциала (11). Как для энергетического спектра «спин вверх», так и для спектра «спин вниз» наблюдается ширина запрещенной зоны  $E_g^{theor} = 0,50 \text{ эВ}$ , что существенно меньше экспериментального значения  $E_g^{exp} = 2,25 \text{ эВ}$  [15]. Полученное расхождение свидетельствует о недостаточности локального приближения для расчета зонной структуры изоляторов типа Мотта-Хаббарда. Зонная структура  $\text{BiFeO}_3$ , рассчитанная с учетом сильных корреляций,  $E_{eff} = 4,0 \text{ эВ}$  представлена на рисунке 4. Следует отметить, что в литературе отсутствует строгая методика расчета параметров  $U$  и  $J$  применительно к кристаллам. Оценочные расчеты при помощи интегралов Слетера дают для атома железа  $U_{eff}^{Fe} = 5,4 \text{ эВ}$  [16]. Как видно на рисунке 4, учет сильных корреляций 3d-электронов железа приводит к резкому увеличению ширины энергетического зазора. В нашем случае  $E_g^{theor} = 2,10 \text{ эВ}$ , что находится в хорошем согласии с опытными данными.



**Рисунок 3 – зонная структура феррита висмута для пространственной группы  $R3c$  с учетом антиферромагнитного упорядочения (а – для спина «вверх», б – для спина «вниз»; LSDA приближение )**



**Рисунок 4 – зонная структура феррита висмута для пространственной группы R3c с учетом антиферромагнитного упорядочения (а – для спина «вверх», б – для спина «вниз»; LSDA+U приближение,  $U_{eff} = 4$  эВ)**

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Изюмов, Ю.А. Материалы с сильными электронными корреляциями / Ю.А. Изюмов, Э.З. Курмаев // УФН. – 2008. – Т. 178, № 1. – С. 25–60.
2. Теория неоднородного электронного газа / под ред. С. Лундквиста, и Н. Марча. – М. : Мир, 1987. – 400 с.
3. Kohn, W. Self-consistent equations including exchange and correlation effects / W. Kohn, L.G. Sham // Phys. Rev. – 1965. – Vol. 140, № 4. – P. A133–A138.
4. Кацнельсон, А.А. Электронная теория конденсированных сред / А.А. Кацнельсон // М. : Изд.-во МГУ, 1990. – 238 с.
5. Ravinski, A.F. Ab initio calculations of the charge density distribution in superconductivity  $Ba_{1-x}K_xBiO_3$  / A.F. Ravinski // J. Phys. Chem. Sol. – 2004. – Vol. 62. – P. 2153–2159.
6. Ревинский, А.Ф. О приближении функционала локальной плотности для расчета комптоновских профилей / А.Ф. Ревинский // Изв. вузов. Физика. – 1996. – № 1. – С. 76–79.
7. Реймс, С. Теория многоэлектронных систем / С. Реймс. – М. : Мир, 1976. – 333 с.
8. Anisimov, V.I. Band theory and Mott insulators : Hubbard U instead of Stoner I / V.I. Anisimov, J. Zaanen, O.K. Andersen // Phys. Rev. – 1991. – Vol. B-44, № 3. – P. 943–954.
9. Dudarev, S.L. Electron-energy-loss spectra and the structural stability of nickel oxide: An LSDA+U study / S.L. Dudarev [et al.] // Phys. Rev. – 1998. – Vol. B-59, № 3. – P. 1505–1509.
10. Ravinski, A.F. Magnetic Properties and Electron Density Distribution of  $La_{1-x}Bi_xFeO_3$  / A.F. Ravinski [et al.] // Inorganic Materials. – 2007. – Vol. 43, № 8. – P. 860–865.
11. Демиденко, О.Ф. Слабый ферромагнетизм тонкопленочного сегнетоэлектрика  $BiFeO_3$  / О.Ф. Демиденко [и др.] // Современные научные проблемы и вопросы

преподавания теорет. и математ. физики, физики конденсированных сред и астрономии : материалы Республ. науч.-методической конференции Брест, 19–20 апр. 2007 г. / Брест. гос. ун-т. им. А.С. Пушкина ; редкол. : В.А. Плетюхов [и др.]. – Брест, 2007. – С. 28–31.

12. Кадомцева, А.М. Нарушенная четность относительно инверсии пространства и времени и магнитоэлектрические взаимодействия в антиферромагнетиках. / А.М. Кадомцева [и др.] // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 79, вып. 11. – С. 705–716.

13. Веневцев, Ю.Н. Сегнетомагнетики / Ю.Н. Веневцев [и др.]. – М. : Наука, 1982. – 224 с.

14. Blaha, P. WIEN2k : an augmented plane wave + local orbitals program for calculating crystal properties / P. Blaha [et al.] // Vienna University of Technology. – 2001. – 180 p.

15. Ревинский, А.Ф. О корреляции электрических и магнитных свойств феррита висмута / А. Ф. Ревинский [и др.] // К 80-летию со дня рождения А.Д. Сахарова : сборник науч. работ. – Брест : БрГУ им. А.С. Пушкина, 2001. – С. 24–27.

16. Шеин, И.Н. Зонная структура, магнитные и упругие свойства  $\text{SrFeO}_3$  и  $\text{LaFeO}_3$  / И.Н. Шеин [и др.] // ФТТ. – 2005. – Т. 47, вып. 11. – С. 1998–2003.

***A.F. Ravinski, I.I. Makoed, V.V. Triguk. Band Structure of strong correlate Systems***

We discuss a general approach to a realistic theory of the electronic structure in materials containing correlated d- or f- electrons. For  $\text{BiFeO}_3$  band structure calculations were performed by using LMTO method, within LSDA+U approach. The LSDA+U scheme is based on the Anderson impurity model in mean field (Hartree-Fock) approximation and gives a quantitative improvement compared with LDA, for ground state properties, such as magnetic moments and band gap value.

УДК 539.171.11

*А.И. Серый*

## К ВОПРОСУ О ЯДЕРНОМ ПСЕВДОМАГНЕТИЗМЕ В НУКЛОННОЙ СРЕДЕ С ОДНОПИОННЫМ ОБМЕНОМ

В рамках статистической термодинамики показано, что для нейтронно-протонного газа с однопионным обменом при концентрациях нуклонов  $n_i > 4 \cdot 10^{37} \text{ см}^{-3}$  благодаря ядерному псевдомагнитному полю без учета  $\beta$ -равновесия возможна полная спонтанная ферромагнитная поляризация. Малая степень поляризации возможна уже при  $n_p \sim 10^{33} \text{ см}^{-3}$ , если  $n_n \sim 10^{37} - 10^{38} \text{ см}^{-3}$ . Получены выражения для ядерного псевдомагнитного поля при малых степенях поляризации. Результаты могут быть применены к жидким ядрам нейтронных звезд и к процессам, связанным со взрывами сверхновых II типа.

Ферромагнетизм нуклонной среды – одна из актуальных проблем современной астрофизики. Примерно за 40 лет в рамках различных моделей ядерного взаимодействия получены самые разные результаты, нередко взаимоисключающие. В [4, с. 34] взаимодействие рассматривалось в виде ядерного псевдомагнитного поля, линейного как по степени спиновой поляризации нуклонов, так и по концентрации [1, с. 54], причем амплитуды рассеяния аппроксимировались их длинами. В настоящей работе схема исследования аналогична, однако использован потенциал однопионного обмена (ОПО), хорошо описывающий межнуклонное взаимодействие на расстоянии  $r \geq 2 \text{ фм}$  [5, с. 55]. Идея работы предложена В.В. Тихомировым.

Расстояниям  $r \geq 2 \text{ фм}$  соответствуют концентрации  $n \approx 1/r^3 \leq 1.25 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$  и плотности  $\rho \leq 2,09 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ , что может реализоваться в жидких ядрах нейтронных звезд ближе к внутренней коре, а для нейтронных звезд с массами, близкими к 0,1 солнечной, такие плотности достигаются только в центре, и они меньше ядерных [2, с. 281]. Запишем общее выражение для потенциала ОПО [5, с. 56] (экспериментально известно, что  $f^2/4\pi \approx 0,08$ ;  $\lambda_\pi = \hbar/(m_\pi c)$  – комптоновская длина волны пиона):

$$\begin{aligned}
 V_\pi(\mathbf{r}) = & \frac{f^2}{12\pi} \left[ \frac{\hbar c}{r} \exp(-r/\lambda_\pi) - 4\pi\hbar c \lambda_\pi^2 \delta(\mathbf{r}) \right] (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) + \\
 & + \frac{f^2}{12\pi} (1 + 3\lambda_\pi/r + 3(\lambda_\pi/r)^2) \frac{\hbar c}{r} \exp(-r/\lambda_\pi) S_{12}(\mathbf{n}) (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2),
 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении, соединяющем оба нуклона,  $\boldsymbol{\sigma}_k, \boldsymbol{\tau}_k$  – спиновые и изоспиновые матрицы Паули нуклонов,  $\mathbf{S}, \mathbf{T}$  – полный спин и изоспин системы 2 нуклонов,  $m_\pi$  – масса пиона, причем

$$\begin{aligned}
 S_{12}(\mathbf{n}) = & 3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{n}) - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 = 6(\mathbf{n} \cdot \mathbf{S})^2 - 2\mathbf{S}^2, \quad (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) = 2\mathbf{T}(\mathbf{T} + 1) - \\
 & - 3, \quad (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) = 4[S(S + 1) - 3/2][T(T + 1) - 3/2].
 \end{aligned} \quad (2)$$

Пространственное усреднение (1) и (2) представлено в таблицах 1 и 2 (смысл  $F_{4j}$  и  $F_{5j}$  см. после таблиц). В дальнейшем не будем учитывать вклад  $V_\pi(\mathbf{r})$  для случаев  $S = 0, T = 0$  и  $S = 1, T = 1$ . Это приближение обусловлено тем, что вплоть до энергий  $E = 10 \text{ МэВ}$   $n$ -рассеяние изотропно (т. е.  $L = 0$ ), а при  $E$  до  $E_0 = 100 \text{ МэВ}$   $s$ -рассеяние все равно наиболее существенно [3, с. 61], что из соотношения  $E_0 = (3\pi^2 \hbar^2 n)^{2/3}/(2m)$  дает



$n = 3,58 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$  и  $\rho \approx 5,97 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ , а в дейтроне есть также примесь волны с  $L = 2$ , т. е. нечетные  $L$  не задействованы. Для жидких ядер нейтронных звезд концентрации нейтронов и протонов не выходят за рамки этого значения.

Таблица 1 – Пространственное усреднение (1) и (2) для различных  $S, T$  в случае нуклона сорта  $i$ , взаимодействующего с неполяризованными нуклонами сорта  $j$

| Случаи              | $L$                                    | $(\tau_1 \cdot \tau_2)$ | $(\sigma_1 \cdot \sigma_2)$<br>$(\tau_1 \cdot \tau_2)$ | $\langle S_{12}(\mathbf{n}) \rangle$ | $\langle V_\pi(\mathbf{r}) \rangle$ без спиновой поляризации нуклонов сорта $j$ |
|---------------------|--|-------------------------|--|--------------------------------------|---|
| $S = 0,$<br>$T = 0$ | нечет.                                 | - 3                     | 9  | 0                                    | $3F_{5j}(0)$  |
| $S = 1,$<br>$T = 0$ | чет.; $L \neq 0$<br>для тожд.<br>нукл. | - 3                     | - 3  | - 2                                  | $- F_{5j}(0) + 2F_{4j}(0)$  |
| $S = 0,$<br>$T = 1$ | чет.                                   | 1                       | - 3  | 0                                    | $- F_{5j}(0)$   |
| $S = 1,$<br>$T = 1$ | нечет                                  | 1                       | 1  | - 2                                  | $F_{5j}(0)/3 - 2F_{4j}(0)/3$  |

Таблица 2 – Пространственное усреднение (1) для различных  $S, T$  в случае нуклона сорта  $i$ , взаимодействующего с поляризованными нуклонами сорта  $j$

| $n_i, n_j$  | $W_{T=1}^{S=0}(n_i, n_j)$        | $W_{T=0}^{S=1}(n_i, n_j)$                |
|---|----------------------------------|--|
| a) $\uparrow\uparrow$ ; б) $\downarrow\downarrow$ | a) ---; б) $- F_{5j}(p_{0j})$    | $- F_{5j}(p_{0j}) + 2F_{4j}(p_{0j})$     |
| a) $\uparrow\downarrow$ ; б) $\downarrow\uparrow$ | a) $- F_{5j}(- p_{0j})$ ; б) --- | $- F_{5j}(- p_{0j}) + 2F_{4j}(- p_{0j})$ |

Запишем общие выражения для химического потенциала нуклонов сорта « $i$ » со спином «вверх» и «вниз» соответственно (с учетом того, что при противоположно направленных спинах реализуется суперпозиция состояний  $W_{T=0}^{S=1}$  и  $W_{T=1}^{S=0}$ ):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{iF\uparrow} &= m_i c^2 + p_{iF}^2/2m_i + W_{i\uparrow\downarrow} + W_{i\uparrow\uparrow} + W_{i\uparrow\downarrow} = m_i c^2 + p_{iF}^2/2m_i + \\ &+ W_{T=1}^{S=0}(n_i\uparrow, n_i\downarrow) + W_{T=0}^{S=1}(n_i\uparrow, n_j\uparrow) + (W_{T=0}^{S=1}(n_i\uparrow, n_j\downarrow) + W_{T=1}^{S=0}(n_i\uparrow, n_j\downarrow))/2, \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{iF\downarrow} &= m_i c^2 + p_{iF}^2/2m_i + W_{i\downarrow\uparrow} + W_{i\downarrow\downarrow} + W_{i\downarrow\uparrow} = m_i c^2 + p_{iF}^2/2m_i + \\ &+ W_{T=1}^{S=0}(n_i\downarrow, n_i\uparrow) + W_{T=0}^{S=1}(n_i\downarrow, n_j\downarrow) + (W_{T=0}^{S=1}(n_i\downarrow, n_j\uparrow) + W_{T=1}^{S=0}(n_i\downarrow, n_j\uparrow))/2. \end{aligned} \quad (3б)$$

Введем обозначения ( $g = \frac{f^2}{4\pi}$ ):

$$F_1(n_i) = (6\pi^2 \hbar^3 n_i)^{2/3} (2m_i)^{-1} + g[\exp(-F_{6i}(1)) \hbar c n_i^{1/3} - 4\pi \lambda_\pi^2 \hbar c n_i], \quad (4a)$$

$$F_2(n_j) = g \exp(-F_{6i}(1)) \hbar c n_j^{1/3} (1 + 3\lambda_\pi n_j^{1/3} + 3\lambda_\pi^2 n_j^{2/3}), \quad (4б)$$

$$F_3(n_j) = 4 + F_{6j}(0) + 9\lambda_\pi \left(\frac{n_j}{2}\right)^{\frac{1}{3}} + 9\lambda_\pi^2 \left(\frac{n_j}{2}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (4в)$$

$$F_{4j}(p_{0j}) = g \exp(-F_{6j}(p_{0j})) \hbar c \left(\frac{n_j}{2}\right)^{\frac{1}{3}} (1 + p_{0j})^{1/3} (1 + 3/F_{6j}(p_{0j}) + 3/F_{6j}^2(p_{0j})), \quad (4г)$$

$$F_{5i}(p_{0i}) = g [\exp(-F_{6i}(p_{0i})) \hbar c \left(\frac{n_i}{2}\right)^{\frac{1}{3}} (1 + p_{0i})^{1/3} - 2\pi\lambda_\pi^2 \hbar c n_i (1 + p_{0i})], \quad (4д)$$

$$F_{6i}(p_{0i}) = (\lambda_\pi \left(\frac{n_i}{2}\right)^{\frac{1}{3}} (1 + p_{0i})^{1/3})^{-1}, \quad (4е)$$

$$X_i(p_{0i}, p_{0j}) = m_i c^2 + (3\pi^2 \hbar^3 n_i (1 + p_{0i}))^{2/3} (2m_i)^{-1} - F_{5i}(-p_{0i}) - F_{5j}(p_{0j}) + 2F_{4j}(p_{0j}) - F_{5j}(-p_{0j}) + F_{4j}(-p_{0j}). \quad (4ж)$$

В качестве примера рассмотрим протоны со спином «вверх». Из таблицы 2 и формул (3а), (4г) – (4е) получаем, соответственно, при отсутствии и наличии поляризации (притом обоюдной):

$$\varepsilon_{pF} \uparrow (p_{0p} = 0, p_{0n} = 0) = X_p(0, 0), \quad \varepsilon_{pF} \uparrow (p_{0p} \neq 0, p_{0n} \neq 0) = X_p(p_{0p}, p_{0n}). \quad (5а)$$

Найдем соответствующую разность, считая степени поляризации малыми:

$$\begin{aligned} X_p(p_{0p}, p_{0n}) - X_p(0, 0) &\approx p_{0p} (3\pi^2 \hbar^3 n_p)^{2/3} / (3m_p) + \\ &+ g [\exp(-F_{6p}(0)) \hbar c \left(\frac{n_p}{2}\right)^{\frac{1}{3}} (p_{0p}/3) (1 + F_{6p}(0)) - 2\pi\lambda_\pi^2 \hbar c n_p p_{0p} + \\ &+ (p_{0n}/3) F_3(n_n) \exp(-F_{6n}(0)) \hbar c \left(\frac{n_n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}]. \end{aligned} \quad (5б)$$

Для протонов со спином «вниз», у которых  $\varepsilon_{pF} \downarrow (p_{0p} \neq 0, p_{0n} \neq 0) = X_p(-p_{0p}, -p_{0n})$ , а также для нейтронов (оба случая) рассуждения аналогичны. Видно, что усредненную энергию межнуклонного взаимодействия при больших степенях поляризации нельзя разделить на составляющие, зависящие и не зависящие от поляризации, поэтому и ядерное псевдомагнитное поле (как это было показано и в [6, с. 66]) зависит от степени поляризации нелинейным образом. Но при малых степенях можно сделать вышеуказанное разделение, формально записав энергию нуклона, как и, например, в [4, с. 34]. Для энергетической выгоды поляризации требуется, чтобы было одновременно

$$\begin{aligned} \varepsilon_{iF} \uparrow (p_{0p} \neq 0, p_{0n} \neq 0) - \varepsilon_{iF} \uparrow (p_{0p}, p_{0n} = 0) < 0, \quad \varepsilon_{iF} \downarrow (p_{0p}, p_{0n} \neq 0) - \\ - \varepsilon_{iF} \downarrow (p_{0p}, p_{0n} = 0) < 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Так как, например, при  $p_{0p} > 0$  всегда

$$\exp(-F_{6p}(0))\hbar c \left(\frac{n_p}{2}\right)^{\frac{1}{3}}(p_{0p}/3)(1 + F_{6p}(0)) - 2\pi\lambda_\pi^2 \hbar c n_p p_{0p} < 0, \quad (7a)$$

то даже полагая в (5б)  $n_n = 0$  (чисто протонное вещество) и пренебрегая экспоненциальным слагаемым, с вышеуказанным требованием получаем:

$$n_p^{1/3} > (2(3\pi^2\hbar^3)^{2/3}/3)(m_\pi/m_p)(1/\lambda_\pi f^2) \Rightarrow n_p > 2,45 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}. \quad (7б)$$

То есть самополяризация односортового ферми-газа вряд ли возможна, как и в случае контактного взаимодействия [4, с. 35]. Если в (5б)  $n_n \neq 0$ , то из (5б), (6) и (7б) видно, что поляризация возможна только при  $p_{0n} < 0$ , т. е. если преимущественная ориентация спинов нейтронов противоположна протонной (только в этом случае можно добиться отрицательных значений для (5б)). Как и в случае контактного взаимодействия [4, с. 35], поляризация оказывается (с учетом знаков магнитных моментов) антиферроспиновой (ферромагнитной) (обсуждение этих терминов см. в [4, с. 35]).

Далее рассуждаем аналогично [4, с. 34–36]. Рассмотрим флуктуации ядерного псевдомагнитного поля  $\mathbf{B}_{\text{эф}}$ , связанные с флуктуациями векторов поляризации собственных магнитных моментов  $\mathbf{q}_{0p,n}$  и векторов спиновой поляризации  $\mathbf{p}_{0p,n}$ . Направим ось  $z$  (орт  $\mathbf{k}$ ) по  $\delta\mathbf{p}_{0p}$  и  $\delta\mathbf{q}_{0p}$ ;  $\uparrow, \downarrow$  означает направленность спинов либо  $\mu_i$  по и против  $\mathbf{k}$ . Пусть по  $\mathbf{k}$  направленность преимущественная. Учитывая  $\text{sign}(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_i)$ , имеем для энергии нуклона (без  $m_i c^2$  и энергии ядерного взаимодействия, не зависящей от  $p_{0p,n}$ ;  $i, j = p, n$ ;  $\gamma_i = \mu_i/\mu_\pi$ ,  $\mu_\pi$  – ядерный магнетон,  $\delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(i)}$  – вариация ядерного псевдомагнитного поля, действующего на нуклон сорта « $i$ » со стороны поляризованных нуклонов обоих сортов):

$$\varepsilon_i = p_i^2/2m_i, \varepsilon_i' = p_i^2/2m_i - |\gamma_i|\mu_\pi \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(i)} \text{sign}(T_{3i}). \quad (8)$$

Для энергии Ферми без учета вышеуказанных составляющих получаем:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{iF} = p_{iF}^2 \uparrow / 2m_i = p_{iF}^2 \downarrow / 2m_i, \varepsilon_{iF}' = p_{iF}^2 \uparrow / 2m_i - \mu_\pi |\gamma_i| |\delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(i)}| = \\ = p_{iF}^2 \downarrow / 2m_i + \mu_\pi |\gamma_i| |\delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(i)}|, \end{aligned} \quad (9)$$

$$p_{iF}^2 \uparrow = (3\pi^2 \hbar^3 n_i)^{2/3}; p_{iF}^2 \downarrow = (6\pi^2 \hbar^3 (n_i/2 + \delta n_i))^{2/3}, \delta n_i > 0 \quad (10)$$

где вариацию ядерного псевдомагнитного поля можно выразить исходя из (5б), (8):

$$\delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(i)} = \delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(ii)} + \delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(ij)}, \quad (11)$$

$$\delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(ii)} = g(|\gamma_i|\mu_\pi)^{-1} (2\pi\hbar c \lambda_\pi^2 n_i - \exp(-F_{6i}(0))(1 + F_{6i}(0)) \left(\frac{n_i}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \hbar c/3) \delta\mathbf{q}_{0i}, \quad (11a)$$

$$\delta\mathbf{B}_{\text{эф}}^{(ij)} = g(|\gamma_i|\mu_\pi)^{-1} \exp(-F_{6j}(0)) F_3(n_j) \left(\frac{n_j}{2}\right)^{\frac{1}{3}} (\hbar c/3) \delta\mathbf{q}_{0j}. \quad (11б)$$

Выражение в скобках (11a) всегда положительно. Отметим, что  $\mathbf{q}_{0p} = \mathbf{p}_{0p}$ ,  $\mathbf{q}_{0n} = -\mathbf{p}_{0n}$ . Для энергетической выгоды поляризации в приближении  $\beta$ -стабильных нейтронов из (8) – (11б) следует необходимость одновременного выполнения условий:

$$\delta \mathbf{p}_{0p} \cdot \delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(p)} > 0, \delta \mathbf{p}_{0n} \cdot \delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(n)} < 0. \quad (12)$$

Из (12) следуют два возможных типа поляризации вдоль  $\mathbf{k}$ . В первом случае по  $\mathbf{k}$  направлены векторы  $\delta \mathbf{p}_{0p}$ ,  $\delta \mathbf{q}_{0p}$ ,  $\delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(p)}$ ,  $\delta \mathbf{p}_{0n}$ , а против  $\mathbf{k}$  –  $\delta \mathbf{q}_{0n}$ ,  $\delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(n)}$ . Это спиновая (антиферромагнитная) поляризация, т. к.  $\delta \mathbf{p}_{0p} \uparrow \uparrow \delta \mathbf{p}_{0n}$ . Во втором случае по  $\mathbf{k}$  направлены векторы  $\delta \mathbf{p}_{0p}$ ,  $\delta \mathbf{q}_{0p}$ ,  $\delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(p)}$ ,  $\delta \mathbf{q}_{0n}$ ,  $\delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(n)}$ , а против  $\mathbf{k}$  – вектор  $\delta \mathbf{p}_{0n}$ . Это поляризация собственных магнитных моментов (ферромагнитная), т. к.  $\delta \mathbf{q}_{0p} \uparrow \uparrow \delta \mathbf{q}_{0n}$ . Выше было сказано, что возможен только второй случай. В [4, с. 36] было получено общее условие термодинамического равновесия при флуктуациях ядерного псевдомагнитного поля

$$2\delta n_i = n_i \delta q_{0i} = 3^{1/3} m_i |\gamma_i| \mu_{\text{я}} n_i |\delta \mathbf{V}_{\text{эф}}^{(i)}| / (\pi^2 \hbar^3 n_i)^{2/3}. \quad (13)$$

Вводя обозначение

$$G_{ij} = ((3\pi^2 \hbar^3 n_i)^{2/3} / m_i + 3g(\exp(-F_{6i}(0)) \hbar c (\frac{n_i}{2})^{1/3} (1 + F_{6i}(0)) / 3 - 2\pi \lambda_{\pi}^2 \hbar c n_i)) / (gF_3(n_j)), \quad (19a)$$

на основе (11a), (11б), (13) можно получить связь между  $\delta p_{0p}$  и  $\delta p_{0n}$  (или  $\delta q_{0p}$  и  $\delta q_{0n}$ ):

$$G_{ij} = \delta q_{0j} / \delta q_{0i} \Rightarrow \delta q_{0n} / \delta q_{0p} = G_{np} = 1 / G_{pn}. \quad (19б)$$

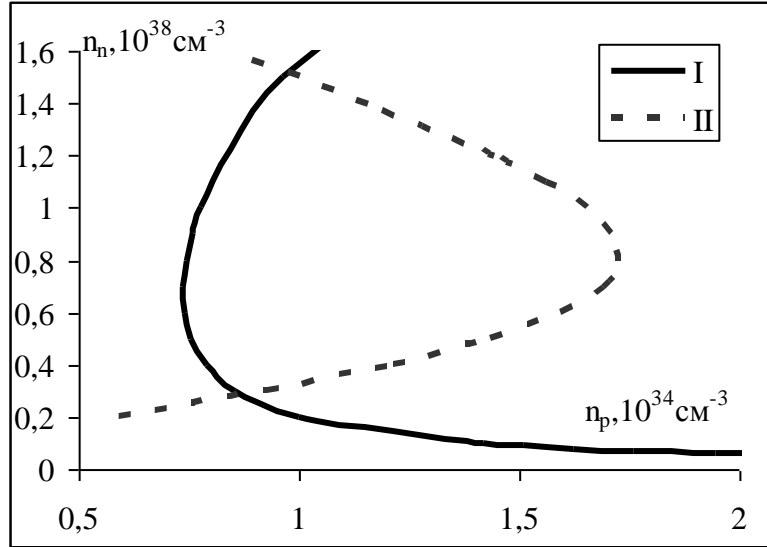
Кроме того, следует учесть условие  $\beta$ -равновесия (электроны считаем неполяризованными):

$$\chi_n = \chi_p + \chi_e, \chi_e = (m_e^2 c^4 + (3\pi^2 \hbar^3 n_p)^{2/3} c^2)^{1/2}, \quad (20)$$

При малых поляризациях приближенно возьмем химические потенциалы неполяризованных протонов и нейтронов (обозначения см. выше):

$$\chi_p = X_p(0, 0), \chi_n = X_n(0, 0). \quad (21)$$

На рисунке 1 область возможной поляризации расположена правее кривой I, причем кривая II  $\beta$ -равновесия попадает в эту область. Кривые I и II пересекаются в точках с  $n_p \approx 8,73 \cdot 10^{33} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n \approx 2,83 \cdot 10^{37} \text{ см}^{-3}$  и  $n_p \approx 9,77 \cdot 10^{33} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n \approx 1,52 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$ . Это позволяет надеяться на возможность реализации в жидких ядрах нейтронных звезд с массой  $\sim 0,1$  солнечной термодинамически выгодных  $\beta$ -равновесных слабых поляризаций.



**Рисунок 1 – Возможность обоюдной слабой поляризации.  
I. Решение (19а), (19б). II. Уравнение  $\beta$ -равновесия**

При полной поляризации вышеуказанного типа из (9) формально получается, что  $p_{iF}^{/2} \downarrow / 2m_i \leq 0$ , и тогда условие  $\epsilon_{iF} \leq \mu_{я} |\gamma_i| |\delta \mathbf{B}_{\phi}^{(i)}|$  распишется следующим образом:

$$F_1(n_p) \leq F_2(n_n), F_1(n_n) \leq F_2(n_p) \tag{22}$$

(обозначения см. выше). В уравнении  $\beta$ -равновесия (20) остается в силе, но (21) заменяется на

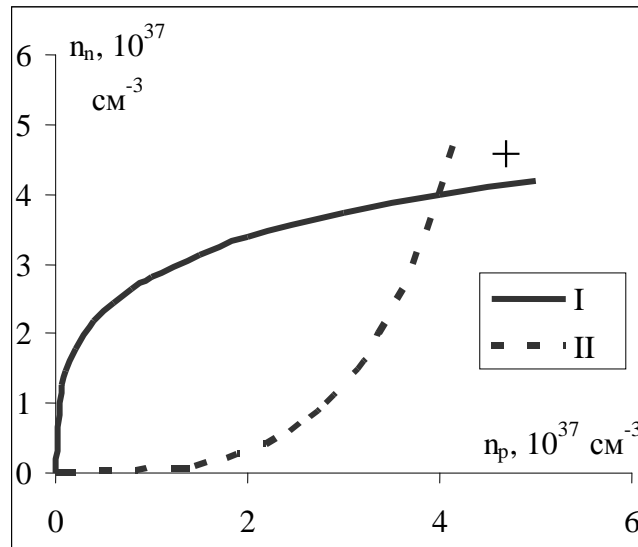
$$\chi_i = m_i c^2 + (6\pi^2 \hbar^3 n_i)^{2/3} (2m_i)^{-1} + (6\pi^2 \hbar^3 n_j)^{2/3} (2m_j)^{-1} - F_1(n_i) + F_2(n_j), \tag{23}$$

Для частично поляризованных состояний (20) остается в силе, но вместо (22) и (23) запишем соответственно:

$$X_p(p_{0p}, p_{0n}) = X_p(-p_{0p}, -p_{0n}), X_n(-p_{0n}, -p_{0p}) = X_n(p_{0n}, p_{0p}), \tag{24}$$

$$\chi_p = X_p(p_{0p}, p_{0n}), \chi_n = X_n(-p_{0n}, -p_{0p}). \tag{25}$$

Результаты для полной поляризации представлены на рисунке 2. Точка пересечения двух кривых соответствует  $n_p \approx n_n \approx 4 \cdot 10^{37} \text{ см}^{-3}$ . Искомая область обоюдной полной поляризации обозначена знаком «+». Уравнение  $\beta$ -равновесия не отображено, т. к. оно соответствует гораздо меньшим  $n_p$  и почти вплотную прилегает к оси  $n_n$ . Таким образом,  $\beta$ -равновесия при полной поляризации достичь не удастся. В таблице 1 отображены решения уравнений  $\beta$ -равновесия для полной поляризации и отсутствия поляризации.



**Рисунок 2 – Условия термодинамической  
выгодности обоюдной полной поляризации**  
 $p_p = -p_{0n} = 1$ . **I.**  $F_1(n_p) = F_2(n_n)$ .  
**II.**  $F_1(n_n) = F_2(n_p)$ . «+» – искомая область

Таблица 1 – Решения уравнений  $\beta$ -равновесия для полной поляризации (I) и отсутствия поляризации (II)

| $n_n, 10^{37} \text{ см}^{-3}$      | 0,1  | 0,5  | 1    | 8     | 10    | 12,5  |
|-------------------------------------|------|------|------|-------|-------|-------|
| $n_p, 10^{33} \text{ см}^{-3}$ (I)  | 0,27 | 2,57 | 6,80 | 52,47 | 51,75 | 45,11 |
| $n_p, 10^{33} \text{ см}^{-3}$ (II) | 0,12 | 0,94 | 2,43 | 17,25 | 16,53 | 13,79 |

Видно, что по порядку величины  $n_p$  не меняется, однако условия термодинамического равновесия для обоих предельных случаев различаются гораздо существеннее.

Полученные результаты требуют дальнейших исследований и могут представлять интерес при изучении жидких ядер нейтронных звезд, при рассмотрении процессов, так или иначе связанных со взрывами сверхновых звезд II типа, а также для «классической» ядерной модели ферми-газа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышевский, В.Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В.Г. Барышевский. – М. : Энергоатомиздат, 1995. – 320 с.
2. Физическая энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров ; ред. колл. Д.М. Алексеев [и др.]. – М. : Большая Российская энцикл. – Т. 3. : Магнитоплазменный – Пойнтинга теорема. – 1992. – 672 с., ил.
3. Ситенко, А.Г. Лекции по теории ядра / А.Г. Ситенко, В.К. Тартаковский – М. : Атомиздат, 1972. – 351 с.
4. Серый, А.И. Об эффектах ядерного псевдомагнетизма в вырожденной нуклонной среде / А.И. Серый // Весн. Брэсцкага ун-та. Сер. прыродазн. навук. – 2006. – № 2(26). – С. 33–43.
5. Эрикссон, Т. Пионы и ядра / Т. Эрикссон, В. Вайзе / под ред. И.С. Шапиро ; пер. с англ. – М. : Наука, 1991. – 512 с.

6. Серый, А.И. К вопросу о зависимости амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния от температуры / А.И. Серый // Весн. Брэсцкага ун-та. Сер. прыродазн. навук. – 2008. – № 1(30). – С. 55–67.

*A.I. Sery. On Nuclear Pseudomagnetism in a Nucleon Medium with One-Pion Exchange*

**In the framework of statistical thermodynamics the total spontaneous ferromagnetic polarization is shown to be possible due to nuclear pseudomagnetic field for neutron-proton gas with one-pion exchange at nucleon concentrations of  $n_i > 4 \cdot 10^{37} \text{ cm}^{-3}$  ignoring  $\beta$ -equilibrium. Small degree of polarization is already possible at  $n_p \sim 10^{33} \text{ cm}^{-3}$ , if  $n_n \sim 10^{37} - 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ . Expressions for nuclear pseudomagnetic field at small degrees of polarization have been obtained. The results can be applied to liquid cores of neutron stars and to the processes relevant to type II supernovae explosions.**

УДК 691.544: 666.941.2

*Н.С. Ступень, М.В. Лукашевич*

### **ПРОЦЕССЫ КОРРОЗИИ В ЦЕМЕНТНОМ КАМНЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СУЛЬФАТНО-ХЛОРИДНОЙ АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ**

Изучено совместное влияние сульфат и хлорид-ионов на степень выщелачивания гидроксида кальция в системе  $\text{CaO-SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ . Экспериментально установлено, что при концентрациях сульфат-ионов до 5 г/л и при соотношении  $\text{SO}_4^{2-}:\text{Cl}^- = 1:1$  степень выщелачивания гидроксида кальция в системе уменьшается. Уменьшение степени выщелачивания способствует уменьшению скорости коррозионных процессов в данной системе.

Цементный камень – наиболее уязвимый к воздействиям внешней среды компонент бетона. Как известно, основной структурный компонент цементного камня – гидросиликаты кальция – выделяются из раствора в виде волокнистых субмикроскопических частиц. Вначале в свободном пространстве между частицами цемента гидросиликаты кальция образуются в виде длинных волокон. Затем по мере уплотнения структуры длина волокон уменьшается. Непрерывно растёт число контактов срастания кристаллов новообразований. С увеличением объёма твёрдой фазы при гидратации уменьшается общий объём и размеры пор. В результате этих процессов прочность цемента непрерывно нарастает [1; 2]. Под действием различных агрессивных сред в цементном камне начинаются деструкционные процессы, т. е. процессы коррозии.

Наиболее распространёнными грунтовыми водами на территории стран СНГ являются сульфатные воды. Поэтому изучению процессов коррозии бетонов в сульфатных средах посвящено большое количество экспериментальных исследований. Экспериментально установлено, что при действии на цементный камень растворов сульфатов в результате сложных физико-химических процессов изменяется фазовый состав цементного камня. Установлены условия стабильного существования различных форм гидросульфатоалюмината кальция при взаимодействии сульфатов с минералами цементного камня. Вначале во всех случаях образуются кристаллы высокосульфатной формы гидросульфатоалюмината кальция, которые затем при определённых условиях (низкой концентрации гипса и  $\text{Ca(OH)}_2$ ) могут перейти в низкосульфатную форму [3; 4; 5].

Последующий переход высокосульфатной формы гидросульфатоалюмината кальция в низкосульфатную не оказывает значительного влияния на свойства и структуру цементного камня, в которых уже произошли изменения при кристаллизации высокосульфатной формы гидросульфатоалюмината кальция. Но немалое значение при этом имеет механизм образования соединения, который определяется концентрацией компонентов, входящих в состав гидросульфатоалюмината кальция. Установлено, что гидросульфатоалюминат кальция образуется в неопасной форме, если концентрация всех компонентов, образующих это соединение ( $\text{CaO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SO}_3$ ), достаточно высока. Тогда гидросульфатоалюминат кальция образуется в виде отдельных игл в поровом пространстве, благодаря чему структура цементного камня не разрушается, а уплотняется [5].



Жидкая фаза затвердевшего цемента представляет раствор гидроксида кальция концентрации, близкой к концентрации насыщенного раствора, и содержит незначительные количества кремнезёма, глинозёма и оксида железа (III). Снижение содержания одного из компонентов, образующих гидросульфоалюминат кальция ( $\text{CaO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SO}_3$ ), исключает необходимое пресыщение жидкой фазы по этому компоненту. Экспериментально установлено, что практически заметное количество гидросульфоалюмината кальция начинает образовываться при концентрации  $\text{SO}_4^{2-}$  в растворе 0,25 г/л и выше, при концентрации 0,5 г/л образуется уже значительное количество гидросульфоалюмината кальция. Когда концентрация  $\text{SO}_4^{2-}$  в насыщенном растворе гипса превышает 1 г/л, что соответствует насыщенному раствору гипса, образуется максимальное количество гидросульфоалюмината кальция [3]. Сторонники гипотезы перекристаллизации [6] полагают, что сульфатная коррозия цементного камня вызывается переходом в твёрдом состоянии этtringита в моносульфат кальция, что в большей степени зависит от концентрации  $\text{CaO}$  в жидкой фазе. Гидросульфоалюминат кальция со временем может разрушаться с образованием таумазита.

Теоретические предпосылки и экспериментальные данные показывают, что на стойкость бетона в сульфатных средах должны влиять другие компоненты, содержащиеся в растворе, в частности  $\text{Cl}^-$ -ионы. Хлориды являются распространенным компонентом поверхностных и грунтовых вод, поэтому при исследовании влияния сульфат-ионов на процессы коррозии в цементе необходимо учитывать совместное влияние сульфат- и хлорид-ионов.

Хлорид-ионы сами по себе инертны по отношению к цементному клинкеру, так как не образуют труднорастворимых соединений с кальцием – главным элементом минералов цементного камня. В основном их агрессивность связывают только с коррозией стальной арматуры в железобетонных конструкциях. Но можно предположить, что хлорид-ионы могут влиять на течение процессов сульфатной коррозии, их интенсивность и скорость протекания. Поэтому целью наших исследований явилось изучение влияния сульфатно-хлоридной агрессивной среды на цементный камень.

### Материалы и методы

Для исследований использовали портландцемент марки 500, следующих химических составов:

Образцы M1  
 $\text{SiO}_2$  – 21,44;  
 $\text{Al}_2\text{O}_3$  – 4,87;  
 $\text{Fe}_2\text{O}_3$  – 4,89;  
 $\text{CaO}$  – 64,00;  
 $\text{MgO}$  – 1,67;

Образцы M2  
 $\text{SiO}_2$  – 20,14;  
 $\text{Al}_2\text{O}_3$  – 6,68;  
 $\text{Fe}_2\text{O}_3$  – 5,85;  
 $\text{CaO}$  – 61,20;  
 $\text{MgO}$  – 3,88;

SO<sub>3</sub> –2,95;

SO<sub>3</sub> –2,25.

Минералогический состав цементного клинкера следующий (в %):

Образцы М1:

C<sub>3</sub>S – 63–алит–3CaO·SiO<sub>2</sub>–трёхкальциевый силикат;

C<sub>2</sub>S – 17–белит–2CaO·SiO<sub>2</sub>–двухкальциевый силикат;

C<sub>3</sub>A – 3–целит–3 CaO·Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–трёхкальциевый алюминат;

C<sub>4</sub>AF – 17–целит–4CaO·Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>·Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–четырёхкальциевый алюмоферрит.

Образцы М2:

C<sub>3</sub>S – 48–алит–3CaO·SiO<sub>2</sub>–трёхкальциевый силикат;

C<sub>2</sub>S – 29–белит–2CaO·SiO<sub>2</sub>–двухкальциевый силикат;

C<sub>3</sub>A – 3–целит–3 CaO·Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–трёхкальциевый алюминат;

C<sub>4</sub>AF – 17–целит–4CaO·Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>·Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–четырёхкальциевый алюмоферрит.

Исследования проводили на образцах цементного камня (в/ц = 0,4) – кубиках 2×2×2 см. Размеры образцов приняты из соображений возможности в короткие сроки получить исследуемые зависимости. После распалубки (через сутки) образцы твердели 28 суток в дистиллированной воде. Исследования проводили после 1 года воздушного твердения образцов.

Для приготовления растворов использовали сульфат натрия, хлорид натрия марок ЧДА. Концентрации растворов сульфата натрия (в пересчёте на ион SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>) – 1,5 г/л, 3 г/л, 12 мг/л приняты из соображений ускоренного получения исследуемых зависимостей.

Сущность исследований сводится к определению аналитическими методами изменения концентраций ионов SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>, Cl<sup>-</sup>, Ca<sup>2+</sup> и pH в процессе взаимодействия раствора с минералами цемента в испытуемых образцах.

Количественное определение водорастворимых ионов кальция проводили методом комплексометрического титрования с трилоном Б в присутствии индикатора мурексида. Количественное определение сульфат-ионов проводили гравиметрическим методом.

### Результаты исследований

Испытания, проведенные в лабораторных условиях с образцами, дали интересные результаты, что позволило анализировать химизм процессов выщелачивания Ca(OH)<sub>2</sub> и оценить устойчивость компонентов цементного камня к совместному воздействию сульфат- и хлорид-ионов.

При погружении образцов в водный раствор, содержащий в растворённом состоянии агрессивные по отношению к цементному материалу соединения, важную роль играют параметры проницаемости материала и гидравлические условия. В случае всестороннего омывания бетонной поверхности процесс выщелачивания будет зависеть только от количества воды. По мере увеличения концентрации ионов, агрессивных по отношению к цементному материалу, резко увеличиваются процессы самоуплотнения бетона, фильтрация резко замедляется и количество растворяемой извести снижается. Если при концентрации SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> и Cl<sup>-</sup> ионов 1,5 г/л и 3 г/л ещё идёт в небольшой степени выщелачивание, то уже при концентрации 5 г/л и выше процесс практически не наблюдается. В нашем случае можно сказать, что в целом такая жидкая водная агрессивная среда не вызывает коррозии I вида.

Интенсивность растворения CaO (виде Ca(OH)<sub>2</sub>) из цементного материала определяется как составом, так и условиями выщелачивания, и в первую очередь –

степенью доступности внутренней поверхности цементного материала для воды. Результаты исследований представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Количество водорастворимых ионов кальция в агрессивной среде

| Проба<br>с соотношением<br>ионов<br>$\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^-$<br>в растворе | Средний объем<br>трилона Б,<br>пошедшего<br>на титрование,<br>мл | Масса ионов<br>$\text{Ca}^{2+}$<br>в навеске, г | Масса<br>$\text{CaO}$<br>в навеске,<br>г | % -ное содержание<br>ионов $\text{Ca}^{2+}$ |           |
|--|--|---|--|---|-----------|
|  |  |   |  | в навеске                                   | в цементе |
| 1  | 2  | 3   | 4  | 5   | 6         |
| (1,5 г/л)<br>Ч. $\text{SO}_4^{2-}$   | 0,43   | 0,022   | 0,030                                    | 2,15  | 7,52      |
| 1:1  | 0,18   | 0,009   | 0,013                                    | 0,91  | 3,20      |
| 1:2  | 0,10   | 0,005   | 0,007                                    | 0,50  | 1,75      |
| 2:1  | 0,30   | 0,015   | 0,021                                    | 1,50  | 5,25      |
| (3 г/л)<br>Ч. $\text{SO}_4^{2-}$   | 0,20   | 0,010   | 0,014                                    | 1,00  | 3,50      |

*Продолжение таблицы 1*

|                                  |      |       |       |      |      |
|----------------------------------|------|-------|-------|------|------|
| 1                                | 2    | 3     | 4     | 5    | 6    |
| 1:1                              | 0,15 | 0,008 | 0,011 | 0,75 | 2,62 |
| 1:2                              | 0,22 | 0,011 | 0,015 | 1,10 | 3,85 |
| 2:1                              | 0,17 | 0,008 | 0,012 | 0,85 | 2,97 |
| (5 г/л)<br>Ч. $\text{SO}_4^{2-}$ | 0,15 | 0,008 | 0,011 | 0,75 | 2,62 |
| 1:1                              | 0,12 | 0,006 | 0,008 | 0,60 | 2,10 |
| 1:2                              | 0,20 | 0,010 | 0,014 | 1,00 | 3,50 |
| 2:1                              | 0,10 | 0,005 | 0,007 | 0,50 | 1,75 |

С увеличением концентрации сульфат-ионов в агрессивной среде действуют два противоположных процесса. С одной стороны, с ростом концентрации сульфата в агрессивной среде возрастает кристаллизация  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  за счёт увеличения содержания иона  $\text{SO}_4^{2-}$ , одноимённого с ионами кристаллизующегося гипса. Этот процесс способствует формированию мелкокристаллического слоя продуктов коррозии низкой диффузионной проницаемости. С другой стороны, в присутствии  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  увеличивается растворимость гидроксида кальция и может увеличиваться растворимость гипса по сравнению с растворимостью этих соединений в воде, что способствует увеличению скорости коррозии.

Как известно, коррозия I вида объединяет процессы, связанные с выщелачиванием растворимых компонентов, прежде всего  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  жидкой фазы цементного камня под действием агрессивных растворов.

Установлено, что выщелачивание  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  из цементного камня приводит к понижению прочностных характеристик бетона вследствие

последовательного ряда разложений компонентов цементного камня, связанных с изменением концентрации  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ .

При концентрации  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  в пересчёте на  $\text{CaO}$  в жидкой среде 1,2 г/л устойчивы все перечисленные выше минералы; при концентрации 1,6–1,08 г/л высокоосновные гидросиликаты и гидроалюминаты переходят в низкоосновные. При понижении концентрации  $\text{CaO}$  до 0,4–0,5 г/л устойчивы только одноосновные гидросиликаты и гидроалюминаты. При концентрации  $\text{CaO}$  0,16–0,36 г/л гидроалюминаты подвергаются полному гидролизу с образованием  $\text{Al}(\text{OH})_3$ . При более низких концентрациях распадается однокальциевый силикат с образованием геля кремниевой кислоты [4].

Анализ экспериментальных данных показал, что совместное влияние сульфат- и хлорид-ионов при определённых концентрациях сульфат-ионов уменьшает степень выщелачивания гидроксида кальция. Особенно это заметно при соотношении концентраций  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl} = 1:1$  и  $1:2$  при небольших концентрациях сульфат-ионов (1,5 г/л, 3 г/л). Результаты этих исследований представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Количество растворённого  $\text{CaO}$  в зависимости от концентрации ионов  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{Cl}$  в жидкой агрессивной среде

| Содержание $\text{CaO}$ в цементе | Количество растворённого $\text{CaO}$ (%) от первоначального содержания |      |      |       |                                       |      |      |      |                                       |      |      |      |
|-----------------------------------|---|------|------|-------|---------------------------------------|------|------|------|---------------------------------------|------|------|------|
|                                   | концентрация $\text{SO}_4^{2-}$ 1,5 г/л                                 |      |      |       | концентрация $\text{SO}_4^{2-}$ 3 г/л |      |      |      | концентрация $\text{SO}_4^{2-}$ 5 г/л |      |      |      |
|                                   | 1:0   | 1:1  | 1:2  | 2:1   | 1:0                                   | 1:1  | 1:2  | 2:1  | 1:0                                   | 1:1  | 1:2  | 2:1  |
| Серия М1<br>64%                   | 16,40   | 6,99 | 3,83 | 11,48 | 7,66                                  | 5,74 | 6,42 | 6,51 | 5,74                                  | 4,59 | 7,66 | 8,83 |

Результаты количественного определения водорастворимых сульфат-ионов представлены таблицами 3 и 4.

Таблица 3 – Содержание водорастворимого  $\text{SO}_3$  в цементе (серия М1) в зависимости от концентрации ионов  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{Cl}$  в жидкой агрессивной среде

| Проба с соотношением ионов $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}$ в растворе | Масса навески, г | Масса осадка $\text{BaSO}_4$ в пробе, г | Масса $\text{SO}_4^{2-}$ ионов в осадке, г | %-ное содержание водораств. $\text{SO}_4^{2-}$ ионов в навеске | %-ное содержание водораств. $\text{SO}_4^{2-}$ ионов в цементе | %-ное содержание водораств. $\text{SO}_3$ в цементе |
|--|------------------|---|--|--|--|---|
| Серия М1 (1,5 г/л)   |                  |   |  |  |  |   |
| Ч. $\text{SO}_4^{2-}$  | 1                | 0,006                                   | 0,0024                                     | 0,24   | 0,84   | 0,700   |
| 1:1  | 1                | 0,010                                   | 0,0043                                     | 0,43   | 1,51   | 1,250   |
| 1:2  | 1                | 0,005                                   | 0,0022                                     | 0,22   | 0,77   | 0,650   |

|                     |   |       |        |      |      |       |
|---------------------|---|-------|--------|------|------|-------|
| 2:1                 | 1 | 0,006 | 0,0027 | 0,27 | 0,94 | 0,780 |
| Серия М1<br>(3 г/л) |   |       |        |      |      |       |
| Ч. $SO_4^{2-}$      | 1 | 0,006 | 0,0026 | 0,26 | 0,91 | 0,760 |
| 1:1                 | 1 | 0,016 | 0,0065 | 0,65 | 2,28 | 0,520 |
| 1:2                 | 1 | 0,008 | 0,0034 | 0,34 | 1,19 | 0,990 |
| 2:1                 | 1 | 0,008 | 0,0033 | 0,33 | 1,16 | 0,960 |
| Серия М1<br>(5 г/л) |   |       |        |      |      |       |
| Ч. $SO_4^{2-}$      | 1 | 0,007 | 0,0029 | 0,29 | 1,02 | 0,864 |
| 1:1                 | 1 | 0,023 | 0,0094 | 0,94 | 3,27 | 2,725 |
| 1:2                 | 1 | 0,009 | 0,0035 | 0,35 | 1,22 | 1,032 |
| 2:1                 | 1 | 0,008 | 0,0034 | 0,34 | 1,19 | 0,984 |
| Контроль            | 1 | 0,042 | 0,0175 | 1,75 | 6,13 | 1,458 |

Таблица 4 – Содержание водорастворимого  $SO_3$  в цементе (серия М2) в зависимости от концентрации ионов  $SO_4^{2-}$  и  $Cl^-$  в жидкой агрессивной среде

| Проба с соотношением ионов $SO_4^{2-} : Cl^-$ в растворе | Масса навески, г | Масса осадка $BaSO_4$ в пробе, г | Масса $SO_4^{2-}$ ионов в осадке, г | %-ное содержание водораств. $SO_4^{2-}$ ионов в навеске | %-ное содержание водораств. $SO_4^{2-}$ ионов в цементе | %-ное содержание водораств. $SO_3$ в цементе |
|--|------------------|----------------------------------|-------------------------------------|---|---|--|
| 1  | 2                | 3                                | 4                                   | 5   | 6   | 7  |
| Серия М2<br>(12 г/л)                                     |                  |                                  |                                     |   |   |  |
| Ч. $SO_4^{2-}$   | 1                | 0,0225                           | 0,0093                              | 0,93  | 3,24  | 0,772  |
| 1:1  | 1                | 0,0524                           | 0,0216                              | 2,16  | 7,56  | 1,797  |
| 1:2  | 1                | 0,0334                           | 0,0138                              | 1,38  | 4,82  | 1,146  |
| 2:1  | 1                | 0,1061                           | 0,0437                              | 4,37  | 15,30   | 3,640  |

Продолжение таблицы 4

| 1                    | 2 | 3      | 4      | 5    | 6     | 7     |
|----------------------|---|--------|--------|------|-------|-------|
| Серия М2<br>(16 г/л) |   |        |        |      |       |       |
| Ч. $SO_4^{2-}$       | 1 | 0,0442 | 0,0182 | 1,82 | 6,37  | 5,306 |
| 1:1                  | 1 | 0,0526 | 0,0217 | 2,17 | 7,58  | 6,315 |
| 1:2                  | 1 | 0,0705 | 0,0290 | 2,90 | 10,15 | 8,464 |
| 2:1                  | 1 | 0,1083 | 0,0446 | 4,46 | 15,61 | 13,00 |
| Серия М2<br>(20 г/л) |   |        |        |      |       |       |
| Ч. $SO_4^{2-}$       | 1 | 0,0822 | 0,0339 | 3,39 | 11,85 | 2,820 |
| 1:1                  | 1 | 0,0518 | 0,0213 | 2,13 | 7,47  | 1,777 |
| 1:2                  | 1 | 0,0921 | 0,0380 | 3,80 | 13,28 | 3,160 |
| 2:1                  | 1 | 0,1095 | 0,0450 | 4,50 | 15,79 | 3,756 |
| Контроль             | 1 | 0,0593 | 0,0244 | 2,44 | 8,54  | 2,034 |

Сульфат натрия, находящийся в воде, соприкасающейся с цементным камнем, способен, с одной стороны, в значительной степени повысить растворимость составных частей цементного камня и этим ускорить развитие коррозии I вида, с другой стороны – вызвать развитие обменных реакций с замещением катиона  $\text{Na}^+$  в сульфате на ион  $\text{Ca}^{2+}$  из цементного камня либо вызвать накопление в порах солей с последующей их кристаллизацией. Согласно полученным результатам при малых концентрациях  $\text{SO}_4^{2-}$  (1,5 – 5 г/л) идут коррозионные процессы I вида. При совместном нахождении сульфат- и хлорид-ионов в растворе повышается растворимость гипса  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ , отодвигается момент начала выпадения кристаллов гипса в осадок. Только при концентрации  $\text{SO}_4^{2-}$  5 г/л с соотношением  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^- = 1:1$  идет накопление в порах и капиллярах ионов  $\text{SO}_4^{2-}$ , о чем свидетельствует повышенное процентное содержание водорастворимого  $\text{SO}_3$  в цементе (2,725) по сравнению с контролем (1,458). При более высоких концентрациях  $\text{SO}_4^{2-}$  12, 16, 20 г/л совместное влияние сульфат- и хлорид-ионов приводит к увеличению процентного содержания водорастворимого  $\text{SO}_3$  в цементе по сравнению с контролем. Поэтому можно полагать, что внутренняя поверхность пор заполняется ионами, присутствующими в растворе, и вызывает кристаллизацию, возможно, не только гипса, но и более сложной соли – гидросульфатоалюмината кальция.

Результаты количественного определения ионов кальция в пробе из вытяжки каждого образца представлены в таблицах 5 и 6.

Таблица 5 – Количество водорастворимых ионов кальция в пробах из вытяжки каждого образца серии М1

| Проба из вытяжки образца, помещенного в р-р с соотношением ионов $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^-$ | Объем пробы для титрования, мл | Средний объем трилона Б, пошедшего на титрование, мл | Масса ионов $\text{Ca}^{2+}$ в навеске, г | %-ное содержание ионов $\text{Ca}^{2+}$ в навеске | %-ное содержание ионов $\text{Ca}^{2+}$ в цементе | Масса $\text{CaO}$ в навеске, г |
|---|--------------------------------|--|---|---|---|---------------------------------|
| 1   | 2                              | 3  | 4   | 5   | 6   | 7                               |
| (1,5 г/л)<br>Ч. $\text{SO}_4^{2-}$  | 10                             | 0,43   | 0,0215                                    | 2,15  | 7,52  | 0,030                           |
| 1:1   | 10                             | 0,57   | 0,0285                                    | 2,85  | 9,97  | 0,040                           |

Продолжение таблицы 5

|                                  |    |      |        |      |       |       |
|----------------------------------|----|------|--------|------|-------|-------|
| 1                                | 2  | 3    | 4      | 5    | 6     | 7     |
| 1:2                              | 10 | 0,97 | 0,0485 | 4,85 | 16,97 | 0,070 |
| 2:1                              | 10 | 0,6  | 0,0300 | 3,00 | 10,50 | 0,042 |
| (3 г/л)<br>Ч. $\text{SO}_4^{2-}$ | 10 | 0,6  | 0,0300 | 3,00 | 10,50 | 0,042 |
| 1:1                              | 10 | 0,38 | 0,0192 | 1,92 | 6,72  | 0,027 |
| 1:2                              | 10 | 0,84 | 0,0420 | 4,20 | 14,70 | 0,059 |
| 2:1                              | 10 | 0,50 | 0,0250 | 2,50 | 8,75  | 0,035 |
| (5 г/л)<br>Ч. $\text{SO}_4^{2-}$ | 10 | 0,73 | 0,0365 | 3,65 | 12,77 | 0,051 |
| 1:1                              | 10 | 0,38 | 0,0192 | 1,92 | 6,70  | 0,027 |
| 1:2                              | 10 | 0,55 | 0,0275 | 2,75 | 9,62  | 0,039 |

|     |    |      |        |      |      |       |
|-----|----|------|--------|------|------|-------|
| 2:1 | 10 | 0,57 | 0,0285 | 2,85 | 9,97 | 0,040 |
|-----|----|------|--------|------|------|-------|

Таблица 6 – Количество водорастворимых ионов кальция в пробах из вытяжки каждого образца серии М2

| Проба из вытяжки образца, помещенного в р-р с соотношением ионов $SO_4^{2-} : Cl$ | Объем пробы для титрования, мл | Средний объем трилона Б, пошедшего на титрование, мл | Масса ионов $Ca^{2+}$ в навеске, г | %-ное содержание ионов $Ca^{2+}$ в навеске | %-ное содержание ионов $Ca^{2+}$ в цементе | Масса CaO в навеске, г |
|---|--------------------------------|--|------------------------------------|--|--|------------------------|
| (12 г/л)<br>Ч. $SO_4^{2-}$  | 10                             | 0,90   | 0,0450                             | 4,50                                       | 15,75                                      | 0,063                  |
| 1:1   | 10                             | 0,73   | 0,0365                             | 3,65                                       | 12,77                                      | 0,051                  |
| 1:2   | 10                             | 2,20   | 0,1100                             | 11,00                                      | 38,50                                      | 0,154                  |
| 2:1   | 10                             | 0,62   | 0,0308                             | 3,08                                       | 10,80                                      | 0,043                  |
| (16 г/л)<br>Ч. $SO_4^{2-}$  | 10                             | 0,72   | 0,0362                             | 3,62                                       | 12,69                                      | 0,051                  |
| 1:1   | 10                             | 0,60   | 0,0300                             | 3,00                                       | 10,50                                      | 0,042                  |
| 1:2   | 10                             | 0,92   | 0,0460                             | 4,60                                       | 16,10                                      | 0,064                  |
| 2:1   | 10                             | 0,81   | 0,0405                             | 4,05                                       | 14,17                                      | 0,057                  |
| (20 г/л)<br>Ч. $SO_4^{2-}$  | 10                             | 0,42   | 0,0208                             | 2,08                                       | 7,30                                       | 0,029                  |
| 1:1   | 10                             | 0,58   | 0,0292                             | 2,92                                       | 10,20                                      | 0,041                  |
| 1:2   | 10                             | 0,87   | 0,0434                             | 4,34                                       | 15,17                                      | 0,061                  |
| 2:1   | 10                             | 1,77   | 0,0884                             | 8,84                                       | 30,92                                      | 0,124                  |

Из приведенных данных видно, что содержание водорастворимой формы ионов кальция в образцах с повышением концентрации сульфат-ионов от 1,5 до 5 г/л увеличивается. При концентрации сульфат ионов 1,5 г/л присутствие хлорид-ионов способствует увеличению содержания водорастворимых форм. При концентрации сульфат-ионов 3 и 5 г/л положительную роль играют хлорид-ионы при соотношении  $SO_4^{2-} : Cl = 1:1$ . При повышении концентрации агрессивных сульфат-ионов до 12, 16 и 20 г/л (для образцов М2) положительная роль хлорид-ионов почти не проявляется.

Результаты количественного определения общего числа сульфат-ионов представлены в таблицах 7 и 8.

Таблица 7 – Содержание  $SO_3$  в пробах образцов серии М1 после выдерживания их в растворах с соотношением ионов  $SO_4^{2-} : Cl = 1:0; 1:1; 1:2; 2:1$

| Проба образца из р-ра с соотношением ионов $SO_4^{2-} : Cl$ | Масса навески, г | Масса осадка $BaSO_4$ в пробе, г. | Масса $SO_4^{2-}$ ионов в осадке, г | % -ное содержание $SO_3$ |           |
|---|------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-----------|
|   |                  |                                   |                                     | в навеске                | в цементе |
| Серия М1 (1,5 г/л)  |                  |                                   |                                     |                          |           |

|                  |   |        |        |       |        |
|------------------|---|--------|--------|-------|--------|
| Ч. $SO_4^{2-}$   | 1 | 0,0518 | 0,0213 | 1,778 | 6,22   |
| 1:1              | 1 | 0,0235 | 0,0097 | 0,81  | 2,82   |
| 1:2              | 1 | 0,052  | 0,0214 | 1,78  | 6,24   |
| 2:1              | 1 | 0,0966 | 0,0398 | 1,365 | 4,78   |
| Серия М1 (3 г/л) |   |        |        |       |        |
| Ч. $SO_4^{2-}$   | 1 | 0,0727 | 0,03   | 2,5   | 8,73   |
| 1:1              | 1 | 0,1065 | 0,0439 | 3,653 | 12,785 |
| 1:2              | 1 | 0,0953 | 0,04   | 3,27  | 11,44  |
| 2:1              | 1 | 0,0835 | 0,0344 | 2,864 | 10,024 |
| Серия М1 (5 г/л) |   |        |        |       |        |
| Ч. $SO_4^{2-}$   | 1 | 0,0959 | 0,0395 | 3,29  | 11,513 |
| 1:1              | 1 | 0,1624 | 0,0669 | 5,57  | 19,49  |
| 1:2              | 1 | 0,0155 | 0,0064 | 0,53  | 1,86   |
| 2:1              | 1 | 0,072  | 0,0297 | 2,47  | 8,64   |

Таблица 8 – Содержание  $SO_3$  в пробах образцов серии М2 после выдерживания их в растворах с соотношением ионов  $SO_4^{2-} : Cl^- = 1:0; 1:1; 1:2; 2:1$

| Проба образца из ряда с соотношением ионов $SO_4^{2-} : Cl^-$ | Масса навески, г | Масса осадка $BaSO_4$ в пробе, г. | Масса $SO_4^{2-}$ ионов в осадке, г | % -ное содержание $SO_3$ |           |
|---|------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-----------|
|   |                  |                                   |                                     | в навеске                | в цементе |
| 1   | 2                | 3                                 | 4                                   | 5                        | 6         |
| Серия М2 (12 г/л)   |                  |                                   |                                     |                          |           |
| Ч. $SO_4^{2-}$  | 1                | 0,269                             | 0,1109                              | 9,23                     | 32,30     |
| 1:1   | 1                | 0,266                             | 0,1095                              | 9,11                     | 31,89     |
| 1:2   | 1                | 0,216                             | 0,0888                              | 7,39                     | 25,87     |
| 2:1   | 1                | 0,214                             | 0,0884                              | 7,36                     | 25,75     |
| Серия М2 (16 г/л)   |                  |                                   |                                     |                          |           |

Продолжение таблицы 8

|                   |   |       |        |       |       |
|-------------------|---|-------|--------|-------|-------|
| 1                 | 2 | 3     | 4      | 5     | 6     |
| Ч. $SO_4^{2-}$    | 1 | 0,271 | 0,1117 | 9,30  | 32,56 |
| 1:1               | 1 | 0,269 | 0,1110 | 9,24  | 32,35 |
| 1:2               | 1 | 0,219 | 0,0900 | 7,52  | 26,33 |
| 2:1               | 1 | 0,246 | 0,1012 | 8,43  | 29,50 |
| Серия М2 (20 г/л) |   |       |        |       |       |
| Ч. $SO_4^{2-}$    | 1 | 0,172 | 0,0710 | 5,91  | 20,70 |
| 1:1               | 1 | 0,277 | 0,1143 | 9,51  | 33,30 |
| 1:2               | 1 | 0,205 | 0,0845 | 7,04  | 24,60 |
| 2:1               | 1 | 0,298 | 0,1229 | 10,24 | 35,82 |

Анализ экспериментальных данных показал, что общее процентное содержание  $SO_3$  в пробах образцов серий М1 и М2 увеличивается с увеличением концентрации



$\text{SO}_4^{2-}$  в растворах, куда эти образцы помещались. По-видимому, накопление в порах цементного камня солей с последующей их кристаллизацией из раствора приводит к развитию сульфатной коррозии. При малых концентрациях  $\text{SO}_4^{2-}$  (1,5 г/л с соотношением ионов  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^- = 1:1$  и 5 г/л с соотношением ионов  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^- = 1:2$ ) в растворах совместное влияние сульфат- и хлорид-ионов приводит к уменьшению процентного содержания  $\text{SO}_3$  в цементе за счёт развития коррозии I вида. При больших концентрациях  $\text{SO}_4^{2-}$  такой эффект совместного влияния сульфат- и хлорид-ионов не проявляется.

Исследования, проведенные в лабораторных условиях с образцами бетона серий М1 и М2, позволили проанализировать химизм коррозионных процессов, происходящих под влиянием сульфат и хлорид-ионов, изучить их совместное влияние.

### Выводы

1. Изучено совместное влияние сульфат- и хлорид-ионов на степень выщелачивания гидроксида кальция в системе  $\text{CaO-SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ . Экспериментально установлено, что при концентрациях сульфат-ионов 3 и 5 г/л и при соотношении  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^- = 1:1$  степень выщелачивания гидроксида кальция в системе уменьшается. Уменьшение степени выщелачивания способствует уменьшению скорости коррозионных процессов в данной системе.

2. При совместном нахождении сульфат- и хлорид-ионов в растворе повышается растворимость гипса  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ . Только при концентрации  $\text{SO}_4^{2-}$  5 г/л с соотношением  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^- = 1:1$  идет накопление в порах и капиллярах ионов  $\text{SO}_4^{2-}$ , о чём свидетельствует повышенное процентное содержание водорастворимого  $\text{SO}_3$  в цементе (2,725) по сравнению с контролем (1,458). Это указывает на развитие сульфатной коррозии.

3. При малых концентрациях  $\text{SO}_4^{2-}$  в растворах (1,5 и 5 г/л) и при соотношении сульфат-ионов и хлорид-ионов 2:1 меньше количество накопленных  $\text{Cl}^-$  ионов по сравнению с теми же концентрациями  $\text{SO}_4^{2-}$ , но при соотношении сульфат-ионов и хлорид-ионов 1:1. Возможно, при соотношении 2:1 совместное влияние этих ионов подавляет степень накопления  $\text{Cl}^-$  ионов в цементном камне и уменьшает агрессивное действие их на минералы цементного камня.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Москвин, В.М. Коррозия бетона и железобетона, методы их защиты / В.М. Москвин [и др.]. – М. : Стройиздат, 1980. – 536 с.
2. Питьева, К.Е. Гидрохимия / К.Е. Питьева. – М. : Высш. школа, 1971. – 336 с.
3. Иванов, Ф.М. Определение влияния добавок на сульфатостойкость цементных растворов ускоренным методом / Ф.М. Иванов, Г.В. Любарская, Г.В. Чехний // Коррозионностойкие бетоны и железобетонные конструкции. – М., 1981. – С. 131–134.
4. Lukas, W. Betonzerstörung Hurch  $\text{SO}_3$  –angriff unter Bildung / W. Lukas // Ctm. and Concr. Res. – 1975, № 5. – P. 503–517.
5. Ступень, Н.С.  $\text{CaO-SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  в присутствии ионов  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{HCO}_3^-$  / Н.С. Ступень, Б.С. Шевченко, Ю.В. Волинчук // Весн. Брэсцага ун-та. – 2003. – № 2. – С. 55–61.

6. Юхневич, Р. Техника борьбы с коррозией / Р. Юхневич, В. Богданович, Е. Валашковский. – Л. : Химия, 1980. – 224 с.

***N.S. Stupen, M.V. Lukashevich. The Corrosion of Cement in the Presence of Sulphate-chloride Aggressive Medium***

The joined influence of sulphate- and chloride- ions on the degree of washing out of calcium hydroxide in the system  $\text{CaO-SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  has been studied. Experiments have showed that the degree of washing out of alkaline in the system decreases at concentrations of sulphate ions 3 and 5 g per l and the ratio  $\text{SO}_4^{2-} : \text{Cl}^- = 1:1$ . The decrease of washing out of calcium hydroxide leads to the reduction of corrosion speed in this system.

УДК 633.2/3:636.2

*Е.Г. Артемук, Ю.Г. Мисюта, Н.Н. Олехнович*

## **КОМПЛЕКСНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РАСТИТЕЛЬНЫХ КОРМОВ БРЕСТСКОЙ ОБЛАСТИ**

В статье дается комплексная оценка качества кормов, заготовленных сельскохозяйственными предприятиями Брестской области в 2007 году. Показано, что наиболее качественный кукурузный силос получается при заготовке его в фазу восковой спелости зерна. Сенаж из многолетних трав 2007 года характеризуется очень низким содержанием кормовых единиц в 1 кг натурального корма, что объясняется пониженным содержанием сухого вещества.

Ведущее место в сельскохозяйственном производстве занимает животноводство. Важнейшим показателем развития животноводства является продуктивность разводимого скота. Однако в последние годы генетический потенциал животных реализуется только на 45–55 %. Реализация этого потенциала невозможна без организации сбалансированного кормления животных [1]. Полноценное кормление – одно из основных условий повышения продуктивности сельскохозяйственных животных, поэтому от технологии заготовки и хранения кормов зависит их качество, которое можно определить исследованием химического состава кормов.

Большинство ученых и практических работников придерживается мнения, что продуктивность сельскохозяйственных животных на 70–80% зависит от качества кормления и содержания и на 20–30% от генетических факторов. Только при научно-обоснованном полноценном кормлении можно успешно реализовать наследственные качества животного. Однако состав рационов и качество их приготовления далеко не всегда отвечают физиологическим потребностям животных. Низкий уровень кормления животных в сочетании с неудовлетворительным качеством кормов ведут не только к их перерасходу, но и к значительному удорожанию продукции [2].

Недостаточно высокое качество кормов – одна из наиболее распространенных проблем, с которой сталкиваются специалисты хозяйств при балансировании рациона. Низкая питательность грубых и объемистых кормов, минеральное обеднение пастбищ постепенно приводят к снижению общей питательности рациона, проявлению минеральной недостаточности, что отражается на здоровье животных. Дополнительное введение витаминно-минеральных добавок и концентратов в рацион животных увеличивает его питательность, обогащает витаминно-минеральный состав, обеспечивает организм обменной энергией, ценным высококачественным белком [3].

*Существуют главные принципы правильного кормления [1]:*

- 1) обеспечение потребности организма необходимым по объему и энергии кормом;
- 2) поддержание на достаточном уровне всех питательных веществ, используемых для получения высокой продуктивности и регуляции физиологических функций организма;

- 3) хорошие вкусовые качества кормов, способствующие выделению пищеварительных соков, и правильно выбранная техника кормления;
- 4) усвояемость питательных веществ и физиологичность состава корма;
- 5) безопасность (безвредность) кормов.

Несбалансированность рациона и низкое качество кормов являются основными причинами нарушения обмена веществ, рождения слабого приплода, снижения устойчивости к заболеваниям, уменьшения живой массы и продуктивности, что в конечном итоге приводит к преждевременной выбраковке животных [4]. Для поддержания здоровья животных и научно-обоснованного их кормления необходим баланс всех питательных веществ, входящих в состав рациона. Известно, что полноценное питание – это свойство корма удовлетворять потребность животного во всех элементах питания в нужных количествах и правильном соотношении, сохраняя хорошее состояние здоровья, его воспроизводительные функции, обеспечивая максимальный уровень работоспособности при наименьших затратах кормов.

Поэтому важнейшей задачей является создание четкой системы контроля за качеством и безопасностью кормов, комбикормов и кормовых добавок, направленной на увеличение производства высококачественных кормов для удовлетворения потребностей животных в энергии, протеине, минеральных веществах, витаминах, реализации их генетического потенциала и получения более качественной продукции. Знание химического состава кормов и норм потребности животных в различных питательных веществах необходимо для организации рационального кормления животных. Важным элементом в контроле качества кормов является систематическая проверка соответствия показателей питательности рекомендуемым нормам. Качество кормов оценивают по органолептическим признакам и химическому составу [5; 6].

Располагая данными о фактическом составе кормов, можно своевременно изменить состав рациона, ввести необходимые минеральные добавки, препараты витаминов. С учетом фактического содержания микроэлементов и витаминов в кормах можно разработать составы премиксов, которые будут точно соответствовать потребностям животных, естественным образом пополняя рацион дефицитными элементами питания, что будет положительно сказываться как на продуктивности животных, так и на обмене веществ, функциях воспроизводства, резистентности организма. После проведенных исследований можно балансировать рацион исходя из химического состава данного корма, в том числе не допускать перерасхода кормов, что важно также и с экономической точки зрения. Чем шире круг нормируемых и контролируемых показателей питательности, тем правильнее можно составить рацион. Опыты показывают, что сбалансированный рацион по 20 показателям питательности на 16–30% эффективнее рациона, сбалансированного по 5 показателям. Используя данные питательности кормов и современные принципы нормирования питания сельскохозяйственных животных, можно реально повысить коэффициент полезного действия кормов в 1,5 раза. Таким образом, зоотехнический анализ кормов должен стать важнейшим элементом при организации полноценного кормления животных.

### **Материалы и методы**

Для изучения химического состава и питательности кормов, заготовленных хозяйствами Брестской области, в 2007 году был проведен зоотехнический анализ более 200 образцов растительных кормов (зеленые корма, сенаж, силос кукурузный, сено).

Зоотехнический анализ кормов проводили в аккредитованной региональной аналитической лаборатории ГНУ «Полесский аграрно-экологический институт НАН

Беларуси», осуществляющей контроль за качеством и безопасностью кормов, комбикормов и комбикормового сырья в сельхозпредприятиях Брестской области. Располагая высококвалифицированными специалистами и современной лабораторно-аналитической базой, лаборатория проводит исследования в области оценки качества кормов, по 22-м показателям, необходимые специалистам агропромышленного комплекса при составлении сбалансированных рационов кормления сельскохозяйственных животных.

Химический состав кормов был изучен по общепринятым методикам зоотехнического анализа и в соответствии с действующими ГОСТами. Содержание влаги определяли по ГОСТ 27548–97, содержание общего азота, сырой клетчатки, сырого жира, сырой золы, сахара, активной кислотности, каротина – в соответствии с ГОСТами 13496.4–93, 13496.2–91, 13496.15–97, 26226–95, 26176–91, 26180–84, 13496.17–95. Определение фосфора, кальция, железа, меди, цинка, марганца и йода проводили в соответствии с ГОСТами 26657–97, 26570–95, 27998–88, 27995–88, 27996–88, 27997–88 и ГОСТом 28458–90. Питательность сенажа, силоса кукурузного и сена определяли по ГОСТу 23637–90, СТБ 1223-2000 и ГОСТу 4808-87 соответственно.

### **Результаты исследований**

Проведенные исследования химического состава и питательности растительных кормов, заготовленных сельскохозяйственными предприятиями Брестской области в 2007 году, показали, что по количеству обменной энергии в сухом веществе лучшими показателями обладает кукурузный силос, убранный в фазу восковой спелости зерна (в среднем 10,0 МДж/кг) (таблица 1).

По наличию кормовых единиц в 1 кг натурального корма результаты исследований следующие:

- силос кукурузный (фаза молочно-восковой спелости) – 0,25 корм. ед.;
- силос кукурузный (фаза восковой спелости) – 0,30 корм. ед.;
- сенаж из многолетних трав – 0,21 корм. ед.

Важнейшим показателем качества кормов является содержание переваримого протеина. Так, силос кукурузный, заготовленный в 2007 году, характеризуется достаточно высоким содержанием переваримого протеина – 14–16 г/кг натурального корма.

Содержание кормовых единиц в 1 кг натурального корма в сенаже из многолетних трав 2007 года значительно ниже содержания кормовых единиц в сенаже 2006 года (0,27 к.ед.), что объясняется очень низким содержанием сухого вещества в сенаже из многолетних трав, заготовленных сельхозпредприятиями Брестской области в 2007 году. Кроме того, сенажи 2007 года характеризуются и относительно низким содержанием переваримого протеина (в среднем 22,6 г/кг натурального корма).

По результатам проведенных исследований практически весь заготовленный силос кукурузный соответствует высшему и I классу качества, сенаж из многолетних трав – III класс и неклассный, сено – I и II класс качества.

В соответствии с ветеринарно-санитарными нормативами [7] средние значения содержания микроэлементов (железа, меди, цинка, йода) в растительных кормах (силосе кукурузном, сенаже из многолетних трав и сене), заготовленных хозяйствами Брестской области, не превышают допустимого уровня содержания этих элементов в растительных кормах для сельскохозяйственных животных (таблица 2).

Наличие данных лабораторных исследований о качестве заготовленных кормов позволяет специалистам сельскохозяйственных предприятий объективно оценить

качественные показатели кормов; спрогнозировать потребление корма животными и уровень продуктивного действия корма; оптимально подобрать составляющие рациона.

## БІАЛОГІЯ

Таблица 1 – Сравнительная характеристика питательности растительных кормов, заготовленных хозяйствами Брестской области в 2007 году

| Вид корма                       |                                  | Сухое в-во,<br>% | Клетчатка,<br>% | Протеин,<br>% | Перевар.<br>протеин,<br>г/кг | Сахара,<br>% | Обм.<br>энергия в<br>сухом в-ве,<br>мДж/кг | К. ед.<br>в сухом<br>в-ве | К. ед.<br>в натур.<br>корме |
|---------------------------------|----------------------------------|------------------|-----------------|---------------|------------------------------|--------------|--|---------------------------|-----------------------------|
| Силос<br>куку-<br>рузный        | молочно-<br>восковой<br>спелости | 17,95–44,71*     | 12,3–38,0       | 6,18–11,62    | 8,98–17,50                   | 0,2–1,6      | 8,5–10,3                                   | 0,71–0,95                 | 0,18–0,40                   |
|                                 |                                  | 28,16**          | 20,4            | 8,86          | 13,66                        | 0,8          | 9,8  | 0,89                      | 0,25                        |
|                                 | восковой<br>спелости             | 26,06–42,45      | 12,4–20,0       | 6,88–12,59    | 12,05–29,39                  | 0,1–2,1      | 9,8–10,4                                   | 0,88–0,94                 | 0,23–0,40                   |
|                                 |                                  | 33,11            | 16,2            | 8,63          | 15,92                        | 0,9          | 10,0                                       | 0,90                      | 0,30                        |
| Силос кукурузный<br>(в среднем) |                                  | 17,95–44,71      | 12,3–38,0       | 6,18–12,59    | 8,98–29,39                   | 0,1–2,1      | 8,5–10,4                                   | 0,71–0,95                 | 0,18–0,40                   |
|                                 |                                  | 30,64            | 18,3            | 8,75          | 14,79                        | 0,9          | 9,9  | 0,90                      | 0,28                        |
| Сенаж<br>(многолетние травы)    |                                  | 16,44–59,73      | 25,3–37,5       | 9,05–21,24    | 11,42–44,60                  | 1,0–6,0      | 8,2–10,1                                   | 0,54–0,92                 | 0,12–0,43                   |
|                                 |                                  | 31,98            | 32,2            | 13,79         | 22,60                        | 2,26         | 9,1  | 0,68                      | 0,21                        |
| Сено (злаковое)                 |                                  | 81,63–89,31      | 25,2–37,6       | 8,73–19,83    | 43,23–99,63                  | 1,5–9,0      | 8,7–10,1                                   | 0,61–0,82                 | 0,52–0,72                   |
|                                 |                                  | 86,35            | 31,5            | 14,34         | 69,79                        | 4,7          | 9,4  | 0,71                      | 0,61                        |

Примечание – \* – пределы колебания значений показателя; \*\* – среднее значение показателя.

Таблица 2 – Сравнительная характеристика макро- и микроэлементного состава растительных кормов, заготовленных хозяйствами Брестской области в 2007 году

| Вид корма                    |                           | Содержание макро- и микроэлементов |           |              |           |             |              |           |
|------------------------------|---------------------------|------------------------------------|-----------|--------------|-----------|-------------|--------------|-----------|
|                              |                           | г/кг                               |           | мг/кг        |           |             |              |           |
|                              |                           | P                                  | Ca        | Fe           | Cu        | Zn          | Mn           | I         |
| Силос кукурузный             | молочно-восковой спелости | 0,34–0,85*                         | 0,75–2,08 | 1,28–129,12  | 0,36–1,70 | 3,85–9,98   | 4,21–15,08   | 0,04–0,14 |
|                              |                           | 0,62**                             | 1,15      | 37,70        | 1,14      | 6,06        | 8,27         | 0,07      |
|                              | восковой спелости         | 0,54–1,09                          | 0,81–2,42 | 7,53–66,28   | 0,52–1,96 | 4,21–11,71  | 2,60–21,11   | 0,01–0,11 |
|                              |                           | 0,76                               | 1,39      | 22,03        | 1,11      | 7,50        | 9,15         | 0,05      |
| Силос кукурузный (в среднем) |                           | 0,34–1,09                          | 0,75–2,42 | 1,28–129,12  | 0,36–1,96 | 3,85–11,71  | 2,60–21,11   | 0,01–0,14 |
|                              |                           | 0,69                               | 1,27      | 29,87        | 1,13      | 6,78        | 8,71         | 0,06      |
| Сенаж (многолетние травы)    |                           | 0,40–1,84                          | 0,91–7,19 | 11,08–212,48 | 1,01–3,57 | 4,45–16,54  | 7,22–87,67   | 0,05–0,90 |
|                              |                           | 0,84                               | 3,11      | 77,48        | 1,92      | 9,25        | 26,69        | 0,18      |
| Сено (злаковое)              |                           | 1,06–3,17                          | 3,94–8,56 | 13,31–255,53 | 1,36–8,84 | 15,01–28,52 | 12,19–162,86 | 0,04–0,28 |
|                              |                           | 2,27                               | 5,68      | 120,20       | 5,04      | 19,86       | 64,78        | 0,09      |

Примечание – \* – пределы колебания значений показателя; \*\* – среднее значение показателя.



---

# БІЯЛОГІЯ

---

## Выводы

1. В силосе из кукурузы, заготовленном в фазе молочно-восковой спелости зерна, концентрация сухого вещества составляет в среднем 28%, восковой спелости – 33%. Таким образом, преимущество заготовки силоса из кукурузы в фазе восковой спелости зерна заключается в получении большей концентрации энергии в заготовленном корме. Так, содержание обменной энергии в сухом веществе кукурузного силоса, убранном в фазу восковой спелости зерна, составляет в среднем 10,0 мДж/кг.

2. Важнейшим показателем питательной ценности кормов является содержание кормовых единиц в 1 кг натурального корма. По наличию кормовых единиц в 1 кг натурального корма лучшими показателями обладает кукурузный силос, убранный в фазу восковой спелости зерна (в среднем 0,30 кормовых единиц). В сенаже из многолетних трав, заготовленном сельхозпредприятиями Брестской области в 2007 году, отмечается очень низкое содержание кормовых единиц в 1 кг натурального корма (в среднем 0,21 корм. ед.), что объясняется пониженным содержанием сухого вещества в заготовленном сенаже из многолетних трав. Вероятно, подобная ситуация является следствием несоблюдения технологии заготовки сенажа.

*Работа выполнялась в рамках договора с Брестским областным комитетом по сельскому хозяйству и продовольствию «Разработка и внедрение системы контроля за качеством кормов по показателям питательной ценности и безопасности для крупнотоварных хозяйств агропромышленного комплекса Брестской области» (№ госрегистрации 20072538).*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шейко, И.П. Интенсификация кормопроизводства в хозяйствах Беларуси / И.П. Шейко // Белорус. сельское хозяйство. – 2005. – № 5(37). – С. 39–42.
2. Шейко, И. П. Основные проблемы и пути развития животноводства / И. П. Шейко // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2006. – № 1. – С. 70–76.
3. Кузьмина, С. Какие факторы следует учитывать при балансировании рациона? Что влияет на питательность рациона? / С. Кузьмина // Молоко&Корма Менеджмент. – 2007. – № 3(16). – С. 2–3.
4. Разумовский, Н.П. Полноценное кормление высокопродуктивных коров нуждается в контроле / Н.П. Разумовский, И.Я. Пахомов // Белорус. сельское хозяйство. – 2005. – № 12.
5. Зоотехнический анализ кормов / Е.А. Петухова [и др.]. – М. : Агропромиздат, 1989. – 239 с.
6. Петров, Н. Чем потчевать буренку / Н. Петров, В. Богомолов // Петербургское качество. – 1999. – № 6(8).
7. Ветеринарно-санитарный норматив «Показатели безопасности кормов» : утв. постановлением М-ва сельск. хоз-ва и продовольствия Республики Беларусь 06.09.2005. – № 50.

**A.G. Artsiamuk, Y.G. Misyuta, M.M. Aliakhnovich. Complex Evaluation of Quality of Fodder Made in Brest Region**

The article gives complex evaluation of the quality of fodder made by agricultural industrial complex in Brest Region in 2007. It is shown that corn silage of the highest quality is obtained when the corn being laid is of gold ripeness. The haylage made from perennial grasses in 2007 is

characterized by a very low content of nutritious units per 1 kg of natural fodder which is explained by low content of dry matter.

УДК 59

***В.Е. Гайдук, И.В. Абрамова***

## **ЭКОЛОГИЯ ЧЕРНОЙ КРАЧКИ *CHLIDONIAS NIGER L.* (*LARIDAE, CHARADRIIFORMES*) В ЮГО-ЗАПАДНОЙ БЕЛАРУСИ**

Черная крачка в Беларуси – гнездящийся перелетный и транзитно мигрирующий вид. В регион обычно прилетает во второй декаде апреля – мае. Осенняя миграция проходит в июле – первой декаде сентября. Брачный сезон начинается во второй декаде мая. В году одна кладка. Период размножения обычно продолжается с середины мая до середины июля. Численность черной крачки в регионе в 1995–2007 гг. оценивается в 1,8–5 тыс. гнездящихся пар, флуктуировала.

Одним из важнейших направлений в научных исследованиях в Республике Беларусь является охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов. В последние десятилетия проблемы сохранения биоразнообразия животного мира Беларуси являются актуальными. В этом русле изучение экологии сообществ животных и их отдельных видов заслуживает внимания. Черная крачка – слабо изученный в юго-западной Беларуси вид. В настоящее время наблюдается сокращение численности этого вида во многих регионах Европы.

### **Материал и методы**

Материал для данной работы был собран в 1970–2007 гг. в различных районах Брестской области (Брестский, Каменецкий, Малоритский, Березовский, Ивацевичский, Пинский и др.). Собранный материал по различным параметрам экологии данного вида приведен в таблицах и тексте. При изучении экологии черной крачки применяли общепринятые методы полевых и камеральных исследований. В работе использованы сведения охотников, рыбаков, работников рыбхозов и студентов биологического и географического факультетов БрГУ имени А.С. Пушкина, за что авторы выражают им благодарность.

### **Результаты исследований**

Черная крачка в Беларуси является обычным гнездящимся перелетным и транзитно мигрирующим видом [1; 2].

Ареал. Распространена в большей части Голарктики. Зимует в бассейне р. Нил, на побережье западной и южной Африки, Черном и Каспийском морях, южном побережье Южной Америки [3]. В Беларуси черная крачка обитает на всей территории, преимущественно в южной части [1; 2]. В юго-западной Беларуси встречается повсеместно в видоспецифических биотопах.

Места обитания. В регионе черная крачка заселяет поймы рек (Припять, Гривда, Ясельда, Мухавец, Западный Буг и др.), старицы, зарастающие участки озер, водохранилищ (Гранне, Ореховское, Споровское), рыбоводные пруды (Руда, Страдочь, Новоселки, Локтыши). Предпочитает небольшие заросшие озера, староречья, заболоченные участки пойм.

Миграции. Черные крачки прилетают позднее других чайковых птиц. Весной пролет и прилет идет во второй декаде апреля – мае (пойма р. Мухавец, вдхр. Гранне, Домачевские пруды – Брестский р-н; пойма р. Гривда – Ивацевичский р-н). Прилет на гнездовье приурочен ко времени появления насекомых, которые являются их основным кормом. По данным Федюшина и Долбика [2], в середине XX в. черная крачка прилетала в Беларусь в мае, иногда раньше. В 1977–1982 гг. на юге Беларуси

прилет приходился на третью декаду апреля, иногда на более ранние сроки, на севере – примерно на 14 дней позже (5–15 мая) [4]. Средняя дата прилета птиц в Беловежскую пушу – 27 апреля, в Пинск – 28 апреля, Лепель – 15 мая [5].

В Ленинградскую область черные крачки прилетают во второй – третьей декадах мая [6]. В Московскую область прилетают 9.04–3.05, в среднем 3.05 [7]. Во время прилета и пролета птицы держатся стайками по 10–15 экз. (30 регистраций), летая невысоко над водой.

Осенний отлет и пролет птиц в регионе проходит в июле – первой декаде сентября (28 регистраций, 248 особей). В конце сентября черные крачки в регионе перестают встречаться. В Брестском Полесье в 2002–2005 гг. мигрирующие птицы отмечены только в августе – сентябре 2005 г. За 4 встречи зарегистрировано 40 особей [8].

**Размножение.** На протяжении двух–трех недель после прилета черные крачки летают в разных направлениях вдоль зарослей тростника, рогоза, по берегам водоемов (вдхр. Гранне и Луковское, Домачевские пруды, пойма р. Гривда и др.). Затем большинство крачек оседает в местах будущих гнездовых.

К гнездованию приступают в третьей декаде мая – первой декаде июня, когда подрастут растения в местах обитания. В Полесье сроки репродукционного цикла черной крачки определяются гидрологическим режимом реки Припять и ее притоков. Гнездование начинается после того, как закончится половодье и реки войдут в русла. В связи с этим сроки гнездования варьируют в пределах 2–3 недель. Гнездятся на залитых водой болотах, густо заросших водной растительностью водоемах.

Черные крачки обычно гнездятся колониями, насчитывающими от нескольких особей до многих десятков пар (вдхр. Гранне и Луковское, Домачевские пруды, озера Споровское, Выгонощанское, Ореховское, пойма р. Гривда и др.), иногда отдельными парами. Часто в непосредственной близости от колоний озерной чайки и других чайковых (белокрылой и белошекой крачек).

В Беловежской пуше черная крачка в 1977–1983 гг. гнездилась на водоеме Лядские в количестве 12–36 пар в колонии с белокрылой крачкой и озерной чайкой [9]. В ландшафтном заказнике республиканского значения «Средняя Припять» обитает от 3 до 7 тыс. пар этого вида; в биологическом заказнике республиканского значения «Споровский» гнездится 100–200 пар [10].

**Гнезда (n = 226) размещает на вновь образовавшихся сырых сплавинах из отмерших растений, среди хвощатника и вахты. Они располагаются близко одно от другого на кочках, куртинах травы, сплавинах из камыша и осоки. Гнезда представляют собой кучу из стеблей тростника или других водных растений. Часть таких гнезд погружены в воду. Размеры гнезд (n = 46): диаметр гнезда 13–18 (в среднем  $16,5 \pm 1,2$ ), диаметр лотка 7–9 (в среднем  $8,2 \pm 0,5$ ), глубина лотка 1–2 (в среднем  $1,4 \pm 0,3$ ), высота бортов гнезда над водой 3–5 (в среднем  $4,2 \pm 0,7$ ).**

В полной кладке (n = 120) обычно 2–4 яйца, в среднем 2,7 (таблица 1). Средние размеры яиц (n = 67) –  $35,3 \pm 0,2 \times 25,51 \pm 0,3$ . Средняя масса ненасиженного яйца (n = 25)  $10,9 \pm 0,2$ . Размеры яиц примерно равны данным, приведенным в книге Никифорова с соавторами [11].

У черной крачки в году бывает один выводок. Часть кладок гибнет по разным причинам, одной из которых является влияние человека. Птиц преследуют на рыбоводных прудах, так как многие люди считают их ихтиофагами; крачек беспокоят

рыбаки и отдыхающие, их гнезда разоряют хищные птицы (болотные луни), сороки, серые вороны. Вторые кладки, которые появляются в связи с гибелью первых, регистрировали в июне (n = 18).

Кладку насиживают оба партнера (n = 12) в течение 18–22 дней, начиная с первого яйца. Средние сроки массового вылупления птенцов в регионе приходятся на вторую половину июня – первую декаду июля (таблица 2). В эти же сроки птенцы появлялись в пойме р. Припять [4]. Вылупившиеся птенцы в тот же день могут плавать и бегать, однако остаются в гнезде на протяжении 14–16 дней. При опасности они быстро покидают гнездо и прячутся в растительности. Птенцы согреваются родителями: однодневные в течение 6–7 ч, четырехдневные – 2,5 ч, десятидневные – около одного часа [6]. В этот период взрослые продолжают подкармливать птенцов. В первые восемь дней родители приносят корм птенцам 60–90 раз в день (наблюдения за пятью выводками). По достижению месячного возраста птенцы начинают кормиться самостоятельно.

**Таблица 1– Размеры и состояние кладок черной крачки**

| Месяц | Декада | Количество яиц в кладке и степень их насиженности   | Местообитание, кол-во гнезд   |
|-------|--------|---|---|
| V     | III    | 5 по 2, 6 по 3, 2 по 4  | Брестский р-н:<br>Домачевские пруды – 22,<br>вдхр. Гранне – 34;<br>Малоритский р-н:<br>оз. Ореховское – 8,<br>ур. Разливы – 6;<br>Ивацевичский р-н:<br>пойма р. Гривда – 28;<br>Пинский р-н:<br>пойма р. Припять – 22 |
| VI    | I      | 3 по 2, 4 по 2а, 8 по 2?, 3 по 3,<br>0 по 2а, 8 по 2?   |   |
|       | II     | 2 по 2, 5 по 2а, 3 по 2б, 2в, 4 по 2?,<br>3 по 3, 9 по 3а, 3 по 3б, 4 по 3в,<br>8 по 3?, 4б, 7 по 4в, 3 по 4? |   |
|       | III    | 2 по 2б, 3 по 2в, 4 по 2?, 3 по 3б,<br>4 по 3в, 5 по 3?, 4г, 2 по 4?  |   |

Примечание – п – свежая кладка; а – слегка насиженная кладка; б – насиженная кладка; в – сильно насиженная кладка; г – яйца проклюнуты; n? – степень насиженности неизвестна.

Птенцы начинают летать в возрасте 20–22 дня, в других регионах молодые поднимаются на крыло по достижении 18–21 дня [12]. Сроки появления птенцов и подъема на крыло растянуты примерно на полтора месяца (таблица 2). Первые летные молодые появляются в третьей декаде июня. Большинство птенцов становятся летными в первой декаде июля. С этого времени птицы оставляют места гнездования и кочуют в поисках пищи по кормным местам: побережьям рек, озер, водохранилищ, рыболовным прудам, болотам; родители продолжают докармливать выводки. Позднее молодые начинают вести самостоятельный образ жизни.

**Таблица 2 – Количество птенцов черной крачки в гнезде (выводке) и степень их развития**

| Месяц | Декада | Количество птенцов в гнезде (выводке) и степень их развития | Местообитание, кол-во выводков |
|-------|--------|---|--------------------------------|
|-------|--------|---|--------------------------------|

|     |           |  |   |
|-----|-----------|--|---|
| VI  | II<br>III | 2 по 2, 3 по 2?, 5 по 3, 4 по 3?, 4,<br>4?<br>2, 3 по 2з, 3 по 2?, 2 по 3, 4 по<br>3з, | Брестский р-н:<br>Домачевские пруды – 28,<br>вдхр. Гранне – 21,<br>пойма р. Мухавец – 6;<br>Ивацевичский р-н:<br>Пойма р. Гривда – 24 |
| VII | I         | 1, 2, 3 по 2з, 5 по 2?, 3, 4 по 3з,  |   |
|     | II        | 6 по 3?, 4 по 4?<br>1з, 4 по 2з, 3 по 2?, 5 по 3з, 8 по<br>3?, 4з, 4?                  |   |
|     | III       | 1з, 2 по 2з, 4 по 3з, 2 по 4з  |   |

Примечание – п – пуховые птенцы; з – подлетки, n? – возраст птенцов неизвестен.

Отметим, что подъем на крыло последних молодых на р. Припять отмечен во второй – третьей декадах июля – первой декаде августа [4].

В 2007 г. нами прослежена судьба 20 гнезд черной крачки в колонии на водохранилище Гранне. Отход яиц составил 45%, птенцов – 6,8%, следовательно, эмбриональная и постэмбриональная смертность в сумме составила 51,8% от общего количества отложенных яиц. Относительно высокая смертность у птиц обусловлена в основном разорением гнезд и гибелью птенцов, в то время как болтуны составляют 1,8%, задохлики – 4,5%. Основными врагами черной крачки являются серая ворона, болотный лунь, бродячие собаки. До подъема птиц на крыло в исследуемой колонии дожили 45% молодых (от числа отложенных яиц).

Отметим, что отход у черной крачки в пойме р. Ясельда в Пинском и Ивацевичском районах в 1979–1980 гг. по данным наблюдений за 28 гнездами составил 59,5% яиц и 5,4% птенцов. Таким образом, эмбриональная и постэмбриональная смертность достигла 64,9% [13]. Причины, обусловившие большую гибель яиц и птенцов, сходны с рассмотренными выше.

Первые летные молодые в Ленинградской области появляются в начале июля, большинство молодых поднимается на крыло 10–12 июля, затем птицы начинают исчезать из колоний [6].

Суточная активность. Поведение. Птицы активны днем (18 наблюдений). Насиживающие и обогревающие птенцов крачки отдыхают на гнездах. В период кочевок и миграций крачки образуют скопления из десятков и сотен особей (вдхр. Гранне, озера Ореховское, Споровское и др.). На морских побережьях в период миграций кочевочные скопления насчитывают до 40 тыс. особей [14].

Трофика. Черные крачки, судя по данным визуальных наблюдений (n = 182) и литературным данным [2], кормятся водными и наземными насекомыми: личинками плавунцов, стрекозами, кузнечиками, мухами, жуками, а также молодью рыбы, головастиками, мелкими лягушками. Истребляя вредных для сельского хозяйства насекомых, приносят пользу.

Численность. Плотность летнего населения черной крачки в 11 изученных экосистемах [15] изменялась от 0,4 ос./км<sup>2</sup> (оз. Селяхи) до 2,7 ос./км<sup>2</sup> (р. Гривда) (рисунок). На сопредельных с Брестской областью территориях – украинской части поймы р. Припять – в 1981–1989 гг. численность варьировала в пределах 5–7,5 тыс. гнездящихся пар, в 1990–1997 г. – 2,54–3,92 тыс. пар [16].

Численность черной крачки в Беларуси в середине XX в. оценивалась в 43 тыс. пар [19]. К концу прошлого века, очевидно, произошло значительное сокращение численности этого вида. В настоящее время она флуктуирует, оценивается в 6–22 тыс. пар, в Брестской области, по нашей оценке – 1,8–5 тыс. пар. Вид занесен в аннотированный список видов Красной книги Республики Беларусь, требующих

дополнительного изучения и внимания в целях профилактической охраны ЛС [17]. Статус охраны в Европе SPEC 3. На территории Беларуси гнездится более 30% европейской популяции вида. На большей части ареала в Европе отмечено сокращение численности черной крачки [18]. Во второй половине XX в. черная крачка, напротив, расширила свой ареал на Северо-Западе России, при этом заметно возросла численность вида в регионе [6].

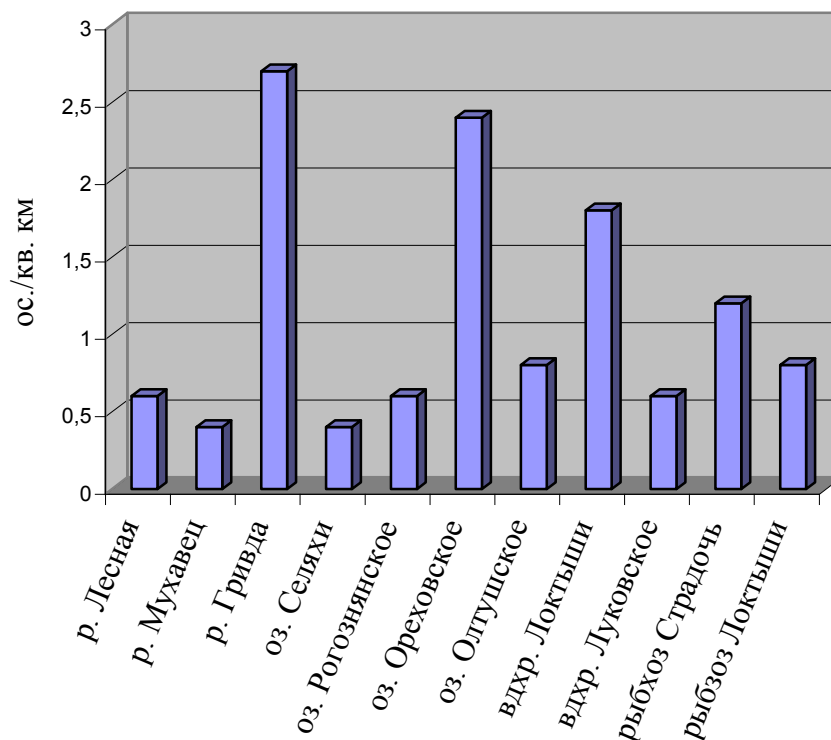


Рисунок – Плотность населения черной крачки в различных экосистемах, ос./км<sup>2</sup>

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Птицы Беларуси на рубеже XXI века / М.Е. Никифоров [и др.]. – Минск : Издатель Н.А. Королёв, 1997. – 188 с.
- 2 Федюшин, А. В. Птицы Белоруссии / А.В. Федюшин, М.С. Долбик. – Минск : Наука и техника, 1967. – 519 с.
- 3 Птушкі Еўропы / агул. рэд. М.Я. Нікіфарова. – Варшава : Навук. Выд-ва. ПВН, 2000. – 350 с.
- 4 Наумчик, А.В. Фенология прилета и размножения чайковых птиц в Белоруссии / А.В. Наумчик // Фенологические исследования природы Белоруссии. – Минск : Наука и техника, 1986. – С. 153–158.
- 5 Долбик, М.С. Ландшафтная структура орнитофауны Белоруссии / М.С. Долбик. – Минск : Наука и техника, 1974. – 312 с.
- 6 Мальчевский, А.С. Птицы Ленинградской области и сопредельных территорий / А.С. Мальчевский, Ю.Б. Пукинский. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1983. – Т. 1. – 480 с.

7 Птушенко, Е.С. Биология и хозяйственное значение птиц Московской области и сопредельных территорий / Е.С. Птушенко, А.А. Иноземцев. – М. : МГУ, 1968. – 461 с.

8 Абрамчук, С.В. Осенняя миграция водно-болотных птиц на ленточных экосистемах Брестского Полесья : Дипломная работа / С.В. Абрамчук; науч. рук. В.Е. Гайдук. – Брест, 2006. – 80 с.

9 Дацкевич, В.А. Исторический очерк и некоторые итоги орнитологических исследований в Беловежской пуще (1945–1985 гг.) / В.А. Дацкевич. – Витебск : ВГУ, 1998. – 115 с.

10 Скарбы прыроды Беларусі: тэрыторыі, якія маюць міжнароднае значэнне для захавання біязнастайнасці. – Минск : Беларусь, 2002. – 160 с.

11 Никифоров, М.Е. Птицы Беларуси: справочник-определитель гнезд и яиц / М.Е. Никифоров, Б.В. Яминский, Л.П. Шкляр. – Минск : Вышэйшая школа, 1989. – 479 с.

12 Зубакин, В.А. Белошекая крачка / В.А. Зубакин // Птицы СССР. Чайковые отв. ред. В.Д. Ильичев. – М. : Наука, 1988. – С. 258–268.

13 Кузьмич, В.В. Эмбриональная и постэмбриональная смертность болотной крачки Белорусского Полесья / В.В. Кузьмич, Л.П. Шкляр // Животный мир Белорусского Полесья, охрана и рациональное использование : материалы Пятой областной итоговой научн. конф., Гомель, ноябрь 1988 г. / отв. ред. Б.П. Савицкий. – Гомель, 1988. – С. 94–95.

14 Cramp, S. The birds of the Western Palearctic / S. Cramp // Oxford. – London, New York, Oxford Univ. Press. – 1985. – Vol. 4. – 960 p.

15 Абрамова, И.В. Структура и динамика населения птиц экосистем юго-запада Беларуси / И.В. Абрамова. – Брест : Изд-во БрГУ, 2007. – 208 с.

16 Горбань, И. Значение верхней Припяти (Украина) для охраны птиц / И. Горбань, М. Фладе // Экология и охрана пойм и низинных болот Полесья : Доклады междунар. науч. конф, Минск 21–24 мая 1997 г. – Минск, 2000. – С. 32–39.

17 Красная книга Республики Беларусь. Животные / редкол. Л.И. Хоружик [и др.]. – Минск : Бел. энцыкл., 2004. – 320 с.

18 Tucker, G.M. Birds in Europe : their conservation status / G.M. Tucker, M.F. Heath. – Cambridge : Bird Life International. – 1994. – 600 p.

19 Долбик, М.С. Чайкавыя птушкі Беларусі, асаблівасці іх распаўсюджання і размяшчэння / М.С. Долбик, А.В. Наумчык // Весці АН БССР. Сер. біял. навук. 1983. – № 3. – С. 86–90.

**V.E. Gaiduk, I.V. Abramova. The Ecology of Black Tern *Chlidonias niger* L. ( Laridae, Charadriiformes) in the South-West of Belarus**

The black tern is a passage nesting and transmigrating species in the south-west of Belarus. It comes to the region in the second ten-day period of April – beginning of May. Autumn migration occurs in July – beginning of September. The mating season begins in the second half of May. Normally, there is one clutch year. The breeding season routinely proceeds from the middle of May up to the middle of July. The numbers of the black tern in 1995–2007 years estimated 1 800–5 000 nesting pair in the region.



УДК 576.895.1:597.6:598.1:502.72(476)

***В.В. Шималов***

## **ГЕЛЬМИНТОФАУНА ЗЕМНОВОДНЫХ (VERTEBRATA, AMPHIBIA) И ПРЕСМЫКАЮЩИХСЯ (VERTEBRATA, REPTILIA) В ЛАНДШАФТНОМ ЗАКАЗНИКЕ «БУГСКИЙ» (БЕЛАРУСЬ)**

Анализируются результаты гельминтологического исследования в 2001–2004 гг. земноводных и пресмыкающихся, встречающихся в ландшафтном заказнике «Бугский». Установлено, что гельминтофауна земноводных представлена 29 видами, пресмыкающихся – 2. Общая зараженность гельминтами земноводных (исследовано 8 видов) составила 100%, пресмыкающихся (1 вид) – 94,7%.

Началом изучения гельминтофауны земноводных и пресмыкающихся в особо охраняемых природных территориях Республики Беларусь стала 264 Союзная гельминтологическая экспедиция в Беловежскую пущу под руководством А.А. Мозгового, организованная гельминтологической лабораторией АН СССР и проведенная в июле–сентябре 1947 г. [7].

Позже гельминтологическими исследованиями этих животных в Березинском биосферном заповеднике занимались М.И. Зехнов [5], А.И. Гущина, Е.А. Николаева, Н.И. Садовникова [2], А.И. Гущина и Е.А. Николаева [3; 4]. Обобщенные результаты их исследований отражены в каталоге «Гельминты домашних и диких животных Белоруссии», составленном И.В. Меркушевой и А.Ф. Бобковой и опубликованном в 1981 г. [6].

В 1995 г. Е.И. Бычкова, Е.И. Анисимова и Т.М. Одинцова [1] привели список паразитических червей диких животных Березинского биосферного заповедника, в который включили гельминты, обнаруженные у земноводных и пресмыкающихся вышеуказанными авторами.

В 2005 г. нами [8] опубликована работа по гельминтофауне жаб заказника «Бугский» (Брестский район Брестской области).

Таким образом, изучение гельминтофауны земноводных и пресмыкающихся, обитающих в особо охраняемых природных территориях Беларуси, ограничивается национальным парком «Беловежская пуща» и Березинским биосферным заповедником, исследования в которых проведены в середине XX века, а также нашими исследованиями этих животных в начале XXI века в ландшафтном заказнике «Бугский», результаты которых отражены в этой статье.

### **Материал и методика**

Земноводные и пресмыкающиеся отлавливались в течение 2001–2004 гг. в смешанных и черноольховых лесах, на лугах, в водоемах и водотоках ландшафтного заказника местного значения «Бугский», расположенного в юго-западной части Беларуси в пойме рек Западный Буг и Лесная и примыкающего к границе с Польшей. Было поймано 190 экземпляров земноводных 8 видов и 19 пресмыкающихся, принадлежащих одному виду. Среди земноводных оказалось 76 самцов и 114 самок, среди пресмыкающихся – 7 самцов и 12 самок (таблица 1).

Животных исследовали на наличие гельминтов общепринятыми методами (полное гельминтологическое вскрытие, компрессирование тканей и органов).

Таблица 1 – Видовой состав, количество исследованных и зараженных гельминтами земноводных и пресмыкающихся

| Вид животного  | Исследованные |            | Зараженные |            |          |            |          |            |           |
|--|---------------|------------|------------|------------|----------|------------|----------|------------|-----------|
|  | ♂♂            | ♀♀         | ♂♂         | ♀♀         | М        | Т          | Ц        | Н          | А         |
| <b>Земноводные</b>   | <b>76</b>     | <b>114</b> | <b>76</b>  | <b>114</b> | <b>1</b> | <b>122</b> | <b>4</b> | <b>181</b> | <b>18</b> |
| Жаба зеленая –<br><i>Bufo viridis</i> Laurenti, 1768                 | 1             | 1          | 1          | 1          | –        | –          | –        | 2          | –         |
| Жаба камышовая –<br><i>B. calamita</i> Laurenti, 1768                | 1             | –          | –          | –          | –        | –          | –        | –          | –         |
| Жаба серая –<br><i>B. bufo</i> Linnaeus, 1758                        | 6             | 5          | 6          | 5          | –        | 1          | –        | 11         | –         |
| Жерлянка<br>краснобрюхая – <i>Bombina<br/>bombina</i> Linnaeus, 1761 | 2             | 9          | 2          | 9          | –        | 9          | –        | 9          | –         |
| Квакша обыкновенная –<br><i>Hyla arborea</i> Linnaeus,<br>1758       | 3             | 16         | 3          | 16         | –        | 17         | 4        | 18         | –         |
| Лягушка остромордая –<br><i>Rana arvalis</i> Nilsson,<br>1842        | 12            | 11         | 12         | 11         | –        | 15         | –        | 22         | 3         |
| Лягушка прудовая –<br><i>R. lessonae</i> Camerano,<br>1882           | 15            | 17         | 15         | 17         | –        | 32         | –        | 28         | 6         |
| Лягушка травяная –<br><i>R. temporaria</i> Linnaeus,<br>1758         | 36            | 55         | 36         | 55         | 1        | 48         | –        | 91         | 9         |
| <b>Пресмыкающиеся</b>  | <b>7</b>      | <b>12</b>  | <b>7</b>   | <b>11</b>  | <b>–</b> | <b>–</b>   | <b>–</b> | <b>18</b>  | <b>–</b>  |
| Ящерица прыткая –<br><i>Lacerta agilis</i> Linnaeus,<br>1758         | 7             | 12         | 7          | 11         | –        | –          | –        | 18         | –         |

Примечание – ♂♂ – самцы, ♀♀ – самки, М – моногенеи, Т – трематоды, Ц – цестоды, Н – нематоды, А – акантоцефалы.

При статистической обработке материала использовали следующие показатели: индекс встречаемости – ИВ (% зараженных животных), интенсивность инвазии – ИИ (количество экземпляров паразитов в одном зараженном животном), индекс обилия – ИО (количество экземпляров паразитов в одном обследованном животном).

### Результаты и обсуждение

Все исследованные земноводные оказались зараженными гельминтами (таблица 1). Наиболее часто они инвазированы нематодами (95,3%) и трематодами (64,2%), реже – акантоцефалами (9,5%), цестодами (2,1%) и моногенеями (0,5%).

Земноводные установлены в качестве хозяев 29 видов гельминтов: по 1 – моногеней, цестод и акантоцефалов, 18 – трематод и 8 – нематод (таблица 2).

У 93,2 % земноводных локализовалось от 2 до 11 видов гельминтов. Значительное количество видов гельминтов найдено у травяных лягушек (24) и прудовых лягушек (21), что может быть связано с большим количеством исследованных особей (соответственно 91 и 23).

Таблица 2 – Зараженность земноводных и пресмыкающихся гельминтами в заказнике «Бугский»

| Вид гельминта<br>и его систематическое положение     | Хозяин                   | ИВ   | ИИ   | ИО   |
|--|--------------------------|------|------|------|
| 1  | 2                        | 3    | 4    | 5    |
| <b>Класс Monogenea – Моногенеи</b>                   |                          |      |      |      |
| Отряд Gyrodactylidea                                 |                          |      |      |      |
| Семейство Polystomatidae                             |                          |      |      |      |
| <i>Polystoma integerrimum</i> (Froelich, 1791)       | Лягушка травяная         | 1,1  | 1    | 0,01 |
| <b>Класс Trematoda – Трематоды</b>                   |                          |      |      |      |
| Отряд Echinostomatida                                |                          |      |      |      |
| Подотряд Echinostomatata                             |                          |      |      |      |
| Семейство Cathaemasiidae                             |                          |      |      |      |
| <i>Cathaemasia hians</i> (Rudolphi, 1819),<br>larvae | Жерлянка<br>краснобрюхая | 18,2 | 1–4  | 0,46 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 4,4  | 2    | 0,09 |
|  | Лягушка прудовая         | 12,5 | 1–3  | 0,25 |
| Отряд Paramphistomatida                              |                          |      |      |      |
| Подотряд Paramphistomata                             |                          |      |      |      |
| Семейство Diplodiscidae                              |                          |      |      |      |
| <i>Diplodiscus subclavatus</i> (Pallas, 1760)        | Жерлянка<br>краснобрюхая | 18,2 | 2–2  | 0,36 |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 5,3  | 1    | 0,05 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 4,4  | 1    | 0,04 |
|  | Лягушка прудовая         | 37,5 | 1–18 | 1,5  |
|  | Лягушка травяная         | 1,1  | 1    | 0,01 |
| Отряд Plagiorchiida                                  |                          |      |      |      |
| Подотряд Plagiorchiata                               |                          |      |      |      |
| Семейство Gorgoderidae                               |                          |      |      |      |
| <i>Gorgodera cygnoides</i> (Zeder, 1800)             | Лягушка прудовая         | 12,5 | 1–3  | 0,19 |
|  | Лягушка травяная         | 1,1  | 1    | 0,01 |
| Семейство Haematoloechidae                           |                          |      |      |      |
| <i>Haematoloechus variegatus</i> (Rudolphi,<br>1819) | Жерлянка<br>краснобрюхая | 9,1  | 1    | 0,09 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 4,4  | 2    | 0,09 |
|  | Лягушка прудовая         | 9,4  | 1–5  | 0,22 |
| <i>Skrjabinoeces similis</i> (Looss, 1899)           | Лягушка прудовая         | 25,0 | 1–6  | 0,56 |

|   |                        |      |     |      |
|---|------------------------|------|-----|------|
|   | Лягушка травяная       | 1,1  | 2   | 0,02 |
| Семейство Plagiorchiidae                    |                        |      |     |      |
| <i>Naplometra cylindracea</i> (Zeder, 1800) | Лягушка<br>остромордая | 26,1 | 2–9 | 1,35 |

Продолжение таблицы 2

| 1  | 2                        | 3    | 4     | 5     |
|--|--------------------------|------|-------|-------|
|  | Лягушка прудовая         | 3,1  | 2     | 0,06  |
|  | Лягушка травяная         | 11,0 | 1–7   | 0,20  |
| <i>Opisthioglyphe ranae</i> (Froelich, 1791)                       | Лягушка<br>остромордая   | 4,4  | 1     | 0,04  |
|  | Лягушка прудовая         | 53,1 | 1–40  | 2,84  |
|  | Лягушка травяная         | 5,5  | 1–4   | 0,13  |
| <i>O. ranae</i> , larvae   | Квакша<br>обыкновенная   | 42,1 | 1–144 | 14,0  |
|  | Лягушка прудовая         | 21,9 | 1–30  | 2,72  |
| <i>Paralepoderma cloacicola</i> (Lühe, 1909),<br>larvae            | Лягушка травяная         | 1,1  | 3     | 0,03  |
| Семейство Pleurogenidae  |                          |      |       |       |
| <i>Brandesia turgida</i> (Brandes, 1888)                           | Лягушка прудовая         | 18,8 | 1–26  | 1,34  |
| <i>Pleurogenes claviger</i> (Rudolphi, 1819)                       | Квакша<br>обыкновенная   | 36,8 | 1–6   | 1,16  |
|  | Лягушка прудовая         | 9,4  | 1–12  | 0,56  |
|  | Лягушка травяная         | 13,2 | 1–22  | 0,62  |
| <i>P. intermedius</i> Issaitchikow, 1926                           | Лягушка<br>остромордая   | 4,4  | 1     | 0,04  |
|  | Лягушка травяная         | 2,2  | 2–7   | 0,10  |
| <i>Pleurogenoides medians</i> Olsson, 1876                         | Лягушка прудовая         | 31,3 | 1–82  | 5,25  |
|  | Лягушка травяная         | 5,5  | 1–3   | 0,10  |
| <i>Prosotocus confusus</i> (Looss, 1894)                           | Лягушка прудовая         | 18,8 | 1–18  | 1,06  |
| Отряд Strigeatida<br>Подотряд Strigeata<br>Семейство Diplostomidae |                          |      |       |       |
| <i>Alaria alata</i> (Goeze, 1782) <sup>1,2</sup> , larvae          | Жаба серая               | 9,1  | 1     | 0,09  |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 47,4 | 1–70  | 6,79  |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 34,8 | 1–60  | 5,87  |
|  | Лягушка прудовая         | 34,4 | 1–200 | 21,9  |
|  | Лягушка травяная         | 30,8 | 1–160 | 4,79  |
| <i>Neodiplostomum spathoides</i> Dubois,<br>1937, larvae           | Лягушка прудовая         | 6,3  | 6–460 | 14,6  |
|  | Лягушка травяная         | 1,1  | 3     | 0,03  |
| <i>Tylodelphys excavata</i> (Rudolphi, 1803),<br>larvae            | Жерлянка<br>краснобрюхая | 81,8 | 6–300 | 65,6  |
|  | Лягушка прудовая         | 87,5 | 1–600 | 128,3 |
|  | Лягушка травяная         | 1,1  | 3     | 0,03  |
| Семейство Strigeidae   |                          |      |       |       |
| <i>Strigea falconis</i> Szidat, 1928 <sup>1,2</sup> , larvae       | Лягушка                  | 4,4  | 1     | 0,04  |

|  |                  |     |      |      |
|--|------------------|-----|------|------|
|  | остромордая      |     |      |      |
|  | Лягушка прудовая | 6,3 | 1–40 | 1,28 |
|  | Лягушка травяная | 1,1 | 1    | 0,01 |

Продолжение таблицы 2

| 1  | 2                        | 3    | 4     | 5    |
|--|--------------------------|------|-------|------|
| <i>S.sphaerula</i> (Rudolphi, 1803) <sup>1,2</sup> , larvae  | Жаба серая               | 3,1  | 1     | 0,09 |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 15,8 | 1–8   | 0,63 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 8,7  | 1–2   | 0,13 |
|  | Лягушка прудовая         | 31,3 | 1–78  | 5,75 |
|  | Лягушка травяная         | 3,3  | 1–10  | 0,13 |
| <b>Класс Cestoda – Цестоды</b><br>Отряд Cyclophyllidea<br>Подотряд Nematotaeniata<br>Семейство Nematotaeniidae                     |                          |      |       |      |
| <i>Nematotaenia dispar</i> (Goeze, 1782)   | Квакша<br>обыкновенная   | 21,1 | 3–30  | 2,90 |
| <b>Класс Nematoda – Нематоды</b><br>Подкласс Adenophorea<br>Отряд Euphlida<br>Подотряд Dioctophymata<br>Семейство Dioctophymatidae |                          |      |       |      |
| <i>Eustrongylides</i> sp. <sup>1</sup> , larvae  | Лягушка травяная         | 1,1  | 8     | 0,09 |
| Подкласс Secernentea<br>Отряд Ascaridida<br>Подотряд Ascaridata<br>Семейство Cosmocercidae   |                          |      |       |      |
| <i>Cosmocerca ornata</i> (Dujardin, 1845)  | Жаба серая               | 27,3 | 2–28  | 3,46 |
|  | Жерлянка<br>краснобрюхая | 45,5 | 1–4   | 1,0  |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 26,3 | 1–14  | 1,32 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 43,5 | 1–12  | 2,48 |
|  | Лягушка прудовая         | 40,6 | 1–6   | 1,19 |
|  | Лягушка травяная         | 38,5 | 1–15  | 1,57 |
| <i>C.ornata</i> , larvae   | Жерлянка<br>краснобрюхая | 36,4 | 4–26  | 3,64 |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 31,6 | 1–2   | 0,53 |
|  | Лягушка прудовая         | 12,5 | 1–9   | 0,63 |
|  | Лягушка травяная         | 2,2  | 3–6   | 0,1  |
| <i>Neorailletnema praeputiale</i> (Skrjabin, 1916)   | Жаба серая               | 81,8 | 10–96 | 35,8 |
|  | Жерлянка<br>краснобрюхая | 9,1  | 2     | 0,18 |

|  |                        |      |      |      |
|--|------------------------|------|------|------|
|  | Лягушка<br>остромордая | 39,1 | 2–18 | 3,78 |
|  | Лягушка прудовая       | 31,3 | 1–10 | 1,56 |
|  | Лягушка травяная       | 4,4  | 1–3  | 0,08 |

Продолжение таблицы 2

| 1  | 2                        | 3    | 4     | 5    |
|--|--------------------------|------|-------|------|
| <i>Oxysomatium brevicaudatum</i> (Zeder, 1800)                     | Жаба серая               | 27,3 | 1–2   | 0,46 |
|  | Жаба зеленая             | у 1  | 1     | 0,5  |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 5,3  | 1     | 0,05 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 30,4 | 1–12  | 1,57 |
|  | Лягушка прудовая         | 9,4  | 1–3   | 0,19 |
|  | Лягушка травяная         | 84,6 | 1–132 | 22,9 |
| Отряд Rhabditida<br>Подотряд Rhabditata<br>Семейство Rhabdiasidae  |                          |      |       |      |
| <i>Rhabdias bufonis</i> (Schrank, 1788)                            | Жаба серая               | 90,9 | 3–30  | 12,1 |
|  | Жерлянка<br>краснобрюхая | 9,1  | 1     | 0,09 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 60,9 | 1–24  | 3,22 |
|  | Лягушка травяная         | 52,8 | 1–110 | 5,55 |
| Семейство Strongyloididae  |                          |      |       |      |
| <i>Strongyloides</i> sp.   | Лягушка<br>остромордая   | 4,4  | 2     | 0,09 |
|  | Лягушка травяная         | 1,1  | 1     | 0,01 |
| Отряд Spirurida<br>Подотряд Spirurata<br>Семейство Physalopteridae |                          |      |       |      |
| <i>Physaloptera clausa</i> (Rudolphi, 1819),<br>larvae             | Ящерица прыткая          | 21,1 | 1–14  | 1,37 |
| Семейство Spiruridae   |                          |      |       |      |
| <i>Agamospirura</i> sp., larvae                                    | Жаба серая               | 9,1  | 4     | 0,36 |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 5,3  | 3     | 0,16 |
|  | Лягушка<br>остромордая   | 21,7 | 1–150 | 6,91 |
|  | Лягушка травяная         | 34,1 | 1–280 | 11,7 |
| Отряд Strongylida<br>Подотряд Strongylata<br>Семейство Molineidae  |                          |      |       |      |
| <i>Oswaldocruzia filiformis</i> (Goeze, 1782)                      | Жаба серая               | 100  | 3–36  | 15,3 |
|  | Жаба зеленая             | у 2  | 7–8   | 7,5  |
|  | Квакша<br>обыкновенная   | 68,4 | 1–18  | 2,53 |

|  |                        |      |      |      |
|--|------------------------|------|------|------|
|  | Лягушка<br>остромордая | 91,3 | 2–42 | 11,2 |
|  | Лягушка прудовая       | 40,6 | 1–14 | 1,75 |
|  | Лягушка травяная       | 62,6 | 1–32 | 4,48 |

Продолжение таблицы 2

| 1  | 2                      | 3    | 4    | 5    |
|--|------------------------|------|------|------|
|  | Ящерица прыткая        | 84,2 | 1–40 | 7,37 |
| <b>Класс Acanthocephala –<br/>Акантоцефалы</b> |                        |      |      |      |
| Отряд Palaeacanthocephala                      |                        |      |      |      |
| Семейство Echinorhynchidae                     |                        |      |      |      |
| <i>Acanthocephalus ranae</i> (Schrank, 1788)   | Лягушка<br>остромордая | 13,0 | 1–2  | 0,17 |
|  | Лягушка прудовая       | 18,8 | 1–2  | 0,31 |
|  | Лягушка травяная       | 9,9  | 1–6  | 0,22 |

Примечание – Индексом <sup>1</sup> обозначены виды гельминтов, имеющие медицинское значение, индексом <sup>2</sup> – имеющие ветеринарное значение.

Самым распространенным видом гельминтов у земноводных являются нематоды *Oswaldocruzia filiformis* (Goeze, 1782), *Oxysomatium* (син.: *Neoxysomatium*) *brevicaudatum* (Zeder, 1800) и *Rhabdias bufonis* (Schrank, 1788). Первым заражено 61,6% исследованных земноводных (6 хозяев), вторым – 48,4% (6 хозяев), третьим – 38,4% (4 хозяина). Первые 2 вида локализовались в кишечнике, третий – в легких земноводных. Показатели зараженности нематодой *O.filiformis* наиболее высокие у серых жаб (ИВ 100; ИИ 3–300; ИО 15,3) и остромордых лягушек (ИВ 91,3; ИИ 2–42; ИО 11,2), нематодой *O.brevicaudatum* – у травяных лягушек (ИВ 84,6; ИИ 1–132; ИО 22,9), а нематодой *R.bufonis* – у серых жаб (ИВ 90,9; ИИ 3–30; ИО 12,1).

Одиннадцать видов гельминтов (8 видов трематод, 3 вида нематод) паразитируют у земноводных на личиночной стадии. Облигатными дефинитивными (окончательными) хозяевами их являются земноводные (для трематоды *Opisthioglyphe ranae* (Froelich, 1791) и нематоды *Cosmocerca ornata* (Dujardin, 1845)), пресмыкающиеся (для трематоды *Paralepoderma cloacicola* (Lühe, 1909)), птицы (для трематод *Cathaemasia hians* (Rudolphi, 1819), *Neodiplostomum spathoides* Dubois, 1937, *Tylodelphys excavata* (Rudolphi, 1803) и видов рода *Strigea*, нематоды *Eustrongylides* sp.), хищные млекопитающие (для трематоды *Alaria alata* (Goeze, 1782)). Дефинитивные хозяева нематод группы *Agamospirura* не известны.

Из обнаруженных у земноводных видов гельминтов 4 вида имеют медико-ветеринарное значение (таблица 2), представляют опасность для человека (4 вида), домашних собак и свиней (3 вида трематод).

Исследованные пресмыкающиеся представлены одним видом – прыткая ящерица. Заражено гельминтами (только нематодами) 18 экземпляров (94,7%), у которых обнаружено 2 вида паразитических червей (таблицы 1 и 2). У 2 особей было найдено 2 вида гельминтов, у остальных зараженных – 1. В заражении преобладала нематода *O.filiformis* (ИВ 84,2; ИИ 1–40; ИО 7,37), которая также является в заказнике «Бугский» одним из распространенных паразитов кишечника земноводных. Для другого найденного вида, ящерицы – промежуточные хозяева, а дефинитивные – ежи.

Таким образом, гельминтофауна земноводных ландшафтного заказника «Бугский» по богатству видов значительно превышает гельминтофауну пресмыкающихся (29 против 2). Это во многом связано с наличием благоприятных

условий для гельминтов, использующих земноводных в качестве хозяев (обилие водных и наземных промежуточных хозяев, земноводных, для которых имеются в пойменных экосистемах корма, многочисленные водоемы и водотоки), а также с доступностью территории особенно для птиц и млекопитающих, питающихся земноводными и являющихся хозяевами гельминтов, которые связаны в жизненном цикле с этой группой холоднокровных позвоночных животных.

Необходимо иметь в виду, что охранный режим в заказнике «Бугский», других особо охраняемых природных территориях может способствовать сохранению очагов болезней, представляющих опасность для человека и домашних животных. Следует учитывать, что посещение таких территорий может стать причиной труднодиагностируемых и трудноизлечимых паразитарных заболеваний.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бычкова, Е.И. Фауна паразитических червей диких животных Березинского биосферного заповедника / Е.И. Бычкова, Е.И. Анисимова, Т.М. Одинцова // Фауна и систематика : Тр. Зоологич. музея Бел. ун-та. – Минск : Навука і тэхніка, 1995. – Вып. 1. – С. 23–37.
2. Гущина, А.И. Гельминтофауна жаб Минской и Витебской областей / А.И. Гущина, Е.А. Николаева, Н.И. Садовникова // Вопросы естествознания и методики преподавания : сб. науч. тр. – Минск, 1975. – С. 22–26.
3. Гущина, А.И. Гельминтофауна *Rana temporaria* / А.И. Гущина, Е.А. Николаева // Вопросы естествознания. – Минск, 1976. – С. 33–36.
4. Гущина, А.И. Гельминтофауна земноводных БССР / А.И. Гущина, Е.А. Николаева // Биологические основы освоения, реконструкции и охраны животного мира Белоруссии : тез. IV зоологич. конф. БССР. – Минск, 1976. – С. 225–227.
5. Зехнов, М.И. Материалы по изучению паразитофауны пресмыкающихся Белоруссии / М.И. Зехнов // Вторая зоол. конф. Белоруссии : тез. докл. – Минск, 1962. – С. 144–145.
6. Меркушева, И.В. Гельминты домашних и диких животных Белоруссии : Каталог / И.В. Меркушева, А.Ф. Бобкова. – Минск : Наука и техника, 1981. – 120 с.
7. Мозговой, А.А. Работа 264-й Союзной Гельминтологической экспедиции 1947 г. в государственном заповеднике «Беловежская пуща» / А.А. Мозговой, Т.И. Попова // Тр. Гельминтологич. лаборатории. – М. : АН СССР, 1951. – Т. 5. – С. 220–231.
8. Шималов, В.В. К изучению гельминтофауны жаб заказника «Бугский» (Беларусь) / В.В. Шималов // Актуальные проблемы экологии : материалы I Междунар. науч. конф., Гродно 6-8 окт. 2004 г., / отв. ред. Н.П. Канунникова. – Гродно, 2005. – Ч. 1. – С. 324–326.

#### **V.V. Shimalov. The Helminthofauna of Amphibians (Vertebrata, Amphibia) and Reptiles (Vertebrata, Reptilia) in the Landscape Reserve «Bugskiy» (Belarus)**

The result of helminthological investigations of amphibians and reptiles in the landscape reserve «Bugskiy» during 2001-2004 is analyzed. It was estimated that the helminthofauna of amphibians has 29 species and reptiles has 2 species. The total infection of amphibians by helminthes (8 species were examined) are 100 %, and reptiles (1 species) are 94.7 %.



---

# НАВУКІ АБ ЗЯМЛІ

---

УДК 630:551.58(476.7)

*А.А. Волчек, Н.Н. Шпендик*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УРОЖАЙНОСТИ КАРТОФЕЛЯ НА ТЕРРИТОРИИ БРЕСТСКОЙ ОБЛАСТИ

В статье представлены результаты исследований урожайности картофеля Брестской области. Описаны многолетние колебания урожайности с 1954 по 2006 гг. Рассмотрено влияние различных факторов на урожайность сельскохозяйственных культур. Проведен анализ взаимосвязи урожайности и климатических параметров (температура воздуха, среднемесячные осадки и влажность 50 см слоя почвы). С помощью регрессионного анализа полиномом первой степени описана погодная составляющая урожайности картофеля. Используя уравнения, построенные для каждого района, получена максимальная фоновая урожайность. На основании этих данных построена карта максимальной фоновой урожайности Брестской области. Дана оценка влияния изменения климата на урожайность картофеля. В связи с этим расчетный период был разбит на два интервала: с 1960 по 1984 гг. и с 1985 по 2001 гг., для которых построены регрессионные модели.

### Введение

Одним из основных направлений развития экономики Брестской области является сельское хозяйство. Этому способствует ее географическое положение, климатические особенности, а также крупномасштабные мелиорации, проводимые во второй половине прошлого столетия. Однако климатические колебания, учащение неблагоприятных метеорологических явлений, неуправляемость мелиоративных систем – все это в совокупности оказывает значительное влияние на урожайность сельскохозяйственных культур. Можно предположить, что зависимость сельскохозяйственного производства от климатических факторов усилится, несмотря на развитие культуры земледелия. Для обеспечения продовольственной безопасности страны необходимо получение стабильных и высоких урожаев. Поэтому анализ и прогноз урожайности сельскохозяйственных культур является одной из важных задач. На 1 января 2007 г. посевные площади в Брестской области занимают 869,1 тыс. га, из них под картофелем находится 81,0 тыс. га, что составляет около 10% [2].

Задачей исследования является установление пространственно-временных закономерностей формирования урожайности картофеля Брестской области и разработка вероятностного метода прогноза.

### Материалы и методы исследования

Основу исследований составили многолетние ряды наблюдений за урожайностью картофеля с 1954 по 2006 гг. Использованы данные Министерства статистики и анализа Республики Беларусь об урожайности культур и материалы Республиканского гидрометеоцентра о среднемесячных количествах осадков, температурах воздуха и запасах почвенной влаги 50 см слоя почвы по 16 районам Брестской области. Для описания многолетних колебаний урожайности использованы следующие статистические модели: последовательность независимых случайных величин; простая и сложная цепь Маркова. Кроме того, для выявления циклов использовался СВАН-анализ, а также методика моделирования урожайности основных сельскохозяйственных культур, детально описанная в работе [1].

Факторы, влияющие на урожайность сельскохозяйственных культур, можно условно разделить на две группы: к первой группе относятся плодородие почв, уровень агротехники, сорта культур, антропогенные нагрузки и т. д.; ко второй – климатические условия. Тогда урожайность можно представить как:

$$Y(t) = Y_{\phi}(t) \pm \Delta Y(t), \quad (1)$$

где  $Y(t)$  – планируемая урожайность в расчетном календарном году, ц/га;  $Y_{\phi}(t)$  – фоновая урожайность в том же году;  $\pm \Delta Y$  – отклонение фактической урожайности от фоновой, ц/га.

Влияние технологических факторов, таких, как плодородие почв, уровень агротехники, сорта культур, антропогенные нагрузки, с достаточной для практики точностью можно описать многочленом второй степени.

Разность между фактической урожайностью и фоновой составит отклонения, которые определяются в основном погодными условиями.

Динамика погодной составляющей урожайности  $\pm \Delta Y(t)$  может быть представлена в виде аддитивной функции.

$$\Delta Y(t) = u(t) \pm \eta(t), \quad (2)$$

где  $u(t)$  – детерминированная функция,  $\eta(t)$  – случайная составляющая.

Тренды погодной составляющей урожайности могут быть описаны с помощью различных статистических методов, в частности:

$$u(t) = f(\Delta P_i, \Delta T_i, \Delta W_i), \quad (3)$$

где  $\Delta P_i$  – отклонение атмосферных осадков от нормы в  $i$ -тый интервал времени;  $\Delta T_i$  – отклонение температуры воздуха в  $i$ -тый интервал времени;  $\Delta W_i$  – отклонение влагозапасов 50 см почвы в  $i$ -тый интервал времени.

Случайная составляющая урожайности определяется вероятностным методом, т.е.

$$\pm \eta(P_{\%}) = \pm \bar{\eta}(\Phi_{P_{\%}} \cdot C_v + 1), \quad (4)$$

где  $\bar{\eta}$  – среднее значение случайной составляющей урожайности, ц/га;  $\Phi_{P_{\%}}$  – числа Фостера расчетной обеспеченности;  $C_v$  – коэффициент вариации.

Используя стандартные статистические методы, находят значения  $\bar{\eta}$ ,  $C_v$  и  $C_s$ . Причем случайную составляющую находят как для благоприятных по урожайности ( $P < 50\%$ ), так и для неблагоприятных ( $P > 50\%$ ) лет. По найденным параметрам строят теоретическую кривую обеспеченности. Далее, используя таблицу случайных чисел, путем розыгрыша моделируются значения обеспеченности ( $P_i$ ). Таким образом, имея некоторый ограниченный объем информации, можно получить, при принятом законе распределения, временной ряд урожайности практически не ограниченной длины.

Анализ взаимосвязи урожайности и климатических параметров проводится в два этапа. На первом этапе находят отклонения фактической урожайности от фоновой. На втором – анализ полученных временных рядов и агроклиматических показателей.

Пространственная изменчивость исследовалась с помощью карт, построенных для максимальной фоновой урожайности.

На второй стадии выполнялось исследование статистической структуры полей фактической урожайности с помощью пространственных корреляционных функций и функций пространственной асинхронности.

Для исследования цикличности использованы автокорреляционные функции (АКФ) и процедура спектрально-временного анализа (СВАН) урожайности. Длина окна принята равной 15 годам, т. е. 0,33 от продолжительности ряда.

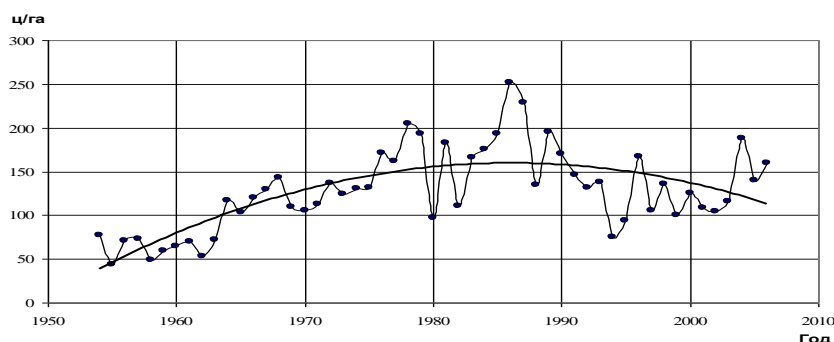
### Обсуждение результатов

Урожайность определяется наследственными свойствами растений и влиянием энергетического, водного и пищевого режимов почвы и атмосферы.

Потребность растений в тепле, влаге и питании в каждый период вегетационного цикла обусловлены эволюцией и проявляются в виде собственных оптимумов элементов среды. Если комплекс условий среды находится в оптимуме, то формируется максимальный урожай.

Агроклиматические условия Брестской области благоприятны для развития картофелеводства. Однако климатические характеристики имеют существенную изменчивость как от года к году, так и внутри сезона. Температура воздуха играет немаловажную роль в формировании урожая. Так, прорастание почек клубней в почве начинается при  $5-8^{\circ}\text{C}$ , всходы и молодые растения повреждаются при заморозках  $2^{\circ}\text{C}$ , оптимальная ночная температура для образования клубней  $10-13^{\circ}\text{C}$ , при  $20^{\circ}\text{C}$  в почве и выше наступает тепловое вырождение картофеля.

На рисунке 1 представлена динамика средней урожайности картофеля по Брестской области.



**Рисунок 1 – Динамика урожайности картофеля по Брестской области**

Невысокая урожайность сельскохозяйственных культур по Брестской области в начале 69-х годов прошлого столетия была обусловлена отсутствием высокопродуктивных сортов, недостаточным внесением удобрений в послевоенные годы и т. п. Сочетание благоприятных климатических (количество и равномерность осадков в вегетационный период, сумма активных температур) и агротехнических факторов в середине 80-х способствовало получению высоких урожаев. С повышением уровня агротехники, улучшением водно-воздушного и питательного режима почв, с использованием новых сортов урожайность повысилась, и пик ее пришелся на 1986 г. Так, урожайность картофеля в среднем по области составила 252 ц/га. Меньше всего – в Барановичском районе (214 ц/га), максимум картофеля с 1 га было собрано в Лунинецком районе (311 ц/га). Однако с конца 80-х и до начала нынешнего столетия наблюдается устойчивая тенденция к снижению урожайности картофеля. Главными причинами такой тенденции являются ухудшение агротехнического обеспечения вследствие снижения уровня развития экономики республики (внесение минеральных удобрений под картофель к 1999–2000 гг. по отношению к середине 80-х снизилось на 83%, органических – на 13%; были сведены к минимуму механизированные и профилактические обработки в технологическом цикле); деградация мелиоративных систем и мелиорированных земель (вследствие ухудшения функционирования существующей мелиоративной сети, больших потерь органического вещества на мелиорированных и прилегающих к ним землях понизился бонитет почв, что не могло не отразиться на урожайности); увеличение случаев экстремальных климатических факторов во время интенсивной вегетации (поздневесенние и летние заморозки, продолжительные засушливые периоды) и другие причины.

Уравнения линии тренда урожайности картофеля имеет вид:

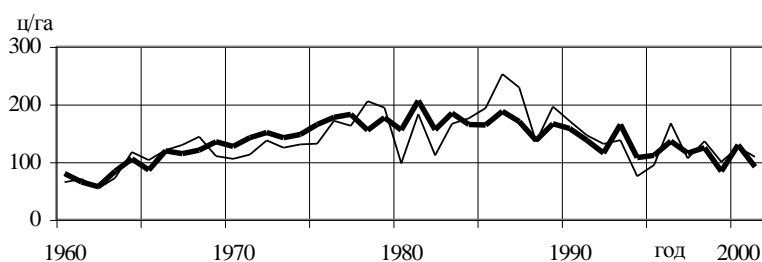
$$y_{\phi}(t) = -0,1172 \cdot t^2 + 465,5 \cdot t - 462114, \quad (R = 0,47). \quad (5)$$

Проведенный регрессионный анализ позволил описать погодную составляющую урожайности картофеля полиномом первой степени:

$$u(t) = -0,9 \cdot \Delta W_5 + 5,8 \cdot \Delta T_5 - 7,32 \cdot \Delta T_8 - 0,4 \quad (R = 0,54) \quad (6)$$

где  $\Delta T$  – отклонение месячной температуры воздуха от нормы того месяца;  $\Delta P$ ,  $\Delta W$  – тоже соответственно атмосферные осадки и влажность 50 см слоя почвы; индекс обозначает номер месяца начиная с января.

На рисунке 2 представлены наблюдаемые и рассчитанные средние урожайности картофеля по области.



**Рисунок 2 – Фактическая и рассчитанная динамика  
урожайности картофеля в Брестской области**

Результаты расчета показали, что наиболее эффективны продуктивные влагозапасы мая и температура воздуха в мае и августе для картофеля. Температура воздуха играет немаловажную роль в формировании урожая. Прорастание почек клубней в почве начинается при 5–8<sup>0</sup>С, всходы и молодые растения повреждаются при заморозках – 2<sup>0</sup>С. Оптимальная ночная температура для образования клубней 10–13<sup>0</sup>С. При 20<sup>0</sup>С в почве и выше наступает тепловое вырождение картофеля: удлиняются стебли и боковые побеги, сужаются листовые пластинки, уменьшается содержание хлорофилла в листьях, сокращается урожай и ухудшается его качество. Поэтому в уравнении температура воздуха в августе находится со знаком «←».

Дефицит почвенной влаги и недостаток питательных веществ тормозят ростовые процессы, листья прекращают рост. Увлажненность почвы в мае, как правило, достигает и превышает оптимум для картофеля, следовательно, избыток отрицательно сказывается на урожайности. Температура воздуха в мае в значительной мере определяет длину и массу стебля. Положительная взаимосвязь существует между скоростью роста и конечной продуктивностью сортов и гибридов. Эти показатели используются для контроля за ходом формирования урожая и прогнозирования продуктивности растений.

Таким образом, можно констатировать, что полученная модель адекватно отражает реальную картину урожайности картофеля в Брестской области.

Смоделированные ряды урожайности отличаются от фактических меньшей изменчивостью, поэтому при моделировании необходимо в погодные данные вводить случайную составляющую  $\eta(P)$ . Случайная составляющая моделируется по формуле (4). Величина случайной составляющей в зависимости от обеспеченности колеблется от 57,6 ц/га ( $P = 5\%$ ) до -42 ц/га ( $P = 95\%$ ). Случайные составляющие вносят определенный вклад и в ряде случаев должны учитываться при моделировании урожайности.

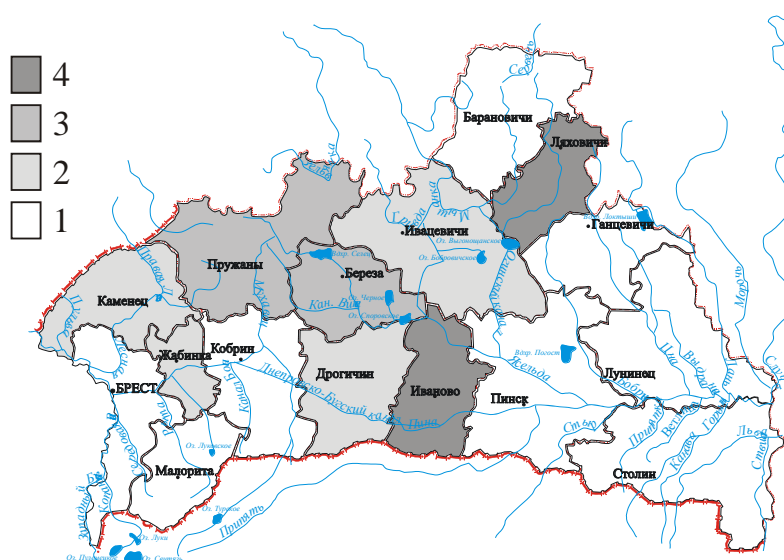
Используя уравнения аналогичные (5), построенные для каждого района, получили максимальную фоновую урожайность. На основании этих данных построена карта максимальной фоновой урожайности (рисунок 3). Для установления градации деления районов по максимальной фоновой урожайности сельскохозяйственных культур использовался статистический критерий Стьюдента с помощью которого установлена наименьшая существенная разница для средних величин урожайности по районам. Затем эта величина округлялась до целых величин. Максимальная фоновая урожайность картофеля по районам Брестской области имеет пестрый характер. В Ивановском и Ляховичском районах она превышает 340 ц/га, в Березовском и Пружанском районах – 320–340 ц/га, несколько меньшая максимальная фоновая урожайность (300–320 ц/га) имеет место в Дрогичинском, Жабинковском, Ивановском и Каменецком районах, в остальных районах она менее 300 ц/га.

Интересно проследить изменение погодных условий. Исходя из физиологических особенностей сельскохозяйственных культур наиболее благоприятным является теплый с повышенной влажностью год. Благоприятным по урожайности год рассматриваемых культур за исследуемый период наблюдения является 1986–1987 гг. Как видно из таблицы, в зимний период выпало осадков ниже нормы, однако повышенные осадки в марте, мае и июне обеспечили оптимальные

влажзапасы в почве, что благоприятно сказалось на урожайности, хотя по температуре воздуха год был менее благоприятен.

Количественная оценка асинхронности урожайности картофеля между Брестским и Лунинецким районами (наиболее удаленные друг от друга районы Брестской области) в различные по погодным условиям годы оценивалась с помощью коэффициента асинхронности. Асинхронность в урожайности картофеля имеет место только в неблагоприятные по климатическим условиям годы и достигает 1,2, что соответствует увеличению урожайности на 20%. Поэтому этот факт необходимо учитывать в прогнозировании урожайности.

Для оценки влияния изменения климата на урожайность картофеля расчетный период был разбит на два интервала: с 1960 по 1984 гг. и с 1985 по 2001 гг., для которых построены регрессионные модели.



1 – более 340, 2 – 340–320, 3 – 320–300, 4 – менее 300.

**Рисунок 3 – Карта максимальной фоновой урожайности картофеля по Брестской области, ц/га**

Таблица 1 – Климатические параметры за период с октября 1986 по сентябрь 1987 г.

| Месяцы                 | 10   | 11   | 12   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| атмосферные осадки, мм |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| значение               | 19,6 | 33,0 | 28,4 | 34,2 | 20,9 | 48,5 | 24,4 | 73,2 | 94,5 | 59,6 | 55,5 | 49,2 |
| P, %                   | 79,5 | 72,7 | 81,8 | 40,9 | 70,5 | 13,6 | 84,1 | 13,6 | 20,5 | 68,2 | 52,3 | 50,0 |
| температура, °С        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| значение               | 6,8  | 3,29 | -2,9 | -    | -3,2 | -5,0 | 5,2  | 12,7 | 16,3 | 17,7 | 14,7 | 11,6 |
| P, %                   | 65,9 | 22,7 | 61,4 | 97,7 | 47,7 | 93,2 | 90,9 | 65,9 | 54,5 | 52,3 | 95,5 | 68,2 |

В результате регрессионного анализа были получены полиномы первой степени для описания погодной составляющей урожайности картофеля, структура которых имеет вид:

$$u(t) = 6,86 \cdot \Delta T_6 - 5,47 \cdot \Delta T_7 - 4,60 \cdot \Delta T_8 - 0,25 \cdot \Delta P_7 - 4,24, \quad (R = 0,59); \quad (7)$$

$$u(t) = 14,60 \cdot \Delta T_4 + 23,92 \cdot \Delta T_6 - 21,33 \cdot \Delta T_7 - 2,90 \cdot \Delta P_4 + \\ + 1,43 \cdot \Delta P_5 + 0,28 \cdot \Delta P_7 - 0,44 \cdot \Delta P_8 + 2,19 \cdot \Delta W_4 - 2,24 \cdot \Delta W_5 - 2,51 \cdot \Delta W_7 + 1,41 \cdot \Delta W_8 - 1,97, \quad (R = 0,69). \quad (8)$$

Проведенный анализ показывает, что за период с 1984 по 2001 гг. произошли существенные трансформации в моделях по сравнению с периодом 1960–1984 гг. Произошло увеличение статистически значимых факторов, что свидетельствует об увеличении чувствительности современных сельскохозяйственных культур к погодным условиям. Это обусловлено тем, что при культивировании высокоурожайных сельскохозяйственных культур необходимо особо тщательно выдерживать микроклимат на сельскохозяйственных полях. Поэтому в нынешних условиях усиливается роль мелиорации в получении программируемых урожаев.

Анализ временных рядов отклонений фактической урожайности от фоновой показывает, что они имеют определенные циклы, характерные для климатических характеристик. Для разработки прогнозных моделей необходимо установить в анализируемых временных рядах циклы. В связи с тем, что циклы явно не прослеживаются, использован СВАН-анализ. Исходя характеристик СВАН-диаграммы можно выделить два цикла: мощный 12-летний (1980–1992 гг.) и 3-летний (1975–1987 гг.).

Исходя из результатов СВАН-анализа и регрессионного анализа, используя сложную цепь Маркова, получено частное прогнозное уравнение для картофеля, которое имеет вид:

$$u(t) = -0,229 \cdot u(t-1) - 0,318 \cdot u(t-4) - 0,09, \quad (R = 0,43) \quad (9)$$

Приведенные прогнозные уравнения были получены за период до 1995 г. с целью их проверки на независимом материале за период с 1996 по 2005 гг.

### **Заключение**

Детально проанализирована динамика урожайности картофеля и установлены основные факторы, определяющие его урожайность. Показано, что величина асинхронности погодной составляющей урожайности картофеля особенно велика в неблагоприятные по климатическим условиям годы. Разработана методика прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур с заблаговременностью в 1 год, которая позволила получить удовлетворительные результаты при прогнозировании урожайности картофеля.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского фонда фундаментальных исследований и Брестского областного исполнительного комитета (грант «БРФФИ–Брест–06»)*

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Логинов, В.Ф. Оценка влияния климатических факторов на динамику урожайности основных сельскохозяйственных культур в Брестской области / В.Ф. Логинов, А.А. Волчек, Ан.А. Волчек // Природные ресурсы, 2006. – № 3. – С. 5 – 22.
2. Статистический ежегодник. Брестская область. – Брест, 2007. – 370 с.

**A.A. Volchek, N.N. Shpendik. Modeling of Productivity of the Potato in Territory of the Brest Region**

The results of researches of productivity of potatoes in the Brest region are presented in the article. Long-term fluctuations of productivity from 1954 till 2006 are described. The influence of various factors on productivity of agricultural crops is considered. The interrelation between productivity and climatic parameters (temperature of air, average deposits, humidity of a 50 sm layer of ground) is analyzed. A weather component of productivity of potatoes is described by means of regression analysis. The maximal background productivity is received by using the equations constructed for each area. The map of the maximal background productivity of Brest area is drawn on the basis of these data. The estimation of influence of climate change on productivity of potatoes is given. In connection with this the rated period has been broken into two intervals: 1960 to 1984 and from 1985 to 2001 for which regression models are constructed



УДК 911.3(476)

*С.В. Корженевич*

## ТЕРРИТОРИАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЕСТЕСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ БЕЛОРУССКОГО ПОЛЕСЬЯ

Статья посвящена одной из актуальных проблем Белорусского Полесья – депопуляции населения региона. На основании статистических данных проанализированы территориальные особенности естественного движения населения Белорусского Полесья, динамика рождаемости и смертности. Рассмотрены региональные и локальные аспекты уменьшения рождаемости и увеличения смертности, выявлены геодемографические особенности развития Брестской и Гомельской областей как основных составляющих полесского региона.

Начиная с 1986 года в Гомельской области коэффициент рождаемости имел более низкие показатели в сравнении с аналогичными показателями в Брестской области, а смертность, наоборот – повышенные значения. Это во многом определило более значительные темпы снижения численности населения на Гомельщине по сравнению с Брестчиной. В работе приведены соответствующие статистические показатели, подтверждающие данную динамику. Исследование проводилось в рамках Государственной программы «Оценка природно-ресурсного и демографического потенциала, разработка программы развития техногенно-преобразованных территорий Белорусского Полесья» ГПОФИ «Природопользование», 2006–2010 гг, № ГР 20064813.

Территориальное пространство Белорусского Полесья включает в себя подавляющее большинство районов Брестской и Гомельской областей. Для него характерны общие закономерности естественного движения населения, свойственные Беларуси в целом. В то же время регион имеет и свои специфические особенности, обусловленные экономическими, социальными, экологическими и природными факторами. В Белорусском Полесье четко прослеживаются территориальные дифференциации не только между основными областями, но и между районами в пределах конкретной области. Естественное движение является итогом взаимодействия двух составляющих его процессов – рождаемости и смертности. Относительная независимость данных процессов друг от друга требует первоначального рассмотрения каждого в отдельности.

Динамику процессов рождаемости в период 1979–2007 гг. на территории Белорусского Полесья можно разделить на четыре этапа: I этап (1979–1986 гг.) – стабильный, относительно невысокий уровень рождаемости (в пределах 16–18‰); II этап (1987–1992 гг.) – постепенное снижение уровня рождаемости, относительные показатели которого не опускались ниже 13‰; III этап (1993–2003 гг.) – продолжающееся падение уровня рождаемости с низким, а в некоторые годы и с чрезмерно низким (менее 10‰) коэффициентом рождаемости; IV этап (2004–2007 гг.) – стабилизация и некоторое повышение коэффициента рождаемости, который характеризуется как низкий (в пределах 10–11‰).

На первом этапе мы наблюдаем стабильный, но в то же время средний уровень рождаемости. Это обусловлено сознательным ограничением рождаемости и тем, что в середине 80-х гг. в возраст активного деторождения вступали малочисленные поколения женщин, родившихся во второй половине 60-х гг. Некоторое увеличение абсолютных показателей рождаемости в 1983–1986 гг., а в районах, менее пострадавших от аварии на ЧАЭС, и в 1987 г., объясняется принятием постановления Правительства СССР «О мерах по усилению государственной поддержки семьям, имеющих детей» и результатами новой семейной политики. Свою роль сыграла также и так называемая «антиалкогольная кампания», проводимая тогдашним руководством

СССР во главе с Генеральным секретарем ЦК КПСС М.С. Горбачевым [1, с. 187]. Второй и третий этапы характеризуются переходом от среднего уровня к низкому, а в отдельные годы – и чрезвычайно низкому уровням рождаемости. По мнению многих демографов, снижение рождаемости в этот период времени произошло вследствие демографического перехода, характерного для цивилизации современных развитых стран, и последствий экономического и морального кризиса в обществе. Для Белорусского Полесья такими последствиями являются: социально-экономические потрясения, связанные с переходом к рыночным отношениям и сопутствующим экономическим кризисом, распад СССР и формирование нового геополитического и экономического пространства, последствия аварии на ЧАЭС. Немаловажную роль сыграли нарушения в половозрастной структуре населения, которые объясняются тем, что в наиболее активный фертильный возраст вступили дочери женщин военных лет рождения [2, с. 41]. Некоторое повышение уровня рождаемости на четвертом этапе объясняется влиянием компенсаторской волны, когда в детородный возраст вступило относительно многочисленное поколение восьмидесятых годов. Также, несомненно, свою роль сыграла политика государства по поддержке материнства и молодых семей.

Тем не менее, существуют некоторые отличия между Брестской и Гомельской областями – основными составляющими Белорусского Полесья. Если до 1986 г. коэффициенты рождаемости в областях были приблизительно одинаковыми, то начиная с 1987 г., они ежегодно имели большие показатели в Брестской области (таблица 1).

**Таблица 1 – Коэффициенты рождаемости населения Брестской и Гомельской областей (на 1 000 человек населения)**

| Годы | Коэффициент рождаемости в Брестской области | Коэффициент рождаемости в Гомельской области |
|------|---|--|
| 1    | 2   | 3  |
| 1980 | 16,8  | 16,6   |
| 1981 | 17,0  | 16,8   |
| 1982 | 16,7  | 16,8   |
| 1983 | 17,7  | 18,2   |
| 1984 | 17,5  | 17,4   |
| 1985 | 17,1  | 17,2   |
| 1986 | 17,7  | 17,2   |
| 1987 | 16,8  | 14,9   |
| 1988 | 16,7  | 16,5   |
| 1989 | 15,7  | 15,5   |
| 1990 | 14,9  | 13,6   |
| 1991 | 14,2  | 12,7   |
| 1992 | 13,8  | 12,8   |
| 1993 | 12,6  | 12,2   |
| 1994 | 12,1  | 11,4   |
| 1995 | 11,1  | 10,3   |
| 1996 | 10,8  | 9,7  |
| 1997 | 10,2  | 9,3  |

|      |      |     |
|------|------|-----|
| 1998 | 10,5 | 9,6 |
| 1999 | 10,8 | 9,7 |
| 2000 | 10,7 | 9,6 |
| 2001 | 10,3 | 9,6 |

*Продолжение таблицы 1*

| <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> |
|----------|----------|----------|
| 2002     | 10,2     | 9,2      |
| 2003     | 10,0     | 9,2      |
| 2004     | 10,1     | 9,3      |
| 2005     | 10,3     | 9,5      |
| 2006     | 10,8     | 10,0     |

Процесс снижения рождаемости в определенной степени носит глобальный характер и проявляется в так называемом демографическом переходе в ряде развитых странах Европы, Северной Америки, когда на смену средним и повышенным показателям рождаемости пришли низкие и чрезвычайно низкие. Данная проблема стоит, в частности, перед такими государствами, как Германия, Австрия, Франция, Бельгия, где коэффициенты рождаемости сопоставимы с показателями в Беларуси. Характеристиками демографического перехода являются: увеличение нуклеарных семей и преобладание семей с одним ребенком; изменение места и роли женщин в социуме, или так называемая феминизация; рост браков, не зарегистрированных органами ЗАГС (консенсуальные браки).

На региональном уровне проблематику рождаемости предопределяет ряд факторов. Демографический фактор проявился в ухудшении возрастной структуры населения и, прежде всего, женских репродуктивных возрастов. Особенно это касается районов, наиболее пострадавших от аварии на ЧАЭС, когда в процессе отселения данные районы покидало большинство женщин детородного возраста (15–49 лет). К таким районам относятся Брагинский, Ветковский, Лоевский, Наровлянский, Хойникский, где удельный вес лиц трудоспособного возраста, а значит и преимущественно детородного, колеблется в пределах 40%. Социально-экономический фактор отразил адекватную реакцию населения на снижение уровня жизни. Такая тенденция напрямую связана с социально-экономической нестабильностью развития общества: дестабилизацией потребительского рынка, инфляцией, безработицей, экономическими трудностями, снижением уровня жизни большинства населения. Действие экологических факторов прежде всего связано с последствиями аварии на ЧАЭС. В районах, наиболее пострадавших от радиационного загрязнения, отмечено увеличение хронических заболеваний среди населения, изменения в генетической структуре, заметен рост патологий среди новорожденных. Ухудшение экологического состояния территории региона связано и с качеством питьевых вод, на которое влияет не только деятельность человека, а и геологические условия, состав почв и грунтов, дифференциация веществ в ландшафтах [4, с.174]. Вышеперечисленные причины способствуют увеличению количества заболеваний среди населения, и, как следствие, снижению репродуктивных возможностей населения региона.

На локальном уровне уменьшение показателей рождаемости зависит от ряда конкретных причин, действие одной из которых часто становится определяющим. Различные показатели рождаемости в районах Белорусского Полесья зависят от степени урбанизированности территории. В некоторых городах региона (Брест, Пинск, Кобрин) коэффициенты рождаемости даже превышают показатели

смертности, несмотря на депопуляцию населения в целом. Значительное влияние оказывает также половозрастная структура населения, которая сильно нарушена в районах, наиболее пострадавших от аварии на ЧАЭС. Процессы рождаемости зависят от благосостояния семьи, на которое напрямую влияет экономическое развитие районов. В последнее время увеличилось влияние на процессы рождаемости некоторых религиозных структур. Так, усиление позиций определенных протестантских общин в Столинском районе во многом определяет относительно высокие показатели рождаемости населения в сравнении с другими районами Брестской области. В этой связи интересно проследить динамику процессов рождаемости в одном из населенных пунктов Столинского района – деревне Ольшаны, где сильны позиции общины ХВЕ (Христиан веры евангельской) (таблица 2). Средний коэффициент рождаемости за последние пять лет составляет около 30‰, что выше чем в среднем по региону почти в три раза. По данным статистики в Ольшанской общине ХВЕ состоит около 1 500 человек. Так как учитывается только взрослое население, степень влияния данной религиозной структуры несоизмеримо выше – в семьях членов церкви ХВЕ, как правило, три и более детей. При общей численности населения в деревне Ольшаны – 6734 человека (на 01.01.2007 г.), можно предположить, что влияние общины распространяется как минимум на половину населения данного населенного пункта. Одна из причин, по которой в ряды организации вступают новые члены, – моральная атмосфера, котрой с отсутствием пьянства, разлученности и отчуждения [5, с. 37].

Таблица 2 – Динамика процессов рождаемости в деревне Ольшаны Столинского района

| Годы | Численность населения | Число родившихся | Коэффициент рождаемости (на 1 000 человек) |
|------|-----------------------|------------------|--|
| 2003 | 6240                  | 202              | 32,4                                       |
| 2004 | 6315                  | 195              | 29,5                                       |
| 2005 | 6454                  | 182              | 28,2                                       |
| 2006 | 6548                  | 217              | 33,1                                       |
| 2007 | 6734                  | 199              | 29,6                                       |

Не стоит сбрасывать со счетов культурный и образовательный уровень населения, этническую принадлежность, особенности процессов брачности и разводимости, а также сложившуюся систему расселения в определенных районах, которые предопределяют отличия в процессах рождаемости в конкретных населенных пунктах.

Вторым показателем естественного движения населения является его смертность. Долгое время в Белорусском Полесье, впрочем, как и по республике в целом, коэффициент смертности оставался достаточно низким и не превышал 10‰. Но с 1989 года, начался постепенный рост смертности населения, который достиг своего максимального значения в начале XXI века. Например, наивысший показатель в Брестской области был зафиксирован в 2005 году – 14,0‰, а в Гомельской – в 2002 году – 15,5‰. Между регионами Белорусского Полесья также существуют различия и в

коэффициенте смертности, причем в Гомельской области, начиная с 1989 года, он выше в среднем на 1,5%, чем на Брестчине (таблица 3).

**Таблица 3 – Коэффициенты смертности населения Брестской и Гомельской областей  
(на 1 000 человек населения)**

| Годы | Коэффициент смертности в Брестской области | Коэффициент смертности в Гомельской области |
|------|--|---|
| 1980 | 9,9  | 9,7   |
| 1981 | 9,8  | 9,4   |
| 1982 | 9,6  | 9,3   |
| 1983 | 10,0                                       | 9,8   |
| 1984 | 10,4                                       | 10,3  |
| 1985 | 10,6                                       | 10,2  |
| 1986 | 9,8  | 9,4   |
| 1987 | 9,9  | 9,7   |
| 1988 | 10,0                                       | 10,1  |
| 1989 | 10,0                                       | 10,3  |
| 1990 | 10,4                                       | 10,9  |
| 1991 | 10,8                                       | 11,8  |
| 1992 | 10,6                                       | 11,9  |
| 1993 | 11,6                                       | 13,2  |
| 1994 | 11,8                                       | 13,2  |
| 1995 | 12,3                                       | 13,6  |
| 1996 | 12,2                                       | 13,9  |
| 1997 | 12,4                                       | 14,1  |
| 1998 | 12,4                                       | 14,3  |
| 1999 | 13,2                                       | 14,8  |
| 2000 | 12,7                                       | 14,0  |
| 2001 | 13,1                                       | 14,7  |
| 2002 | 13,6                                       | 15,5  |
| 2003 | 13,9                                       | 15,0  |
| 2004 | 13,7                                       | 14,6  |
| 2005 | 14,0                                       | 15,0  |
| 2006 | 13,5                                       | 15,0  |

Анализ причин смертности среди областей Белорусского Полесья позволяет определить основные тенденции, выделив при этом следующие факторы:

1. Факторы смертности, свойственные населению Республики Беларусь в целом. К ним относят причины демографического характера: изменение возрастной структуры населения в сторону увеличения доли людей пожилого возраста. Даже если бы не было аварии на ЧАЭС и экономика республики развивалась стабильно, показатели смертности имели бы тенденцию к росту только за счет особенностей демографической структуры, которая сложилась раньше, хотя темпы этого роста были бы меньшими [6, с. 23].

2. Факторы смертности, действие которых имеет определенные отличия в различных регионах. Представляется возможным классифицировать их по следующим группам:

– экологические факторы. Данные факторы было бы неправильно связывать только с аварией на ЧАЭС, хотя доказана связь между влиянием радионуклидов на рост числа раковых заболеваний [3, с. 81]. Неслучайно показатели смертности по причине новообразований начиная с 1986 года в Гомельской области постоянно имели более высокие значения – 194,2 против 176,2 случаев на 100 000 человек соответственно в Гомельской и Брестской областях (2005 год). Качество вод также оказывает свое влияние на показатели смертности населения. Каждый четвертый заболевший человек – жертва некачественной питьевой воды [7, с. 69] На состояние питьевых вод влияет не только промышленная, сельскохозяйственная и бытовая деятельность человека, а также причины природного характера. В Гомельском, Светлогорском, Солигорском (также регион Белорусского Полесья) промышленных районах концентрация нитратов, нефтепродуктов, хлоридов, фосфатов, некоторых тяжелых металлов и других элементов превышает ПДК в несколько раз. Естественное состояние вод во многом определяется геологическим строением территории. Например, воды неоген-палеогеновых отложений широко используются для водоснабжения Калинковичей, Мозыря, Житковичей и др. В них часто отмечается повышенное содержание натрия. Повышенное содержания этого элемента в воде увеличивает число больных гипертонией [4, с. 174].

Наличие вредных производств также напрямую влияет на состояние здоровья населения, а следовательно, и на уровень смертности населения. Наиболее высокий уровень загрязнения атмосферы среди городов Белорусского Полесья зафиксирован в Гомеле, Солигорске, Мозыре, что связано с функционированием в этих городах экологически опасных производств [7, с. 51]. Неслучайно, что процент заболеваний, которые связаны с загрязнением воздуха, самый высокий в регионе именно в этих городах;

– медицинские факторы. К ним относятся: количество медицинского персонала в расчете на число жителей, уровень квалификации врачей и медицинских работников, материально-техническое оснащение медицинских учреждений и др. Например, Гомельская область занимает последнее место среди областей страны по уровню обеспеченности врачами (33,7 врачей на 10 000 населения). В Брестской области этот показатель составляет 36,1 врачей на 10 000 человек. Самые высокие значения зафиксированы в Гродненской области (51,2 врача на 10 000 человек). Следует заметить, что уровень неонатальной смертности в Гомельской области самый высокий по республике (4,8‰), что выше на 0,9‰, чем в Брестской. Минимальные показатели отмечены в той же Гродненской области (2,5‰ на 1 000 человек) [8, с. 181];

– социальные факторы. Среди этой группы факторов прежде следует выделить алкогольную, никотиновую и наркотическую зависимости населения, которые имеют определенные региональные отличия и напрямую влияют на состояние здоровья и уровень смертности. Показатели смертности по причине несчастных случаев, отравлений и травм на протяжении последних тридцати лет постоянно имеют более высокие показатели в Гомельской области по сравнению с аналогичными показателями в Брестской области (таблица 4).

Таблица 4 – Коэффициент смертности по причине несчастных случаев, отравлений и травм в Брестской и Гомельской областях (число умерших на 100 000 населения)

| Годы | Брестская | Гомельская |
|------|-----------|------------|
|------|-----------|------------|

|      |       |       |
|------|-------|-------|
| 1980 | 79,1  | 91,9  |
| 1985 | 77,8  | 84,9  |
| 1990 | 85,2  | 95,4  |
| 1995 | 118,9 | 130,7 |
| 2000 | 134,6 | 158,6 |
| 2005 | 142,0 | 168,6 |

Обращает на себя внимание тот факт, что в тех населенных пунктах, где функционируют заводы по выпуску ликероводочных изделий, уровень заболеваемости хроническим алкоголизмом имеет повышенные показатели.

Стоит заметить и различия в уровне преступности между двумя областями, что пусть и не в полной мере напрямую, но косвенно влияет на показатели смертности населения. Это касается и числа умышленных убийств, количества осужденных, состояние здоровья которых оставляет желать лучшего (заболевания туберкулезом, СПИДом и др.), преступлений в сфере наркотиков (средняя продолжительность жизни наркомана не превышает 10 лет). Так, в 2006 году в Гомельской области на 10 000 человек приходилось 212 преступлений, в то время как в Брестской эти показатели составили почти вдвое меньше – 127 преступлений на 10 000 человек.

Различия в коэффициентах смертности во многом определяет специфика статистического учета. Рассматривая Брестский, Гомельский, Мозырский, Пинский и некоторые другие районы Белорусского Полесья, органы статистики ведут отдельный учет по областным и некоторым районным центрам. Это делает коэффициенты смертности в таких районах более высокими в сравнении с теми, где районный центр не дифференцируется от других населенных пунктов района. В Пинском районе коэффициент смертности составил в 2006 году 20,7‰, что значительно выше, чем, например, в соседнем Лунинецком (13,5‰). Если рассматривать Лунинецкий район без учета районного центра, то показатели смертности будут приблизительно такими же, как и в Пинском районе. Это касается также и учета рождаемости населения, хотя территориальные дифференциации не выглядят такими значительными.

Отличия в коэффициентах рождаемости и смертности определили, в конечном итоге, и отличия в показателях естественного прироста населения в рассматриваемых нами областях (таблица 5).

Таблица 5 – Показатели естественного прироста населения в Брестской и Гомельской областях (на 1 000 человек)

| Годы | Естественный прирост населения в Брестской области | Естественный прирост населения в Гомельской области |
|------|--|---|
| 1    | 2  | 3   |
| 1980 | 6,9  | 6,9   |
| 1981 | 7,2  | 7,4   |
| 1982 | 7,1  | 7,5   |
| 1983 | 7,7  | 8,4   |
| 1984 | 7,1  | 7,1   |
| 1985 | 6,5  | 7,0   |
| 1986 | 7,9  | 7,8   |
| 1987 | 6,9  | 5,2   |
| 1988 | 6,7  | 6,4   |
| 1989 | 5,7  | 5,2   |

|      |      |      |
|------|------|------|
| 1990 | 4,5  | 2,7  |
| 1991 | 3,4  | 0,9  |
| 1992 | 3,2  | 0,9  |
| 1993 | 1,0  | -1,0 |
| 1994 | 0,3  | -1,8 |
| 1995 | -1,2 | -3,3 |

*Продолжение таблицы 5*

| <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> |
|----------|----------|----------|
| 1996     | -1,4     | -4,2     |
| 1997     | -2,2     | -4,8     |
| 1998     | -1,9     | -4,7     |
| 1999     | -2,4     | -5,1     |
| 2000     | -2,0     | -4,4     |
| 2001     | -2,8     | -5,1     |
| 2002     | -3,4     | -6,3     |
| 2003     | -3,9     | -5,8     |
| 2004     | -3,6     | -5,3     |
| 2005     | -3,7     | -5,6     |
| 2006     | -2,7     | -5,0     |

Таким образом, демографический переход от расширенного к суженному воспроизводству вначале произошел в Гомельской области, затем – в Брестской. Решающее влияние на снижение естественного прироста оказала рождаемость, так как показатели смертности в этот период времени изменялись незначительно. Начиная с 1993 года в Гомельской области, а с 1995 года и в Брестской впервые за демографическую историю развития областей уровни смертности превысили показатели рождаемости, и естественный прирост приобрел отрицательные значения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Углов, Ф. Запой / Ф. Углов, Н. Чайка // *Беларуская думка*. – 2006. – № 10. – С. 187.
- 2 Раков, А.А. Население БССР / А.А. Раков. – Минск : Наука и техника, 1969. – 224 с.
- 3 Яблоков, А.В. Об «экологической чистоте» атомной энергетики / А.В. Яблоков // *Глобальные проблемы биосферы* : / Рос. Акад. Наук ; под ред. Ф.Т. Яншина. – Москва, 2001. – С. 62–94. – (Серия «Чтения памяти академика А. Л. Яншина»).
- 4 Ясовеев, М. Прозрачное золото страны / М. Ясовеев, О. Шершнев, Н. Ястребова // *Беларуская думка*. – 2007. – № 10. – С. 174.
- 5 Балтрушэвич, Н.Г. Становішча пратэстанцкай царквы на Беларусі ў перыяд з 1943 па 1985 гг. : агульная характарыстыка / Н.Г. Балтрушэвіч // *Веснік Брэсцкага ун-та. Серыя гуман. і грам. навук*. – 2007. – № 2. – С. 33–41.
- 6 Шахотько, Л.П. Население Беларуси на рубеже веков / Л.П. Шахотько // *Бел. экон. журнал*. – 1999. – № 1.
- 7 Міхальчук, М.В. Асновы экалагічнай адукацыі малоддшых школьнікаў / М.В. Міхальчук, Т.А. Кавальчук. – Мінск : Вышэйшая школа, 1996. – 198 с.
- 8 География в 21-ом веке: проблемы и перспективы развития : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 17–18 апр. 2008 г. / М-во образования Респ.



---

Беларусь, Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; [редкол. : К.К. Красовский (гл. ред) [и др.]. – Брест , 2008. – 249 с.

***S.V. Korjenevich* Territorial Peculiarities of Natural Movement of Population Living in Polesie Region**

The article opens one of the most actual problems of Belarussian Polesie – the change of demographical situation of the fall of the number of people in the region. On the basis of the statistical data the territorial peculiarities of natural movement and the dynamics of birth and death of population on the region are analysed. Regional and local aspects of the fall of the number of birth and the encreasing number of death are considered, geographical peculiarities of the development of Brest and Gomel regions as the main parts of Polesie region.

УДК 911(476)

*Л.Н. Рябова, Н.В. Михальчук*

## **ЭКОЛОГО-ГЕОХИМИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЛАНДШАФТОВ СТОЛИНСКОГО РАЙОНА БРЕСТСКОЙ ОБЛАСТИ**

Приведены результаты эколого-геохимического изучения ландшафтов Столинского района Брестской области. Составлена соответствующая карта. Выделены ландшафты, характеризующиеся наличием аномалий сильного уровня загрязнения почв некоторыми микроэлементами.

### **Введение**

Потребности народного хозяйства – различные аспекты аграрной отрасли и здравоохранения, проблемы охраны природы, мониторинга окружающей среды – ставят задачи изучения особенностей миграции и концентрации химических элементов в ландшафтах. Основные успехи в этом направлении связаны с трудами М.А. Глазовской, В.В. Добровольского, А.И. Перельмана, К.И. Лукашёва, В.А. Кузнецова, Н.Н. Петуховой, Н.К. Чертко, И.А. Авессаломовой, Н.С. Касимова, В.А. Снытко и др. Значительное место в их работах уделено вопросом создания разнообразных карт, характеризующих ландшафтно-геохимические особенности территорий.

В Республике Беларусь для части Гомельской области составлена карта масштаба 1:2 000 000, которая ориентирована на прогноз перераспределения химических элементов в ландшафтах [3]. Целью настоящей работы является выяснение эколого-геохимической ситуации в ландшафтах Столинского района и создание соответствующей карты, которая отражала бы условия миграции и накопления элементов на геохимических барьерах, ассоциации концентрирующихся на них элементов, а также степень загрязненности территории, выраженной количественными параметрами.

### **Объект и методы исследования**

Объектом исследования стали геохимические ландшафты Столинского района Брестской области. Здесь преобладают пойменные ландшафты с хорошо выраженными поймами и надпойменными террасами. Встречаются древнеозерные котловины, занятые болотами, часто осушенными; юг участка приурочен к краевой зоне Давид-Городокско-Туровского ополья. Разнообразие экологических режимов способствовало развитию пестрого почвенного покрова, контрастного по классам водной миграции элементов – от кальциевого до глеевого.

В основу работы положены результаты эколого-геохимического изучения территории, проводившегося в летний период 2007 г., а также данные, полученные за 1987 – 1995 гг. Исследования проводились маршрутно-катенарным методом, позволяющим учитывать закономерности формирования почвенного покрова и накопления химических элементов от водораздельных позиций до геохимически подчиненных ландшафтов.

Основными единицами классификации и картографирования являлись классы, роды, виды и фации ландшафтно-геохимических систем (ЛГС). При этом под ЛГС мы понимали геосистемы различных гипсометрических уровней, формирование и развитие которых связано с определенным химическим составом их компонентов и миграцией химических элементов между ними, что обеспечивает целостность системы. Учитывая, что одним из главных индикаторов всех процессов в геосистемах выступают почвы,

основное внимание при разработке ландшафтно-геохимической карты было уделено их физико-химическим свойствам.

В основу выделения класса ЛГС положена водная миграция химических элементов в почвах. На участке исследований распространены ландшафты, контрастные по типу миграций. Кальциевый  $[Ca^{2+}]$  класс миграции приурочен к ландшафтам ополей. Кислый класс  $[H^+]$  охватывает элювиальные и трансэлювиальные ландшафты с дерново-подзолистыми почвами, развитыми на флювиогляциальных и древнеаллювиальных песках. Кислые глеевые ландшафты  $[H^+ - Fe^{2+}]$  приурочены к торфяно-болотным и лугово-торфяным почвам заболоченных участков поймы. В ландшафтах переходного от кислого к кислому глеевому классу  $[H^+ \leftrightarrow H^+ - Fe^{2+}]$  развиты дерново-подзолистые оглеенные и луговые оглеенные почвы.

Выделение рода ЛГС основывалось на анализе рельефа как геохимического фактора и на геохимической классификации типов рельефа. Род отражает соотношение между автономными и подчиненными ландшафтами, определяет характер и интенсивность водообмена. Вид в ландшафтах определяется литологическим типом почвообразующих и подстилающих пород.

Ландшафтно-геохимические фации (ЛГФ) выделяли по [4]. Они определяются режимом увлажнения, что обуславливает формирование латерального и радиального миграционных потоков и объединяет элементарные геохимические ландшафты в геохимические сопряжения и каскадные ландшафтно-геохимические системы. С учетом водно-химических свойств почв, их гранулометрического состава и господствующих тенденций влагомассопереноса элементарные ландшафты объединены в 3 группы:

- ландшафты прямой связи (ПС) почвенной влаги с грунтовыми водами (элементарные ландшафты с залеганием почвенных вод на глубине (0,5–1,5 м): ПС-1 – микроповышения в рельефе, ПС-2 – выровненная местность, ПС-3 – микрозападины;
- ландшафты затрудненной связи (ЗС) – микрозападины;
- ландшафты с отсутствием связи (ОС) почвенной влаги с грунтовыми водами (залегают глубже 3,0–5,0 м или экранируются водонепроницаемыми отложениями).

Количественная и качественная оценка экологического состояния ландшафтов исследованной территории выполнена на основании суммарного показателя концентраций (СПК), определяемого как сумма превышений концентраций микроэлементов над фоновыми значениями. Определение локальных геохимических аномалий основано на особенностях пространственной изменчивости СПК. Выделение на карте участков различных уровней загрязненности микроэлементами основывалось на следующих показателях: при СПК до 8 – фоновое содержание микроэлементов; 8–16 – слабый уровень загрязнения ландшафтов микроэлементами; 17–32 – средний уровень; 33–64 – сильный уровень загрязнения ландшафтов микроэлементами [1; 2].

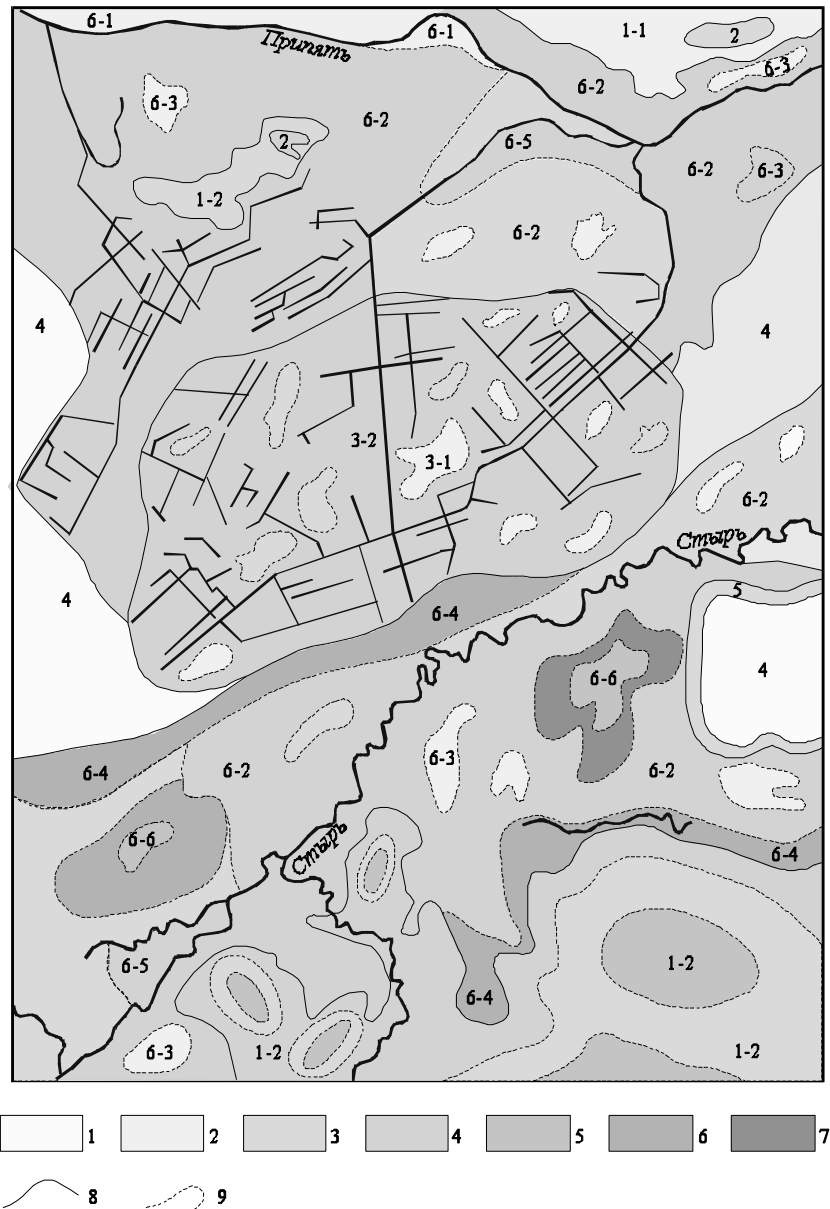
При составлении эколого-геохимической карты за фоновые концентрации микроэлементов принимались средневзвешенное содержание элементов в почвах элювиальных ландшафтов, приуроченных к водно-ледниковой равнине ( $n = 36$ ), где среднее содержание Fe – 0,80%, Pb – 10 мг/кг, Ni – 12, Cr – 15, V – 10, Mn – 150, Cu – 14, Co – 4, Ba – 200, Y – 10, Yb – 1 мг/кг; концентрации в этих почвах Zn, Sr находятся ниже предела чувствительности эмиссионного спектрального анализа.

### Результаты и обсуждение

На модельном участке исследований «Федоры – Лопатино» в Столинском районе выделено семь геохимических ландшафтов (рисунок 1).

К *элювиальному ландшафту* относятся: 1) плосковолнистая водно-ледниковая равнина с абсолютными отметками 140–150 м, сложенная песками, подстилаемыми

опесчаненными суглинками, местами с включением гальки. Основная растительная ассоциация – сосняк зеленомошный, почва дерново-подзолистая песчаная, гумусовый горизонт мощностью 12–17 см, содержание  $C_{орг}$  – 1,5–3,0%. Преобладают типы миграции: окислительный  $[H^+]$  и периодически слабо-восстановительный  $[H^+ \leftrightarrow H^+ - Fe^{2+}]$ . Уровень грунтовых вод залегает на глубине 3–5 м. Ландшафт относится к ЛГФ с отсутствием связи почвенной влаги с грунтовыми водами. В почвах преобладает слабокислая и близкая к нейтральной среда ( $pH_{KCl}$  5,3–6,2). Основные геохимические барьеры – кислородный и сорбционный. Отмечаются вышефоновые концентрации Fe, V и Pb. Величина СПК составляет 8,0, что соответствует слабому (близкому к фоновому) уровню загрязнения ландшафта микроэлементами;



Условные обозначения: СПК: 1 – менее 8 (ниже фона), 2 – 8–16, 3 – 17–20, 4 – 21–30, 5 – 31–40, 6 – 41–50, 7 – более 50 (выше фона), 8 – границы ландшафта, 9 – границы фации

Рисунок 1 – Эколого-геохимическая карта

**участка исследований «Федоры – Лопатино»**

2) вторые надпойменные эрозионно-аккумулятивные террасы, сложенные карбонатными суглинками, песками, супесью. Уровень грунтовых вод залегает на глубине 3 м – ландшафт соответствует ЛГФ с отсутствием связи почвенной влаги с грунтовыми водами. В пределах данного ландшафта представлены сочетания дерново-карбонатных и дерново-глеевых почв. Мощность гумусовых горизонтов здесь достигает 20 см, содержание органического углерода колеблется от 2,0 до 4,0%. Эти почвы полностью распаханы (старопахотные земли). Преобладают типы миграции элементов: кальциевый  $[Ca^{2+}]$ , окислительный  $[H^+]$ , периодически слабо-восстановительный  $[H^+ \leftrightarrow H^+ - Fe^{2+}]$ . Почвенная среда чаще всего нейтральная и слабощелочная. Основные геохимические барьеры – совмещенный (карбонатный, нейтральный, слабощелочной), сорбционный, кислородный. Отмечаются вышефоновые концентрации в почвах на карбонатных песках и супесях V, Mn, Y, Yb, Co, Ni, Cu, Pb, Ti, Ba. Величина СПК достигает 36,0, что позволяет отнести элювиальный ландшафт с дерново-карбонатными почвами к категории ландшафтов с сильным загрязнением микроэлементами. В дерново-глеевых почвах накапливаются Fe, V, Ni, Cu, Co, Mn; величина СПК составляет 18, что свидетельствует о среднем уровне загрязнения территории микроэлементами.

К *аккумулятивно-элювиальному ландшафту* относятся верховые болота с отсутствием привноса почвенной влаги с грунтовыми водами. Это открытые или облесенные низкостебельной сосной обыкновенной, изредка с примесью березы пушистой олиготрофные болота, характеризующиеся исключительно атмосферным водным питанием, выпуклым рельефом поверхности. Здесь распространены торфяно-болотные верховые почвы. Преобладают периодически восстановительно-окислительный и глеевый типы миграции химических элементов. Мощность торфа невелика – 25–40 см, отличительной чертой этого торфа является низкое содержание золы – от 7 до 15%. В этих ландшафтах действуют биохимический, сорбционный, глеевый барьеры, на которых концентрируются Zn, Pb, V, Mn, Cu, Fe. Величина суммарного превышения концентрации микроэлементов над фоновыми значениями достигает 22, что позволяет отнести ландшафт к территории со средним уровнем загрязнения.

К *элювиально-аккумулятивному ландшафту* приурочены древнеаллювиальные равнины с повышениями и понижениями в рельефе. Почвы этого ландшафта мелиорированы и полностью распаханы.

На повышенных участках рельефа почвообразующими породами являются пески, супеси, суглинки, где развиваются дерновые и дерново-глееватые почвы. Преобладают окислительный и периодически слабо-восстановительный на глубине типы водной миграции элементов. Уровень грунтовых вод более 3 м, поэтому ЛГФ отличаются затрудненной связью почвенной влаги с грунтовыми водами (ЗС-1). Мощность гумусовых горизонтов невелика (10–15 см), почвы имеют слабокислую и близкую к нейтральной среде, содержание органического углерода изменяется от 1,5 до 3,0%. Действуют кислородный слабокислый и глеевый (в нижних слоях почв) барьеры, на которых концентрируются Cu, Fe, Pb, V, Mn, Ni, Co. Величина СПК колеблется от 14 до 18, что соответствует слабому, близкому к среднему уровню загрязнения микроэлементами.

На понижениях формируются торфяно-болотные и дерново-глеевые почвы, мощность гумусовых горизонтов которых составляет 15–45 см, содержание органического углерода 2,2–16,8%. Они характеризуются кислыми условиями среды. Уровень залегания грунтовых вод 1,5 м, поэтому ландшафт отличается прямой связью почвенной влаги с грунтовыми водами (ПС-3). Действуют биогеохимический,

кислородный, глеевый и сорбционный барьеры, на которых накапливаются Fe, Ni, Mn, Pb, V, Cu, Co, Ba. Суммарное превышение концентрации элементов над фоновыми составляет 21–23 – ландшафты со средним уровнем загрязнения микроэлементами.

К *трансэлювиальному ландшафту* принадлежат пологоволнистые надпойменные террасы с дюнами и западинами, имеющие абсолютные отметки 120–130 м, сложенные песками мощностью более 3 м. Здесь произрастают сосняки с березой; почвы дерново-подзолистые слабоподзоленные глееватые, гумусовые горизонты мощностью 8–15 см, количество  $C_{орг}$  – 0,5–1,5%. Преобладает окислительный тип миграции элементов. Уровень грунтовых вод залегает на глубине более 3 м, ландшафт характеризуется затрудненной связью почвенной влаги с грунтовыми водами (ЗС-1). Величина  $pH_{КСІ}$  колеблется от 6,5 до 7,0. Геохимические барьеры – кислородный, слабокислый, нейтральный, в нижних слоях глеевый. Содержание элементов в почвах находится в пределах или ниже фоновых концентраций.

К *трансакумулятивному геохимическому ландшафту* относятся нижние части склонов надпойменных террас, где основными растительными ассоциациями являются березово-сосново-осиновые. Здесь формируются дерново-подзолистые глееватые почвы на делювиальных песках и супесях. Мощность гумусовых горизонтов колеблется от 10 до 20 см, содержание в них органического углерода изменяется от 1,5 до 2,5%. Условия среды в почвах кислые –  $pH$  4,6–4,7. Преобладают окислительный (в верхней части профиля) и периодически слабо-восстановительный (на глубине) типы водной миграции элементов. Уровень грунтовых вод фиксируется на глубине от 1,0 до 1,5 м, поэтому ЛГФ характеризуются прямой связью почвенной влаги с грунтовыми водами (ПС-1). Формируется механический, кислородный, кислый геохимические барьеры, на которых накапливаются Fe, Mn, V, Ni, Cu, Cr; суммарное превышение концентраций элементов над фоновыми содержаниями 15–17, что соответствует слабому уровню загрязнения.

К *супераквальному геохимическому ландшафту* относятся прирусловая пойма с прирусловыми валами и понижениями, центральная пойма с повышениями, притеррасная пойма с понижениями, староречьями, устьевые участки потоков, древнеозерные котловины, занятые низинными болотами. Уровень залегания грунтовых вод изменяется от 0,5 до 2,0 м, в связи с чем имеется прямая связь почвенной влаги с грунтовыми водами.

Прирусловая пойма сложена аллювиальными песками, супесями, реже суглинками. Основной ценоз – луговой разнотравно-злаковый, почва дерново-аллювиальная песчаная и дерново-аллювиальная глееватая, мощность гумусового горизонта 5–10 см, содержание  $C_{орг}$  – 0,8–15%. Условия среды слабокислые. Уровень грунтовых вод 1,5 м; ландшафт характеризуется прямой связью почвенной влаги с грунтовыми водами (ПС-1). Здесь преобладает кислородный слабокислый, сорбционный, в нижних слоях – глеевый геохимические барьеры, на которых концентрируются Fe, Ni, Pb; величина СПК колеблется от 1 до 6, что свидетельствует о фоновом содержании элементов.

Центральная пойма сложена аллювиальными песками, супесями, суглинками, в понижениях отмечается торф. Характерны периодически восстановительно-окислительный  $[H^+ \leftrightarrow H^+ - Fe^{2+}]$ , окислительный  $[H^+]$  и глеевый  $[H^+ - Fe^{2+}]$  типы миграции элементов. Основные растительные ассоциации – луговые разнотравно-злаковые, почвы – лугово-болотные, дерново-аллювиально-глееватые, тофяно-глееватые.

На повышенных участках рельефа мощность гумусовых горизонтов возрастает до 15–25 см, содержание  $C_{орг}$  до 3,2–7,4%. Величина  $pH_{КСІ}$  в почвах колеблется

от 5,6 до 6,2. Основные геохимические барьеры – сорбционный, кислородный, слабокислый, глеевый. В почвах концентрируются V, Cr, Mn, Cu, Pb, Ni. Величина СПК около 12, что характеризует центральную пойму с повышениями в рельефе как территорию со слабым уровнем загрязнения микроэлементами.

На пониженных участках рельефа центральной поймы мощность гумусовых горизонтов почв увеличивается до 20–32 см, содержание органического углерода колеблется от 4,5 до 10,2%, кислотность повышается с изменением pH в пределах 4,6–5,2. В почвах на пониженных участках поймы формируются биогеохимический, механический, сорбционный, кислородный и глеевый барьеры, на которых концентрируются Fe, Pb, Mn, Cu, Ni, Cr, Co, Ba, Y, Yb. Величина СПК колеблется от 18 до 24, что позволяет классифицировать средний уровень загрязнения ландшафта микроэлементами. В притеррасной пойме доминируют торфяно-глеевые и дерново-глеевые почвы, мощность гумусовых горизонтов составляет 20–32 см, содержание  $C_{орг}$  – 6,5–9,6%, величина  $pH_{КС1}$  колеблется от 5,2 до 6,5. В почвах формируются механический, биогеохимический, сорбционный, кислородный кислый, глеевый геохимические барьеры, на которых накапливаются Sr, Fe, V, Cu, Pb, Ni, Y, Yb, Cr, Mn, Co, Ba, Ti. СПК варьирует в пределах 41–50, фиксируется аномалия сильного загрязнения почв микроэлементами.

Для устьевых участков свойственны окислительный и восстановительно-окислительный типы миграции элементов. Почвенный покров представлен дерново-аллювиальными разновидностями, мощность гумусовых горизонтов которых равна 20–25 см, количество  $C_{орг}$  4,3–5,2%. Условия среды в почвах – слабокислые и нейтральные. На механическом, биогеохимическом, кислородном слабокислом, нейтральном, глеевом барьерах концентрируются Fe, V, Mn, Pb, Cu, Co, Ti. Величина СПК составляет 30–32 – ЛГФ относятся к среднему уровню загрязнения.

Древние озерные котловины, в пределах которых развиваются торфяно-болотные и торфяно-глеевые почвы, отличаются аномально высокими показателями СПК – 40–56. Наибольшие значения этого показателя отмечаются в краевых зонах, где на биогеохимическом, сорбционном, кислородном кислом и глеевом барьерах накапливаются выше значений ПДК Zn, Co, V, Cu, Ni, Cr, Pb. В центральной части осушенного болотного массива накопление элементов (по отношению к фону) значительно ниже, при этом порядок их накопления сохраняется.

К *субаквальному (подводному) ландшафту* относятся донные осадки р. Припять, Стырь, илы старичных и озерно-старичных водоемов. В песчаных и супесчаных донных отложениях рек и озер содержание  $C_{орг}$  составляет 0,5–2,0%,  $pH_{КС1}$  – 5,3–7,6. В них незначительно накапливаются Co, V, Pb, Cr. Ландшафт имеет фоновый уровень содержания микроэлементов. В донных илах стариц содержание  $C_{орг}$  достигает 6,0%; они отличаются кислыми условиями среды ( $pH_{КС1}$  4,7) и накоплением V, Mn, Cu, Cr, Pb. Величина СПК достигает значений 20–22 – ландшафт относится к категории среднего уровня загрязненности микроэлементами.

### **Выводы**

Анализ собранной информации демонстрирует выраженную неоднородность эколого-геохимической ситуации на участке исследований «Федоры – Лопатино» в Столинском районе. Наиболее благоприятные экологические условия создаются на террасах, сложенных песчаными отложениями и отличающихся близкими к фоновым уровнями накопления микроэлементов. В то же время эколого-геохимическая обстановка в заболоченных ландшафтах характеризуется повышенной напряженностью. В них формируются аномалии сильного уровня загрязнения (СПК 40–56), где накапливаются Sr, Zn (в других ландшафтах эти элементы не фиксируются).

В краевых зонах болот выше значений ПДК отмечаются концентрации никеля (1,8), меди (1,6), свинца (1,4).

*Работа выполнена при финансовой поддержке «БРФФИ-Брест-06», проект №Х06Б-004*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Мокаленко, Н.Н. Геохимическая оценка загрязнения окружающей среды Ленинского района Москвы / Н.Н. Мокаленко, В.С. Смирнова // Экология и охрана природы Москвы и Московского района. – М. : Изд-во МГУ, 1990. – С. 172–177.

2 Никифорова, Е.М. Эколого-геохимическая оценка последствий химизации почв западного Подмосковья / Е.М. Никифорова, Л.И. Горбунова // Почвоведение. – 2001. – № 1. – С. 107–117.

3 Петухова Н.Н. Ландшафтно-геохимическая карта как основа рационального природопользования / Н.Н. Петухова, Я.И. Аношко, С.Л. Романов // Природные ресурсы. – 1998.– № 1. – С. 84–97.

4 Собонович, Э.В., Бондаренко Г.Н., Кононенко Л.В. Геохимия техногенных радионуклидов / Э.В Собонович, Г.Н. Бондаренко, Л.В. Кононенко. – Киев, 2002. – 332 с.

***L.N. Rjabova, N.V. Mikhailchuk. Ecological-Geochemical Characteristics of the Landscapes of Stolin District Brest Region***

The results of ecological-geochemical study of the landscapes of Stolin District, Brest Region are given. The correspondent map is made up. The landscapes where the soils are characterized by strongly anomalous contamination by some elements are singled out.



УДК 556.51 (282.243.613)

**О.В. Токарчук**

## **ГИДРОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТРАНСГРАНИЧНОЙ ЧАСТИ БАССЕЙНА РЕКИ ЗАПАДНЫЙ БУГ**

В работе описывается бассейн реки Западный Буг и его трансграничная часть. Раскрываются физико-географические особенности формирования поверхностных вод. Рассмотрены крупные физико-географические регионы, в пределах которых расположен трансграничный водосбор Буга. Дана общая характеристика гидрографической сети территории, отмечены ее особенности в пределах каждого региона. Описаны гидрологический режим и сток как в целом для территории, так и для отдельных ее частей. На основе обобщения данных наблюдений на гидрологических постах обосновано гидрологическое районирование трансграничной части бассейна реки Западный Буг.

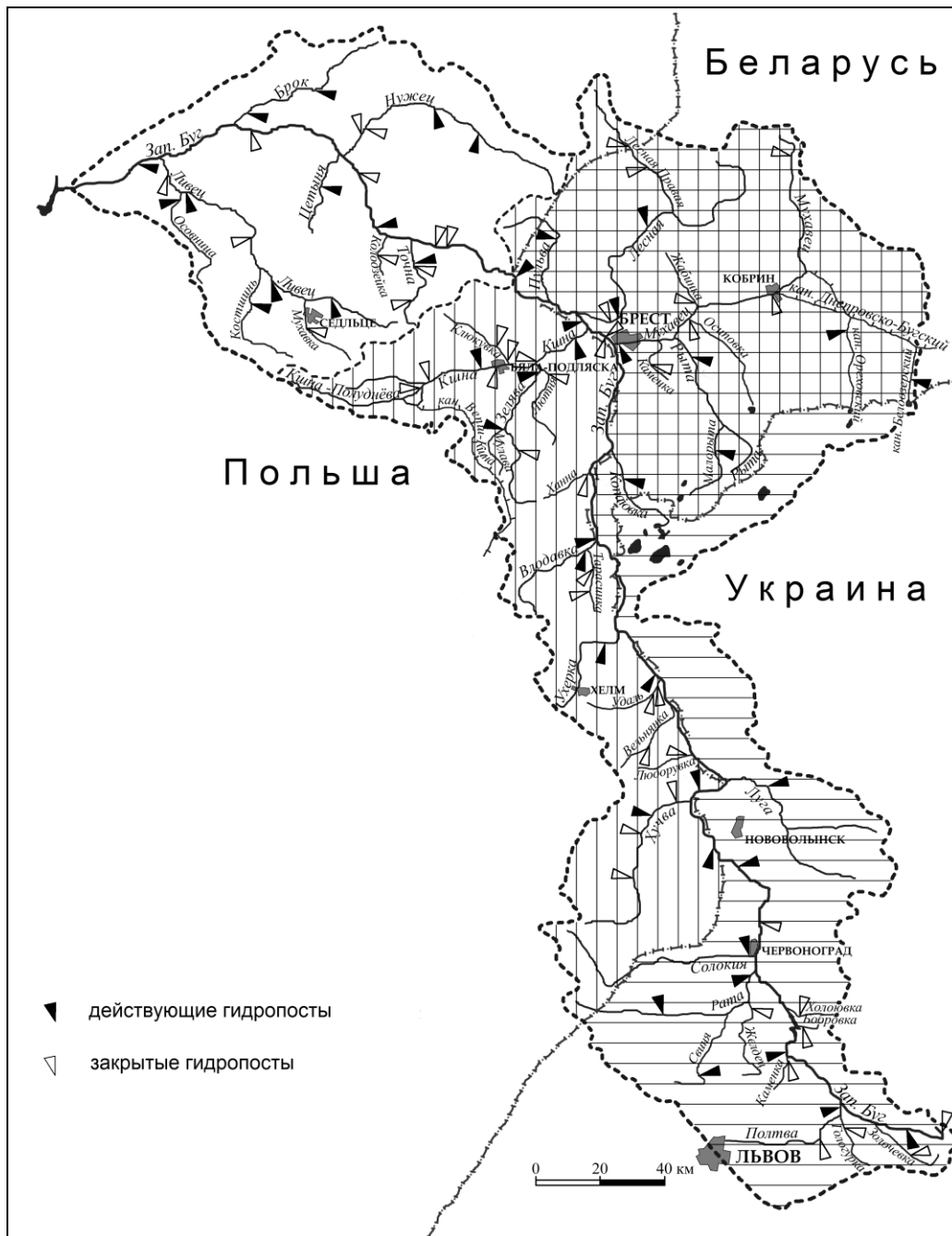
Бассейны многих рек расположены на территории нескольких государств. Их, а также сами реки, называют трансграничными. Применительно к территории Республики Беларусь таковыми являются бассейны всех основных рек.

Обычно часть стока трансграничных рек не пересекает границу. Поэтому с функциональной точки зрения более правильно определять понятием «трансграничный» не весь бассейн, а только его часть. Таким образом, в данном исследовании под трансграничной (от лат. trans – через) понимается та часть речного бассейна, поверхностный сток с которой осуществляется через границу государств на территорию одного из них. При этом водоток может либо локально пересекать государственную границу, либо на каком-то протяжении быть естественным природным рубежом.

Объектом проведенного исследования является трансграничная часть бассейна реки Западный Буг. Река Западный Буг (в Польше – Буг) является крупнейшим левосторонним притоком р. Нарев. Длина реки составляет 755 км, из них 185 км верхнего течения находится на территории Украины. Далее, на протяжении 363 км, река служит природной границей Польши с Украиной и Беларусью. Нижний отрезок течения, протяженностью 207 км, находится на территории Польши. Поверхность бассейна Западного Буга составляет 39 420,2 км<sup>2</sup>, из них 30 025 км<sup>2</sup> (76%) – трансграничная часть, которая практически поровну распределена между тремя государствами (рисунок 1): верховья водосбора и его центральная правобережная часть находятся в пределах Львовской и Волынской областей Украины; левобережная часть – почти полностью в пределах Люблинского воеводства Республики Польша; нижняя правобережная часть – в основном в пределах Брестской области Республики Беларусь. Площадь украинской части составляет 10,8 тыс. км<sup>2</sup>, польской – 10,0 тыс. км<sup>2</sup>, белорусской – 9,2 тыс. км<sup>2</sup>.

Несмотря на положение в пределах хорошо освоенной Восточно-Европейской равнины, гидрологическое изучение бассейна реки Западный Буг в основном проводится в административных границах Украины [8], Польши [19] и Беларуси [11] национальными географическими школами. В то же время бассейн Западного Буга является целостным природным образованием. Таким образом, весьма актуальным является изучение гидрографии всего бассейна как целостной природно-хозяйственной геосистемы [1; 9]. Наибольший интерес представляет изучение трансграничной части бассейна, находящейся на стыке трех стран, где происходит своеобразная интеграция

стока поверхностных вод, формируемых под влиянием разнообразных природных факторов в различных условиях хозяйственного использования территории.



**Рисунок 1 – Бассейн реки Западный Буг**

Задачей настоящего исследования стала разработка схемы гидрологического районирования трансграничной части бассейна реки Западный Буг. Основными этапами ее достижения являлись изучение физико-географических особенностей формирования поверхностных вод, гидрографической сети, гидрологического режима основных водотоков, а также стока поверхностных вод.

При изучении физико-географических условий трансграничной части бассейна реки Западный Буг проведен анализ тематических карт-атласов [2; 12; 14; 17], карт четвертичных отложений [4; 7; 18], геоморфологических карт [5; 6; 22].

Западный Буг начинается источниками, расположенными на северной окраине Подольской возвышенности, на высоте 311 м над уровнем моря. Затем протекает через Малое Полесье, Волынскую возвышенность, Полесье, равнины Предполесья и впадает в Загжыньское водохранилище на р. Нарев, правом притоке р. Висла, на высоте 79 м над уровнем моря.

Таким образом, бассейн Западного Буга, вытянутый в меридианальном направлении, входит в состав нескольких физико-географических регионов, что отчетливо влияет на условия формирования и динамики поверхностных вод. Их отличия обусловлены неоднородностью земной поверхности и климата: в первую очередь геологическим строением, особенностями рельефа, грунтов и их использования, количеством и сезонной изменчивостью осадков и испарения.

Трансграничная часть бассейна наиболее неоднородна в физико-географическом отношении: здесь представлены все основные физико-географические регионы бассейна реки Западный Буг.

Подольская возвышенность в пределах рассматриваемой территории представлена своей наиболее приподнятой северной частью, которая приурочена к поднятию верхнемеловых отложений, перекрытых миоценовыми песками и песчаниками. В пределах возвышенности расположена наиболее приподнятая южная часть водосбора. Здесь находится самая высокая точка водосбора – г. Камула, имеющая абсолютную высоту 471,9 м. Возвышенность обрывается в сторону Малого Полесья уступом высотой 150–200 м. Поверхностные отложения сложены обломками мергелей и песчаников с песчано-глинистым заполнителем, а также лёссами и лёссовидными суглинками. В юго-западной части бассейна Подольская возвышенность переходит в гряду Росточье, которая в пределах водосбора представляет собой узкий пояс сглаженных гряд и возвышений с абсолютными высотами до 380–390 м и относительными превышениями до 50 м. Гряда наследует перекрытое морскими осадками верхнего миоцена поднятие верхнемелового основания. Поверхностные отложения представлены обломками мергелей, известняков и песчаников с песчано-глинистым заполнителем.

Малое Полесье представляет собой слаборасчлененную равнинную территорию. Преобладают абсолютные высоты более 200 м. Основой рельефа здесь являются верхнемеловые отложения (мергели), перекрытые зандрово-аллювиальными песками.

Волынская возвышенность в пределах рассматриваемой территории представляет собой чередование гряд и котловин, обусловленное характером залегания верхнемеловых пород. Абсолютные отметки изменяются в интервале от 170 до 300 м. Поверхностные отложения представлены лёссами и лёссовидными суглинками.

Для южной части Полесья в пределах водосбора характерны более значительные изменения абсолютных высот (145–200 м) и пестрота антропогенных отложений, чем для северной. Плоские возвышения наследуют здесь поднятия мелового основания, встречаются останцы концевых морен. Понижения сложены озерно-аллювиальными отложениями, которые в наиболее низких местах перекрыты торфом и сапропелями. Широко распространены мелкоконтурные эоловые отложения. Близкое залегание карстующихся пород обусловило формирование термокарстовых и карстовых озер, а также различных по размерам бессточных углублений.

Северная часть Полесья в пределах водосбора представляет собой плоскую равнину с абсолютными высотами 140–160 м. Наиболее распространены покрытые флювиогляциальными песками, заболоченные и частично заторфованные территории, которые соседствуют с немногочисленными приподнятыми участками, сложенными моренными отложениями.

Равнины Предполесья в пределах рассматриваемой территории в значительной степени расчленены. На западе, в пределах Польши, они представляют собой плоскую и сложенную преимущественно флювиогляциальными песками равнину, наклоненную в юго-восточном направлении от 170 до 140 м над уровнем моря. На востоке, в пределах Беларуси абсолютные высоты изменяются от 130 до 190 м. Здесь широко представлены моренные и флювиогляциальные отложения, наиболее возвышенные части приурочены к краевым моренным грядам и холмам, понижения выполнены болотными отложениями.

Перечисленные регионы неоднородны, что позволяет выделить в их границах систему более мелких комплексов – физико-географических районов [16].

В пределах водосбора зеркало грунтовых вод располагается в основном до глубины 5 м. Это характерно как для Полесья, Малого Полесья и Предполесья, так и для долин Волынской возвышенности. Только в приподнятых частях Волынской возвышенности, а также в пределах Подольской возвышенности и Ростоцья мощность зоны аэрации составляет больше 5 м и может достигать 40–80 м.

Климат рассматриваемой территории определяется морскими и континентальными воздушными массами. Изменения положения основных барических центров определяют сезонную циркуляцию атмосферы и динамику поступления воздушных масс. Климат имеет переходные черты, к востоку незначительно усиливается его континентальность. Средняя годовая температура воздуха в пределах рассматриваемой территории составляет около 7,0°C, а годовая амплитуда температур составляет 22,0–23,0°C. Испарение с земной поверхности составляет 480–520 мм в год. В то же время годовая сумма осадков существенно отличается в разных частях водосбора. Наименьшее количество осадков характерно для Полесья (530–550 мм), а наибольшее – для Ростоцья (более 650 мм). Осадки в холодную часть года составляют около 33% их годового количества.

При изучении гидрографической сети трансграничной части бассейна реки Западный Буг проведен анализ топографических карт масштаба 1:100 000 и доступных справочных изданий [3; 13; 15; 21]. Изучены результаты анализа гидрографической сети украинской [8] и польской [20] частей бассейна.

Основу гидрографической сети исследуемой территории образуют р. Западный Буг (548 км) и ее основные притоки (см. рисунок 1, таблица 1).

Таблица 1 – Основные притоки р. Западный Буг в пределах трансграничной части бассейна

| Название | Правый или левый | Длина, км | Водоносность, куб. м/с | Площадь бассейна, кв. км |
|----------|------------------|-----------|------------------------|--------------------------|
| Полтва   | л                | 60,00     | 8,87                   | 1422,11                  |
| Рата     | л                | 77,00     | 8,05                   | 1913,60                  |
| Солокия  | л                | 89,00     | 3,79                   | 945,92                   |
| Хучва    | л                | 74,60     | 4,20                   | 1384,97                  |
| Лука     | п                | 84,00     | 3,61                   | 1347,85                  |
| Влодавка | л                | 52,80     | 2,30                   | 709,76                   |
| Мухавец  | п                | 112,60    | 23,60                  | 6876,20                  |
| Кшна     | л                | 119,90    | 10,60                  | 3355,50                  |
| Лесная   | п                | 148,00    | 10,60                  | 2610,64                  |
| Пульва   | п                | 54,00     | 1,88                   | 503,21                   |

Гидрографическая сеть имеет свои характерные особенности в пределах каждого из физико-географических регионов.

В пределах Подольской возвышенности и Ростоच्या р. Западный Буг и ее притоки имеют предгорный характер. У истока р. Западный Буг имеет уклон водной поверхности 0,34%, который вниз по течению уменьшается до 0,15–0,27%.

На территории Малого Полесья расположено около 100 км течения р. Западный Буг, река имеет в общем северо-западное направление течения.

Первоначально равнина Малого Полесья представляла собой заболоченную территорию, только небольшие возвышения местности были покрыты лесами. В 50–60 гг. XX в. территория была преобразована в область интенсивного сельского хозяйства. Осушение значительной части болот привело к изменению водного режима, в результате чего сформировались значительные площади переосушенных земель, а гидрографическая сеть пополнилась большим числом каналов.

Первым крупным притоком р. Западный Буг в пределах Малого Полесья является р. Золочевка, берущая начало в пределах Подольской возвышенности. В настоящее время этот приток на всём протяжении представляет собой главный канал мелиоративной системы.

У г. Буск в р. Западный Буг впадает р. Полтва. Исток Полтвы когда-то находился на северо-восточном склоне Южного Ростоच्या, река протекала через г. Львов. В настоящее время р. Полтва начинается мелиоративным каналом на северо-восточной окраине Львова, в пределах Малого Полесья. Сама р. Полтва и ее притоки практически на всём протяжении представляют собой мелиоративные каналы. В наименьшей степени преобразованы верховья их водосборов, располагающиеся в пределах Ростоच्या и Гологоро-Кременецкой гряды Подольской возвышенности.

У пос. Горняк р. Западный Буг принимает слева воды крупного притока – р. Рата, а в 3 км ниже по течению, в г. Червоноград, и также слева впадает третий значительный приток – р. Солокия.

Водосбор р. Рата почти полностью находится в пределах Украины (только исток и около 4% водосбора находятся в пределах Польши). Для водосбора характерна густая сеть мелиоративных каналов. Нужно отметить асимметрию водосбора. Большинство притоков р. Рата, в том числе крупнейшие – рр. Свиня и Желдец, являются правыми.

Река Солокия начинается в Польше – у г. Томашув-Любельски, здесь находится 60% ее водосбора. Водосбор р. Солокия узкий, вытянутый в широтном направлении.

Характерно, что в пределах Малого Полесья все значительные притоки Западного Буга (рр. Полтва, Рата, Солокия) левые и почти на всём протяжении протекают с запада на восток. Реки Полтва и Рата только у главной реки сворачивают на северо-восток, образуя с ней острый угол; р. Солокия впадает в р. Западный Буг под прямым углом.

Для р. Западный Буг в пределах Малого Полесья характерна в основном узкая долина (до 1 км), изредка расширяющаяся до 2,5–3 км. Склоны долины пологие. Пойма двухсторонняя, прерывистая, иногда расширяющаяся до 1–2 км. Ее поверхность в основном болотистая, частично мелиорированная, со староречьями; в природном состоянии занята лугами. Русло меандрирующее, деформированное, песчаное, местами илистое. Его ширина изменяется от 10 до 100 метров, а глубина составляет 0,5–4,5 м (в среднем 2 м). Средний уклон водной поверхности составляет 0,03–0,01%. Скорость течения достигает 0,3–0,6, местами 0,8 м/с. Наиболее значительные притоки Буга в верховьях имеют V-образные, узкие (0,2–0,5 км) долины, в основном с крутыми склонами. В среднем и нижнем течении форма долин трапециеобразная, нечетко выраженная, с пологими, в основном распаханymi склонами, плавно переходящими в междуречья. Поймы луговые, заболоченные, шириной 0,2–1,5 км. Руслу в натуральном

состоянии сильно извилистые, местами канализированные, с песчаным либо илистым дном. Ширина рек в верховьях 1–8 м, ниже 10–30 м; глубины изменяются соответственно от 0,3 до 1–2 м, скорости течения составляют 0,3–0,7 м/с. Небольшие притоки практически полностью канализированы.

На территории Волынской возвышенности р. Западный Буг протекает на протяжении почти 120 км, от устья р. Солокия до устья р. Луга. В пределах этой части водосбора Буг первоначально принимает ряд небольших притоков. Затем, восточнее г. Хрубешув, впадает крупный левый приток – р. Хучва, а 23 км ниже по течению, у г. Устилуг, первый крупный правый приток – р. Луга.

Многие водосборы характеризуются «волынским» широтным простиранием долин и узких междуречий (гряд), прерываемых долинами прорыва рек.

Буг на всём протяжении волынской части водосбора сильно меандрирует в долине шириной 1–2 км.

Полесская часть бассейна начинается после характерного излома долины Западного Буга при впадении р. Луга. Здесь Западный Буг на значительном протяжении не принимает сколь-нибудь существенных притоков, бассейн реки сильно сужается. Характерно отсутствие развитых меандров, много прямых отрезков реки. Периодически встречаются староречья, дно долины плоское и заболоченное. В целом долина Буга выразительно выделяется среди прилегающих регионов, а на отдельных участках принимает характер ассиметричной долины прорыва. Характерной чертой является сужение и расширение речной долины.

От устья р. Ухерка до устья р. Кшна, на протяжении около 160 км, Западный Буг протекает в пределах так называемого Западного Полесья. Ниже устья р. Ухерка водораздел между Бугом и Припятью проходит на расстоянии от 3 до 6 км от русла Буга. Этот участок является наиболее узкой частью водосбора (его ширина составляет 28 км). На север водосбор расширяется за счёт водосборов р. Кшна и р. Мухавец – двух крупнейших притоков Буга.

Река почти на всём протяжении Западного Полесья меандрирует, местами русло очень извилистое – коэффициент извилистости равен 1,3–1,6, а уклон водной поверхности – 0,01%. С рекой соседствуют староречья, местами очень многочисленные.

В пределах Западного Полесья крупнейшими притоками Западного Буга являются правые – р. Копаяювка и р. Мухавец; левые – р. Влодавка и р. Кшна.

Река Мухавец является крупнейшим притоком Буга и занимает 17% поверхности его водосбора. Река начинается от слияния рр. Муха и Вец в г. Пружаны. Водосбор реки ассиметричный, с сильно развитым левобережьем, имеет сложную форму, вытянутую в меридиональном направлении (крайняя южная часть водосбора расположена в пределах Украины). Основные притоки: правые – р. Жабинка; левые – кан. Днепроовско-Бугский, рр. Осиповка, Рыта, Каменка. За исключением р. Рыта все естественные притоки полностью канализированы. Водосбор р. Мухавец практически полностью мелиорирован и состоит из осушительных систем.

Русло р. Мухавец в верхнем течении (до г. Кобрин) канализировано, от г. Кобрин до г. Брест отрегулировано. Его ширина в межень в верхнем течении 4–8 м, ниже впадения Днепроовско-Бугского канала – 20–35 м, в устье – 60–70 м.

Крупнейшим естественным притоком Мухавца является р. Рыта. Ее водосбор сильно мелиорирован. Только ниже устья основного притока – р. Малорыта – русло р. Рыта принимает природные очертания.

Река Влодавка является первым крупным притоком р. Западный Буг в пределах Западного Полесья. Большая часть ее водосбора находится в пределах Ленчыньско-Влодавского поозерья. Верхняя часть водосбора занимает центральную часть поозерья,

в которой доминируют плоские аккумулятивные равнины и возвышающиеся между ними на несколько десятков метров меловые холмы. Элементом, характерным для рельефа этого региона, являются карстовые западины, встречающиеся в большом количестве в основном на меловых возвышениях. Существенными элементами гидрографической сети являются мелиоративные каналы и озера. Характерно, что крупнейший приток р. Влодавка – р. Тарасинка впадает в нее за 3,8 км от устья.

Река Кшна является крупнейшим левосторонним притоком р. Западный Буг в пределах трансграничной части бассейна. Левая часть ее водосбора относится к равнинам Предполесья. Кшна начинается среди заболоченных лесов на запад от г. Лукув. Образует два водотока – р. Кшна Полуднёва и р. Кшна Пулноцна – которые сливаются у г. Мендзыжец-Подляски. Ниже г. Бяла-Подляска, на расстоянии в 35,7 км до устья, в р. Кшна впадает ее крупнейший левосторонний приток – р. Ключувка. Который протекает через территорию Предполесья. Крупнейший приток р. Кшны – р. Зелява, с притоками р. Мулава и р. Лютня. Правая часть водосбора р. Кшна представляет собой равнинную территорию с невыразительными водоразделами. Водосборы рек характеризуется значительной асимметрией.

Предполесская часть водосбора начинается от устья р. Кшна. Здесь р. Западный Буг меняет направление течения с северного на северо-западное. Дно долины достаточно узкое, в основном не превышает 5 км, а на участке долины прорыва возле г. Янув-Подляский сужается до 1 км. Русло р. Западный Буг извилистое, меандрирующее, соседствует с многочисленными староречьями.

На этом последнем участке рассматриваемого водосбора, от устья Кшны до замыкающего створа возле с. Немирув, основными притоками Буга являются: справа – р. Лесная и р. Пульва.

Река Лесная является самым протяженным и третьим по величине водосбора притоком Буга в пределах трансграничной части его бассейна, образуется слиянием рр. Лесная Правая и Лесная Левая.

Основным рукавом является р. Лесная Правая. Ее исток находится на территории Польши, а водосбор значительной своей частью расположен в пределах национального парка «Беловежская пуца». Поверхность водосбора представляет собой равнину, характеризующуюся чередованием плоских волнистых поверхностей сложенных донной мореной и сильно сглаженных моренных гряд.

Собственно р. Лесная начинается у д. Угляны Каменецкого района. Для нее характерна хорошо разработанная долина, шириной 2–4 км, естественное извилистое русло. Водосбор р. Лесная асимметричный, более развит по правобережью и значительно расширен в средней части. Поверхность водосбора представляет собой возвышенную, волнистую, значительно сглаженную равнину. Большинство притоков впадает в среднем течении справа. Притоки незначительны по длине и канализованы на всем протяжении.

Река Пульва начинается на территории Польши, где расположены 12 км верхнего течения и 38% площади водосбора. Верхнее течение реки канализовано.

При изучении гидрологического режима и стока воды трансграничной части бассейна реки Западный Буг обобщены данные наблюдений по 92 гидрологическим постам (см. рисунок 1). 18 постов расположены в пределах белорусской части водосбора, 18 – в пределах украинской, 56 – в пределах польской.

Режим стока рассматриваемой территории обусловлен смешанным грунтово-дождево-снеговым типом питания. Доминирование грунтового питания особенно отчетливо выражено в последние десятилетия и в значительной степени связано в потеплением климата.

Высокие уровни воды и расходы Буга и его притоков чаще всего регистрируются в весенний период. Наибольшие подъемы вод наблюдаются во время весеннего половодья, когда на снежный покров выпадают дождевые осадки.

Характерно отличие в динамике уровня воды в разных частях бассейна, обусловленное величиной поступающих в реки вод, характером речных русел, а также скоростью стока. В возвышенной части водосбора наблюдаются частые и значительные увеличения уровней воды, в то время как в низменной части бассейна, благодаря хорошим условиям накопления воды в грунтах, изменения уровней воды более постепенные.

Крайние величины расходов воды Буга и его притоков изменяются в значительном интервале. Минимальные расходы многих рек составляют всего от нескольких десятков до нескольких сот литров в секунду. В то же время максимальные расходы составляют от нескольких десятков до нескольких сот кубических метров в секунду.

Среднемноголетний расход воды р. Западный Буг при выходе за границу Республики Беларусь составляет около  $100 \text{ м}^3/\text{с}$ . За период наблюдения с 1951 г. по настоящее время величина средних годовых расходов воды в р. Западный Буг претерпела определенные изменения. В интервале 1951–1981 гг. имела отчетливую тенденцию роста; в следующем десятилетии величина стока была чуть ниже средней, а расходы 90-х годов приближались к средним показателям.

Сезонное изменение расходов рек рассматриваемой территории зависит прежде всего от метеорологических условий. Для всех рек источником питания являются подземные воды, дождевые осадки и талый снег. Годовой ход температуры воздуха приводит к тому, что наибольшие месячные расходы приходятся на период весеннего таяния снежного покрова, а максимальные месячные расходы приходятся на апрель. За март–апрель стекает почти  $1/3$  годовой величины стока. В летний период водные ресурсы, в том числе и расходы рек, несмотря на значительную величину осадков, уменьшаются. Осадки в значительной степени расходуются на транспирацию. Минимальные расходы чаще всего случаются поздним летом либо ранней осенью, когда запасы подземных вод в значительной степени исчерпываются. Осенью расходы рек возрастают. Но зимой их величины снова несколько уменьшаются. Причиной этого является ограничение питания, вызванное отрицательными температурами воздуха.

В пределах возвышенных частей водосбора сезонное изменение величины стока менее выражено, чем в пределах его низменных областей. В то же время подобный ход стока основных рек водосбора говорит об одном типе водного режима. Однако во времени наступления половодья либо меженных периодов очевидна определенная временная разбежка между гидрометрическими постами.

Модуль стока уменьшается с увеличением площади как в пределах возвышенной, так и в пределах равнинной частей водосбора. Для собственно украинской части водосбора средний модуль стока составляет около  $4,5 \text{ л/с}\cdot\text{км}^2$ . Водотоки собирают здесь воду с северного склона Росто́чья и Подолья, регионов с относительно большими годовыми суммами осадков (более 650 мм). Это определяет достаточно большую величину среднего модуля стока, которая изменяется в интервале  $4,2\text{--}5,0 \text{ л/с}\cdot\text{км}^2$ . Значительно меньший сток характерен для Волынской возвышенности, в пределах водосборов рр. Хучва и Луга. Здесь средний модуль стока составляет лишь около  $2,95 \text{ л/с}\cdot\text{км}^2$ . Еще меньше сток на Полесье, в южной части водосбора р. Мухавец. Наименьший модуль стока для всего рассматриваемого бассейна –  $2,28 \text{ л/с}\cdot\text{км}^2$  – характерен для водосборов, замыкаемых гидрометрическими постами в с. Стшижув и с. Дорохуск. Эти створы располагаются в области малого количества осадков, годовая



величина которых составляет около 550 мм. На последующем участке, между Дорохуском и Влодавой, средний модуль стока возрастает до 3,73 л/с·км<sup>2</sup>, а на отрезке ниже г. Влодава составляет 3,67 л/с·км<sup>2</sup>.

Гидрологическое районирование трансграничной части бассейна Западного Буга проводилось на основе национальных схем гидрологического районирования Беларуси, Украины и Польши. В то же время учитывался тот факт, что проводится районирование отдельного бассейна, небольшого по площади, а также природная неоднородность рассматриваемой территории и неоднородность гидрологического режима и стока.

В гидрологии суши, в отличие от других отраслей физической географии (геоморфологии, климатологии, географии почв, биогеографии), вопросу регионализации до недавнего времени не придавалось должного значения. Это было результатом недооценки роли других территориальных единиц кроме бассейна либо его части. Однако очевидно, что территория водосбора даже малой реки может быть неоднородной с точки зрения условий формирования стока. При этом важной задачей является выделение регионов со сходными водными условиями.

Согласно схеме гидрологического районирования Республики Беларусь белорусская часть водосбора полностью находится в пределах западного подрайона Припятского гидрологического района и практически соответствует его границам. Основным критерием выделения единиц гидрологического районирования Беларуси является характер среднего многолетнего сезонного распределения стока. В пределах белорусской части водосбора 45% от среднего годового стока приходится на весну, 31% – на лето и осень, 24% – на зиму. По сравнению с северным и южным подрайонами Припятского района здесь значительно меньше весенний сток, больше летне-осенний и зимний [11, с. 53–54].

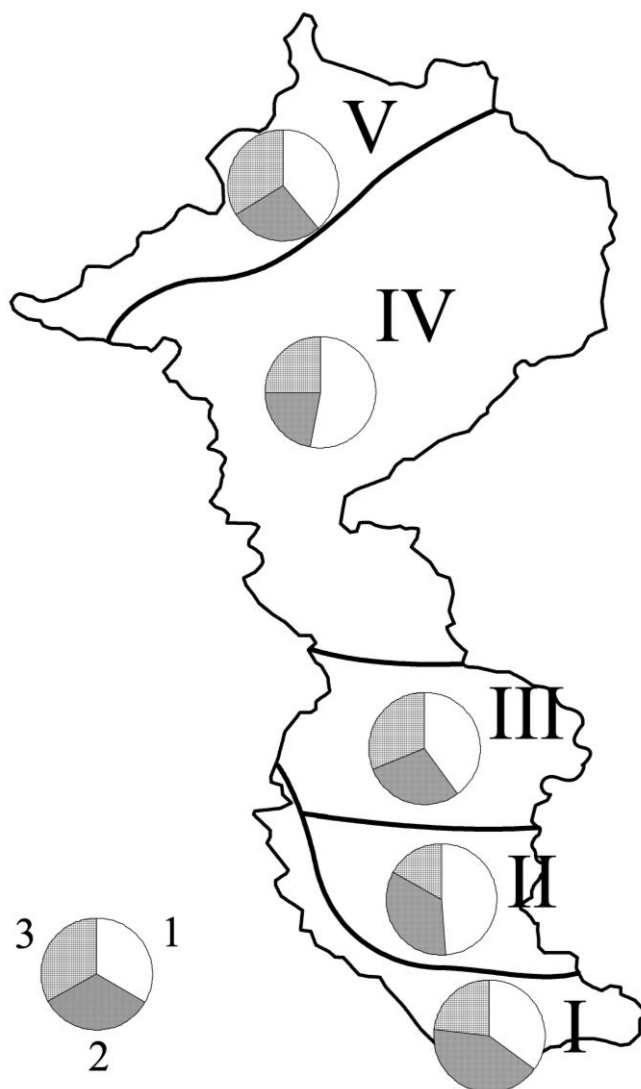
Подобные принципы положены в основу гидрологического районирования Украины. Украинская часть рассматриваемого водосбора относится к равнинной гидрологической стране, западной области зоны достаточной водности, и расположена в пределах двух подобластей – Западно-Подольской и Волынской. Граница между подобластями имеет широтное простираие, примерно по верхнему и среднему течению р. Рата и далее на восток [12].

Подробная гидрографическая регионализация создана для территории Люблинского воеводства Польши, в пределах которого почти полностью расположена польская часть водосбора. Основы данной регионализации разработал в 60-е гг. XX-го века Т. Вильгат [20]. Им была проанализирована величина атмосферного питания рек, а также пространственное изменение отдельных характеристик подземных (характер выступления на поверхность, запасы, глубина залегания первого водоносного горизонта) и поверхностных (густота водной сети, количество и дебит родников, характер речной сети, модуль стока) вод. В пределах воеводства было выделено 6 регионов, делящихся на 11 субрегионов. Причем предложенные единицы гидрографической регионализации достаточно хорошо соотносятся с единицами физико-географического районирования. В дальнейшем данная схема была усовершенствована. Было выбрано пять основных критериев, достаточно всесторонне характеризующих водные условия: 1) годовая сумма осадков; 2) величина поверхностного стока; 3) величина подземного стока; 4) среднее расстояние от воды как мера густоты сети поверхностных вод; 5) густота выступления родников.

Последняя регионализация, как наиболее отвечающая задачам проводимого исследования, была взята за основу предлагаемой концепции гидрологического районирования трансграничной части бассейна реки Западный Буг. В то же время она

была дополнена анализом сезонного распределения стока по результатам наблюдений на гидрологических постах территории.

В пределах рассматриваемого водосбора было выделено 5 гидрологических районов (рисунок 2, таблица 2).



1 – весенний сток, 2 – летнее-осенний сток, 3 – зимний сток

**Рисунок 2 – Гидрологическое районирование трансграничной части бассейна реки Западный Буг**

Таблица 2 – Сезонное распределение стока в пределах трансграничной части бассейна реки Западный Буг

| Гидрологические районы | Сезонный сток в % от годового |                         |                  |
|------------------------|-------------------------------|-------------------------|------------------|
|                        | весна<br>III – V              | лето – осень<br>VI – XI | зима<br>XII – II |
| I. Подольский          | 34–37                         | 39–43                   | 22–24            |
| II. Малополесский      | 41–62                         | 29–37                   | 9–22             |
| III. Волынский         | 36–44                         | 28–30                   | 28–34            |

|                  |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|
| IV. Полесский    | 39–69 | 14–32 | 13–31 |
| V. Предполесский | 33–45 | 17–36 | 31–38 |

*Подольский гидрологический район (I)* отличается наибольшей величиной осадков, а также наибольшими величинами поверхностного и подземного стока, сравнительно редкой гидрографической сетью, но значительной густотой родников. Подземные воды залегают глубоко, а их обилие выравняет речной сток. Значительным безводным пространствам на вершинах противопоставляются сильно обводнённые речные долины, изобилующие родниками, многие из которых имеют большие дебиты. К району относится крайняя южная, примыкающая к Подольской возвышенности часть Малого Полесья. Это обусловлено переходным характером рельефа территории, а также сезонным распределением стока. Преобладает сток в летне-осенний период (см. таблицу 2).

*Малополесский гидрологический район (II)* имеет несколько меньшие величины осадков по сравнению с Подольским. Вместе с тем величины стока в обоих регионах похожи. Характерной чертой региона является неглубокое залегание подземных вод и связанная с этим значительная густота водной сети, состоящей, наряду с естественными водотоками, из искусственных каналов. Также многочисленны заболоченные территории. Родников мало, они имеют небольшие дебиты. Преобладает сток в весенний период.

*Волынский гидрологический район (III)* включает северо-западную часть Волынской возвышенностей в пределах рассматриваемого водосбора. Отличается сравнительно малыми величинами осадков, малыми величинами поверхностного и подземного стока, значительной густотой водной сети, а также незначительной величиной родников и небольшим их дебитом. Сток равномерно распределяется по сезонам.

*Полесский гидрологический район (IV)*. Характерная черта южной части района – неглубокое залегание карбонатных отложений, поверхность которых сильно изменена процессами денудации и карстообразования. Меловые возвышения соседствуют с плоскими аккумулятивными равнинами, постепенно понижаясь на север. Подземные воды, залегающие близко от поверхности на равнинных территориях, на возвышениях находятся на больших глубинах. С этим связаны значительные отличия в густоте водной сети. Северная часть района характеризуется наиболее густой и наиболее преобразованной в результате деятельности человека водной сетью. Водоразделы здесь слабо выражены, часто имеют характер переходных зон. Сток небольшой и нерегулярный. Для всего района характерно резкое преобладание стока в весенний период.

*Предполесский гидрологический район (V)*. Отличается чуть большими по сравнению с двумя предыдущими регионами величинами атмосферных осадков. Это обуславливает большие величины поверхностного и подземного стока. Здесь более значительно выражены территориальные отличия густоты водной сети. Сток достаточно ровно распределяется по сезонам.

Рассмотренные вопросы водного режима рек бассейна Западного Буга и гидрологического районирования трансграничной части данного водосбора, безусловно, должны быть дополнены новыми исследованиями и лечь в основу рационального использования и охраны поверхностных вод региона. В первую очередь это касается нормирования водопотребления и водоотведения с учетом особенностей гидрологического режима водных объектов территории.

Важным направлением дальнейшего исследования гидрологических особенностей трансграничной части бассейна р. Западный Буг является создание

геоинформационной системы, которая позволила бы оперативно интегрировать гидрологические характеристики водных объектов территории, получаемые в результате наблюдений на гидропостах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Алексеевский, Н.И. Тенденции развития гидрологии / Н.И. Алексеевский // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 5. География. – 1998. – № 4. – С. 49–54.
- 2 Атлас Волынской области. – М. : ГУГК, 1990. – 42 с.
- 3 Блакітная кніга Беларусі : Энцыкл. / Беларус. Энцыкл. ; рэдкал. : Н.А. Дзісько [і інш.]. – Мінск : БелЭн, 1994. – 415 с/
- 4 Геологическая карта четвертичных отложений Белорусской ССР. – 1 : 500 000. – Л., 1983. – 1 к.
- 5 Геоморфологическая карта Белорусской ССР. – 1 : 500 000. – М., 1990. – 1 к.
- 6 Геоморфологическая карта Украинской ССР и Молдавской ССР. – 1 : 1 000 000. – Киев, 1981. – 1 к.
- 7 Карта четвертичных отложений Украинской ССР и Молдавской ССР. – 1 : 1 000 000. – Киев, 1978. – 1 к.
- 8 Ковальчук, І.П. Еколого-географічні дослідження українсько-польського прикордоння / І.П. Ковальчук // Діалог культур: Україна у світовому контексті : Філософія освіти : зб. наук. праць / під ред. І.А. Зязюна. – Львів : Українські технології, 2002. – Вип. 7. – С. 443–465.
- 9 Короткий, Л.М. Бассейновая концепция в природопользовании / Л.М. Короткий. – Иркутск : Изд-во Ин-та географии СОРАН, 2002. – 163 с.
- 10 Курганевич, Л.П. Еколого-геоморфологічний аналіз басейну Західного Бугу : автореф. дис. ...канд. геогр. наук : 11.00.04 / Л.П. Курганевич ; Львівськ. нац. ун-т. – Львів., 2001. – 21 с.
- 11 Логинов, В.Ф. Водный баланс речных водосборов Беларуси / В.Ф. Логинов, А.А. Волчек. – Минск : Тонпик, 2006. – 160 с.
- 12 Львовская область : атлас. – М. : ГУГК, 1989. – 39 с.
- 13 Малі річки України : довідник / під ред. А.В. Яцика. – Київ : Урожай, 1991. – 296 с.
- 14 Нацыянальны атлас Беларусі / гал. рэдкал. : М.У. Мясніковіч (старшыня) [і інш.]. – Мінск : РУП «Белкартаграфія», 2002. – 292 с.
- 15 Ресурсы поверхностных вод СССР. – Л. : Гидрометеиздат, 1969. – Т. 6 : Украина и Молдавия. – Вып 1. – 884 с.
- 16 Токарчук, О.В. Физико-географическое районирование трансграничной части бассейна реки Западный Буг / О.В. Токарчук // Вестн. Беларус. гос. ун-та. Сер. 2. Химия. Биология. География. – 2005. – № 3. – С. 88–92.
- 17 Atlas Rzeczypospolitej Polskiej. – Warszawa, 1993–1997. – 934 s.
- 18 Mapa Geologiczna Polski. – 1 : 500 000. – Warszawa, 1986. – 1 m.
- 19 Michalczyk, Z. Charakterystyka hydrologiczna dorzecza Bugu / Z. Michalczyk, W. Sobolewski // An. UMCS. – 2002. – Sect. B, Vol. LVII, 7. – S. 111–126.
- 20 Michalczyk, Z. Stosunki wodne Lubelszczyzny / Z. Michalczyk, T. Wilgat. – Lublin : UMCS, 1998. – 168 s.
- 21 Podział hydrograficzny Polski. – Warszawa : IMGW, 1983. – 526 s.
- 22 Przeglądowa mapa geomorfologiczna Polski. – 1 : 500 000. – Warszawa, 1980. – 1 m.

**O. Tokarchuk. Hydrological Description of Transboundary Part the Basin of Western Bug River**

The article describes the Basin of Western Bug River and its transboundary part. The paper views the physiographic characteristics formation of superficial water and large-scale physiographic

---

regions, in the borders of which transboundary basin of Western Bug is disposed. General characteristic of hydrographic network of territory and its peculiarities in the boundary of each region is given. The text contains the description of hydrological regimen and runoff to all territory and its single parts. On the basis of data of hydrological posts the author substantiates hydrological zoning of transboundary part of Western Bug river basin

УДК [911:314](476)

*Л.В. Фокеева*

## **ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ СДВИГИ В ХАРАКТЕРЕ ЕСТЕСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ СЕЛЬСКОГО НАСЕЛЕНИЯ БЕЛАРУСИ**

В статье охарактеризовано демографическое развитие сельской местности Беларуси в период 1970–2006 гг., выявлены подпериоды демографического развития и основные пространственно-временные сдвиги в характере естественного движения сельского населения Беларуси с использованием классификационного и объяснительного компонентов теории «демографического перехода» и принципа полимасштабности. В результате проведенного исследования выявлены следующие пространственно-временные тенденции в характере естественного движения населения за период 1970–2006 гг.: произошло расширение ареала демографической депрессии в направлении с северо-востока на юго-запад; южные полесские районы характеризуются наибольшей зональной устойчивостью демографических параметров; происходит фрагментация демографического пространства под влиянием развития сети городских поселений и улучшение демографических параметров в пригородных районах.

Начиная с 1960-х гг. в сельской местности Беларуси наметились устойчивые тенденции роста уровня смертности и снижения рождаемости. В середине 1970-х гг. численность сельского населения отдельных районов начала сокращаться за счет естественного движения, а в конце 1970-х гг. в целом по сельской местности Беларуси была впервые отмечена естественная убыль населения. В последующие годы эти негативные тенденции только усиливались, и современная демографическая ситуация характеризуется сокращением общей численности населения республики, нарушением возрастной структуры, старением населения, снижением продолжительности жизни. Результатом всех вышеперечисленных регрессивных процессов в демографической истории является депопуляция – сокращение абсолютной численности населения.

Внешнее проявление депопуляции – естественная убыль населения – дала о себе знать в 1993 г., а прогнозировалась уже с начала 1960-х гг. как эволюционный этап развития в рамках теории «демографического перехода», которая предполагает изменение репродуктивного поведения населения в прокреативных и витальных отношениях как результат глобального процесса модернизации. Переход от традиционного к рациональному типу воспроизводства населения приводит к тому, что на смену равновесию высокой рождаемости и смертности приходит равновесие низкой рождаемости и смертности. Теория «демографического перехода» объясняет смену типов воспроизводства населения в глобальном масштабе, «классифицирует стадии этого процесса, предлагает объяснение его причин и создает концептуальную основу для его прогнозирования» [15, с. 14]. Для соотнесения глобальных тенденций с региональными и локальными необходимо учитывать особенности развития изучаемого региона. С помощью исторического и литературного методов была проведена краткая ретроспектива демографического развития Беларуси с первой переписи населения Российской Империи до настоящего времени, благодаря чему стало возможным использование классификационного и объяснительного компонентов теории «демографического перехода» при анализе территориальной дифференциации депопуляции в период исследования 1970–2006 гг.

В структурном плане предлагаемая статья состоит из двух частей. В первой представлен ретроспективный анализ демографического развития на макроуровне, классифицированный по стадиям «демографического перехода», который является научной предпосылкой выявления пространственно-временных сдвигов в характере

естественного движения населения на мезо- и микрогеографическом уровнях, рассмотренных во второй части. Основным принципом пространственного анализа является полимасштабность исследования.

На протяжении XX в. на фоне глобального процесса модернизации на территории Беларуси имели место демографические кризисы, характеризовавшиеся естественной убылью населения, последовательно сменявшиеся периодами благополучного развития. Смена этих периодов и представляет собой своеобразное проявление «демографического перехода» применительно к общественно-историческим и социально-экономическим условиям Беларуси (таблица 1, сост. по [1; 6–15])

На ранних стадиях «демографического перехода» накануне демографической революции в период 1890–1926 гг. на территории современной Беларуси наблюдался слабовыраженный и растянутый демографический взрыв [5, с. 165] (рисунок 1, сост. по [1; 6–15]). Смертность во второй половине XIX в. уже начала приобретать черты современного типа и стабилизировалась на уровне 35–36‰, рождаемость же по-прежнему оставалась очень высокой (49‰) [8, с. 155].

Таблица 1 – Характеристики фаз «демографического перехода» Беларуси

| Фаза перехода | Период     | Уровень рождаемости, ‰ | Уровень смертности, ‰ | Уровень естественного прироста, ‰ |
|---------------|------------|------------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| 0             | до 1890 г. | более 49,0             | более 35,0            | более 14,0                        |
| 1             | 1890–1926  | 49,0–35,0              | 35,0–13,0             | 14,0–22,0                         |
| 2             | 1926–1940  | 35,0–25,0              | 13,0–11,0             | 22,0–14,0                         |
| 3             | 1940–1965  | 25,0–18,0              | 11,0–6,5              | 14,0–12,5                         |
| 4             | 1965–1975  | 17,9–15,5              | 6,6–8,5               | 11,3–7,0                          |
| 5             | 1975–2006  | менее 15,5             | более 8,5             | менее 7,0                         |

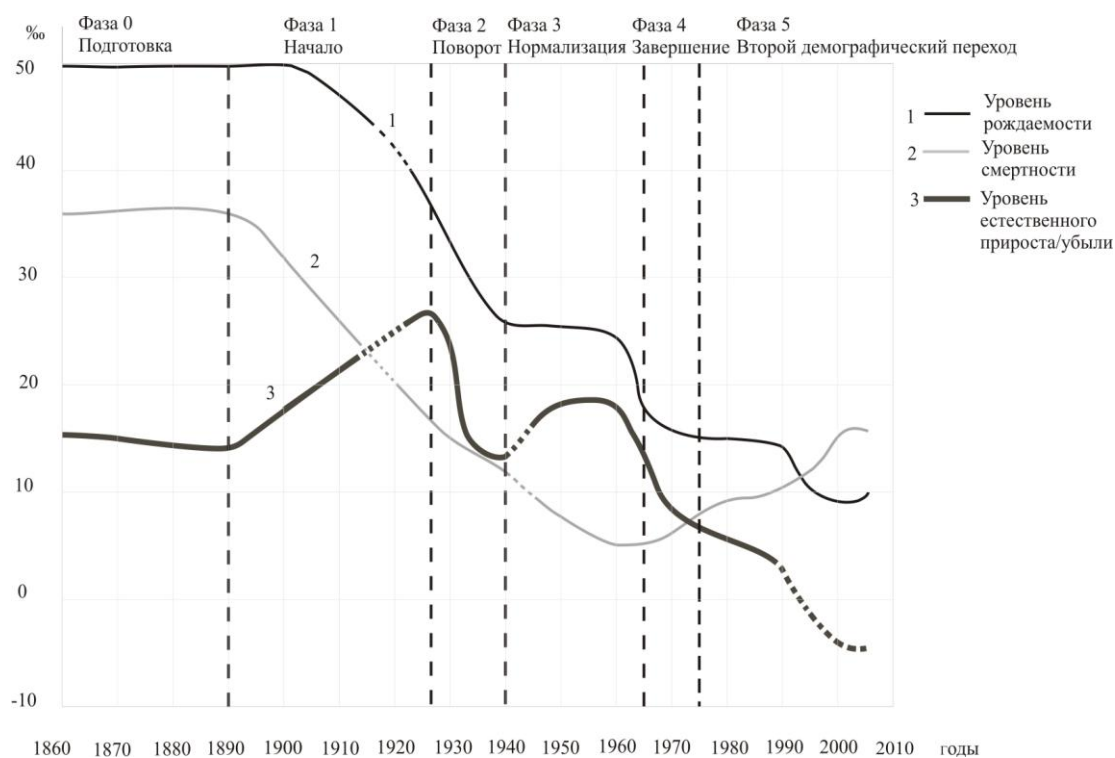


Рисунок 1 – Схема «демографического перехода» Беларуси

Эволюционный ход демографического развития был нарушен изменениями политического и экономического характера. В начале XX в. определяющее влияние на всю совокупность демографических отношений оказали революция 1905–1907 гг. и Столыпинская реформа, которые изменили «сущностные механизмы формирования демовоспроизводства сельского населения» [16, с. 275]. Демографический взрыв не произошел на территории Беларуси в силу объективных исторических причин. Эволюционный пик естественного прироста пришелся на 1926 г., но ему предшествовали серьезные потери населения вследствие социально-экономических трансформаций и бедствий, вызванных Первой мировой войной и революцией 1917 г. В 1913 г. естественный прирост составлял 15%, в 1917 г. имела место уже естественная убыль в размере 2,8%, в 1919 г. убыль возросла до 15%. Этот демографический кризис сnivelировал эволюционный ход снижения смертности и определил раннее наступление второй фазы «демографического перехода».

Для второй фазы в классической схеме «демографического перехода» характерно некоторое замедление темпов снижения смертности и значительное ускорение темпов снижения рождаемости, что наблюдалось в Беларуси в период 1926–1940 гг. Это во многом определялось успехами в области медицины и здравоохранения, а также активным вовлечением женщин в общественное производство, но и в этот период эволюционные изменения в демографических процессах осложнялись трансформациями, вызванными коллективизацией в 1930-е гг.

Третья фаза носит название нормализации демографических процессов (Л.П. Шахотько, 2006). Для Беларуси она может быть названа так с большой долей условности, т. к. на период 1940–1965 гг. пришлось тяжелые годы Великой Отечественной войны и послевоенное возрождение. В годы войны рождаемость была на уровне 20–25%, причем снижение наблюдалось только в первые два года, а с 1943 г. отмечается рост рождаемости [1]. Смертность в это время повышалась, т. е. период 1941–1945 гг. правомерно назвать демографическим кризисом, который ускорил наступление четвертой фазы «демографического перехода».

Четвертая заключительная фаза «демографического перехода» подразумевает стабилизацию рождаемости и смертности на низком уровне, что обеспечивает незначительный прирост населения. На территории Беларуси эта фаза была очень кратковременной, точечной во временном отношении: как таковой стабилизации демографических процессов не наблюдалось. В десятилетие стабилизации рождаемости 1970–1980 гг. на уровне 16% смертность увеличилась с 7,6 до 9,9 %, после чего последовал кратковременный период улучшения демографических показателей, имеющий неэволюционную природу. Незначительное снижение смертности в 1986–1987 гг. с 10,6 до 9,7% было вызвано антиалкогольной кампанией, а рост рождаемости с 16,5 до 17,1% – стимулирующей демографической политикой [4]. Наступление четвертой стадии определено в данной работе по соотношению рождаемости и смертности на уровне 17,9 и 6,8% соответственно, а завершение – 15,7 и 8,5%, что совпадает с началом латентной стадии депопуляции. В Беларуси она наступила в середине 1960-х гг. и завершилась в середине 1970-х гг., после чего последовало снижение уровня рождаемости и увеличение смертности (за исключением 1986–1987 гг.), и, как результат, – естественная убыль населения.

Таким образом, особый сценарий «демографического перехода» в Беларуси проявился через последовательную смену демографических кризисов, которые, нарушая эволюционный ход демографического развития, ускоряли поэтапное изменение демографических процессов.



Для сельской местности Беларуси завершение первого «демографического перехода» произошло в середине 1960-х гг., в начале 1970-х гг. в некоторых районах уже наблюдалась естественная убыль населения. Проведенный ретроспективный анализ дает основания рассматривать период с 1970 по 2006 гг. как эволюционный этап развития – второй «демографический переход», который подразделяется по характеру и интенсивности естественного движения на четыре подпериода.

Базовым годом исследования является 1970 г., который в демографической истории сельской местности Беларуси завершает этап послевоенного возрождения, отражает проявление «урбанистического бума» и первых признаков депопуляции сельского населения. В 1970 г. в целом для сельской местности Беларуси еще был характерен расширенный тип воспроизводства населения, но в отдельных районах Витебской и Могилевской областей уже отмечались первые признаки депопуляции. На макроуровне страны в целом к завершению подходила четвертая фаза «демографического перехода». *Первый подпериод – 1970–1979 гг.* – характеризуется сохранением естественного прироста в целом по сельской местности с выраженной тенденцией его сокращения, что связано с резким снижением рождаемости и ростом смертности. *Второй подпериод – 1979–1989 гг.* – характеризуется повсеместной естественной убылью сельского населения на фоне замедления темпов снижения рождаемости и роста смертности. *Третий подпериод – 1989–1999 гг.* – определяет прогрессирующая депопуляция с максимальной интенсивностью естественной убыли сельского населения. *С 1999 г.* начинается *четвертый подпериод*, который характеризуется замедлением темпов естественной убыли вследствие изменения тренда динамики рождаемости при сохранении тенденции роста уровня смертности.

Уровень рождаемости в сельской местности Беларуси на протяжении всего периода исследования (1970–2006 гг.) испытывает снижение, тренд динамики имеет устойчивый линейный характер. Для Центрально-пристоличного региона и южной части Беларуси в исследуемый период характерны среднереспубликанские темпы снижения рождаемости. В северо-восточной части Беларуси отмечены наименьшие количественные характеристики снижения числа рождений, что объясняется низким уровнем рождаемости уже в начале исследуемого периода. Наиболее интенсивно рождаемость снижалась на западе Беларуси в Гродненской области. В начале исследуемого периода область занимала первое место в ранжированном ряду мезорегионов по уровню рождаемости, а к 2006 г. переместилась на последнее. Такое резкое снижение могло быть вызвано влиянием локальных факторов (трансформация системы расселения, изменение системы хозяйствования, расхуторизация), которые усилили влияние факторов, действующих на макроуровне (урбанизация, миграционный отток в города и др.).

В подпериод 1979–1989 гг. в Витебской, Гродненской и Могилевской областях был отмечен незначительный рост рождаемости, что объясняется не столько проводимой в середине 1980-х гг. демографической политикой, сколько ранним снижением рождаемости и очень низкими показателями уже в 1979 г., в результате чего незначительное увеличение числа рождений нашло отражение в относительных показателях. Низкая рейтинговая позиция в начале исследуемого периода предопределила регрессию в демографическом развитии этих мезорегионов на протяжении всего периода исследования.

Изменение генерального тренда динамики происходит после 1999 г., когда уровень рождаемости начинает повышаться. Рост рождаемости характерен для Минской и Могилевской областей; в Гомельской области наблюдается стабилизация уровня, а Брестская, Витебская и Гродненская области по-прежнему испытывают снижение

рождаемости, но менее интенсивное, чем в предыдущие подпериоды (таблица 2, сост. по [7; 9–14]).

Таблица 2 – Динамика уровня рождаемости сельского населения Беларуси, 1970–2006 гг.

| Области             | 1970 г. | 1979 г. | 1989 г. | 1999 г. | 2006 г. | Индекс динамики, 2006/1970 гг. | Среднегодовые темпы снижения, 1970–2006 гг., |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------------------------------|--|
| Брестская           | 15,5    | 13,9    | 12,9    | 10,2    | 9,9     | 0,64                           | 1,00   |
| Витебская           | 12,2    | 10,4    | 12,2    | 8,0     | 7,9     | 0,65                           | 0,98   |
| Гомельская          | 14,6    | 13,8    | 13,1    | 9,0     | 9,0     | 0,62                           | 1,07   |
| Гродненская         | 14,9    | 10,3    | 11,0    | 8,1     | 7,1     | 0,48                           | 1,45   |
| Минская             | 14,7    | 12,8    | 12,3    | 8,1     | 9,3     | 0,63                           | 1,02   |
| Могилевская         | 12,8    | 11,6    | 12,4    | 8,4     | 8,7     | 0,68                           | 0,89   |
| Республика Беларусь | 14,2    | 12,3    | 12,3    | 8,7     | 8,9     | 0,63                           | 1,04   |

На микроуровне тенденция роста уровня рождаемости в последний подпериод характерна для 72 административных районов, в то время как на протяжении 1989–1999 гг. она была выявлена только в двух районах Беларуси – Хойникском и Зельвенском.

Характер динамики уровня рождаемости определил структурный сдвиг за период 1970–1999 гг. большинства районов Беларуси из группы с высоким уровнем рождаемости в группы с низким и средним уровнем. До 1999 г. характерна тенденция сближения параметров рождаемости. В 2006 г. имеет место новая тенденция расхождения параметров в результате изменения вектора развития и увеличения рождаемости в отдельных районах (таблица 3, сост. по [7; 9–14]).

За исследуемый период происходит географическое расширение пространства низкой и средней рождаемости в юго-западном направлении от Витебской и Могилевской областей в 1970 г. до всей территории Беларуси в 1999 г., за исключением относительно устойчивого ареала полесских районов, которые сохраняют высокий уровень рождаемости.

Таблица 3 – Распределение районов Беларуси по уровню рождаемости сельского населения

| Уровень рождаемости | Показатель, % | Количество районов в группе |         |         |         |         |
|---------------------|---------------|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|
|                     |               | 1970 г.                     | 1979 г. | 1989 г. | 1999 г. | 2006 г. |
| Низкий              | < 8,0         | –                           | 6       | 1       | 52      | 31      |
| Средний             | 8,0–10,0      | 3                           | 25      | 10      | 48      | 51      |
| Высокий             | > 10,0        | 114                         | 86      | 106     | 18      | 36      |

В результате общие регрессивные тенденции рождаемости привели к сглаживанию мезо- и микрорегиональных различий уже к 1989 г., после чего наблюдается усиление региональной дифференциации под влиянием сети крупных городских поселений вследствие перераспределения трудового и репродуктивного потенциала в пригородные районы. Результатом этого явилось расширение зон со средним и высоким уровнем рождаемости в центральной и южной частях Беларуси в период 1999–2006 гг. Рождаемость повысилась до среднего уровня в зоне влияния Минской городской агломерации (Минский, Логойский, Смолевичский районы), в Гомельском и Брестском районе произошло усиление зональных характеристик под влиянием областных центров. Зональная устойчивость полесских районов сохранила их в группе с высоким уровнем рождаемости.

Тенденция роста характерна для смертности сельского населения Беларуси уже со второй половины XX в. На протяжении всего периода исследования тренд динамики уровня смертности сельской местности Беларуси имеет устойчивый линейный характер (таблица 4, сост. по [7; 9–14]).

Наименее интенсивный рост смертности характерен для Брестской области, где на протяжении всего периода исследования сохраняется относительно благоприятная демографическая обстановка. Такие же количественные характеристики интенсивности процесса характерны и для Витебской области, при более высоком уровне смертности. Стабильность относительно среднереспубликанской динамики сохраняют Минская и Гомельская области. Наиболее интенсивный рост смертности испытали Гродненская и Могилевская области, в результате чего изменили в худшую сторону свои рейтинговые позиции.

Таблица 4 – Динамика уровня смертности сельского населения Беларуси, 1970–2006 гг., ‰

| Области             | 1970 г. | 1979 г. | 1989 г. | 1999 г. | 2006 г. | Индекс динамики, 2006/1970 гг. | Среднегодовые темпы прироста, 1970–2006 гг., ‰ |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------------------------------|--|
| Брестская           | 8,9     | 12,9    | 14,8    | 19,1    | 21,0    | 2,36                           | 3,78   |
| Витебская           | 10,7    | 16,2    | 17,6    | 23,9    | 25,3    | 2,36                           | 3,79   |
| Гомельская          | 8,5     | 12,7    | 15,4    | 22,3    | 22,3    | 2,62                           | 4,51   |
| Гродненская         | 9,9     | 15,6    | 17,3    | 23,6    | 26,9    | 2,72                           | 4,77   |
| Минская             | 8,9     | 14,0    | 15,2    | 22,1    | 23,1    | 2,60                           | 4,43   |
| Могилевская         | 10,0    | 15,7    | 17,9    | 24,4    | 27,3    | 2,73                           | 4,81   |
| Республика Беларусь | 9,4     | 14,3    | 16,1    | 22,3    | 24,1    | 2,56                           | 4,34   |

На микроуровне за исследуемый период половина сельских районов перешла в группу с максимальными показателями уровня смертности – более 25‰. В первой половине исследуемого периода такой чрезмерно высокий уровень смертности не был характерен для сельской местности Беларуси. В 1999 г. насчитывалось уже 25 районов с высоким уровнем смертности, а в 2006 г. их количество увеличилось до 56. Особенно выделяются Поставский, Городокский, Чаусский, Шкловский, Новогрудский, Кореличский, Дятловский, Воложинский, Копыльский районы, где уровень смертности

приблизился к 30%. Появились такие районы и на юге республики, где дольше всего удерживался относительно низкий уровень смертности (таблица 5, сост. по [7; 9–14]).

Расширение зоны среднего и высокого уровня смертности происходит в направлении с северо-востока на юго-запад от Витебской и Могилевской областей в 1970 г., до 2/3 территории Беларуси – в 2006 г. Зона низкого уровня смертности сузилась до 33 районов, представленных южными и пригородными районами крупных городов.

На протяжении всего исследуемого периода происходит сжатие пространства со средним и низким уровнем смертности и расширение пространства с высоким уровнем смертности. Изменение вектора развития характерно только для Минского района, где идет обратный процесс – снижение уровня смертности.

Таблица 5 – Распределение районов Беларуси по уровню смертности сельского населения [сост. по 7, 9-14]

| Уровень смертности | Показатель, ‰ | Количество районов в группе |        |        |        |        |
|--------------------|---------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|
|                    |               | 1970 г                      | 1979 г | 1989 г | 1999 г | 2006 г |
| Низкий             | < 23,0        | 117                         | 117    | 116    | 61     | 33     |
| Средний            | 23,0 – 25,0   | -                           | -      | 1      | 32     | 29     |
| Высокий            | >25,0         | -                           | -      | -      | 25     | 56     |

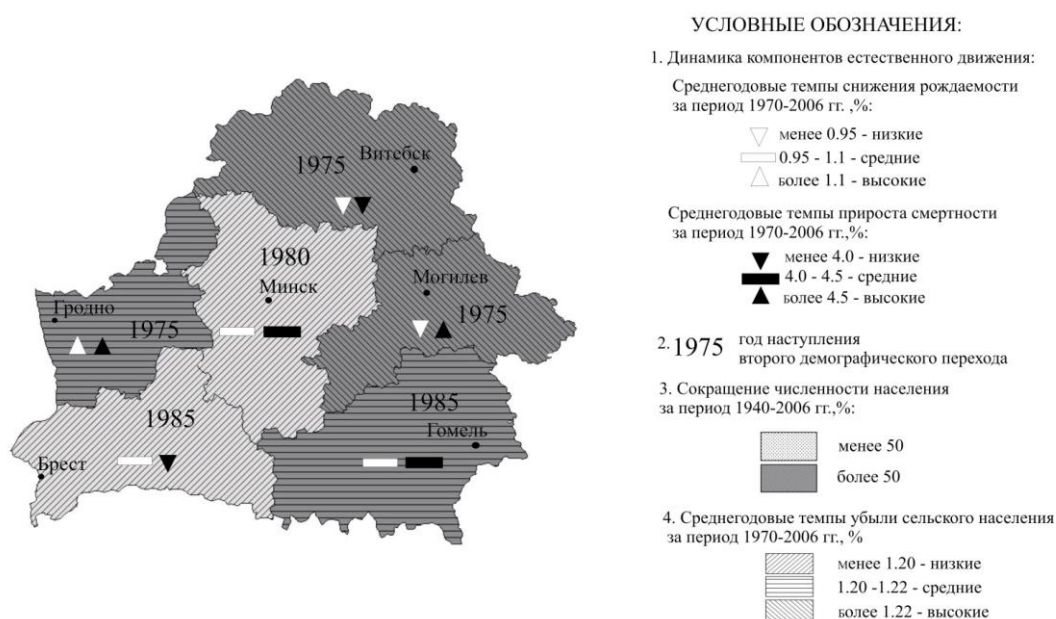
Естественная убыль населения сельской местности Беларуси в целом началась в конце 1970-х гг. В Витебской, Гродненской и Могилевской областях она была отмечена уже в 1975 г., в Минской – в 1980 г., в Брестской и Гомельской – в 1985 г. Мезорегиональные отличия в завершении первого «демографического перехода» и наступлении второго четко прослеживаются в направлении с северо-востока на юго-запад. Исключение составляет Минская область, с самым высоким уровнем социально-экономического развития, концентрирующей ролью крупного городского центра и относительно большей устойчивостью демографического развития.

Направление оси распространения процесса депопуляции объясняется территориальной дифференциацией потерь в Великой отечественной войне. В довоенный период население располагалось по территории Беларуси достаточно равномерно и существенных мезорегиональных различий не наблюдалось. За вторую половину XX в. произошел сдвиг демографического потенциала в сторону Минской и Брестской областей. Наибольшие потери были в Витебской области, численность сельского населения которой сократилась на одну треть. Около 20% численности сельского населения потеряли Гомельская и Могилевская области. Относительно невелики были потери Брестской и Гродненской областей – менее 10%. Минская и Гомельская области довольно быстро восстановили свой демографический потенциал, а Витебская и Могилевская в результате резких нарушений в половозрастной структуре раньше других ощутили на себе первые признаки депопуляции и до сих пор не восстановили свою довоенную численность [3, с. 25–26] (рисунок 2, сост. по [3; 7; 9–14]).

При переходе административных районов на микроуровень дифференциация в развитии демографических процессов значительно усиливается. Нарушение четкой географической зональности в направлении с северо-востока на юго-запад происходит ввиду усиливающейся поляризации сельской местности под влиянием развития сети городских поселений. Территориальное распространение процесса депопуляции сельского населения Беларуси в направлении с северо-востока на юго-запад тесно связано с системой расселения, которая изменяется в том же направлении от мелкоселенной к крупноселенной. Система сельского расселения сформировалась в результате сочетания природно-географических и исторических факторов. Под

влиянием урбанизации происходит трансформация системы расселения и сосредоточение населения в пригородных районах, что повышает их устойчивость при распространении депопуляции.

Крупноселенные районы Полесья также увеличивают свой демографический потенциал, сохраняя свои зональные характеристики типа расселения. Сочетание зональных и азональных факторов формирует картину пространственно-временного развития процесса депопуляции сельского населения Беларуси.



**Рисунок 2 – Характер динамики компонентов естественного движения сельского населения по мезорегионам Беларуси, 1970–2006 гг.**

Первыми перешли в состояние депопуляции периферийные районы Витебской и Могилевской области: второй «демографический переход» в них начался уже в конце 1960-х гг., в то время как большая часть сельских районов Беларуси завершала первый «демографический переход» и находилась в четвертой его фазе. Наиболее устойчивыми в этот период были районы центральной части Беларуси, находящиеся в непосредственной близости от столицы, и глубинные районы Полесья, традиционно выделяющиеся на общем фоне более благоприятной демографической обстановкой (рисунок 3, сост. по [1; 6–15]).

К 1979 г. первый «демографический переход» завершили почти все районы северной и центральной Беларуси, за исключением высокоурбанизированных Минского и прилегающих к нему Молодечненского и Дзержинского, а также Могилевского, Бобруйского, Оршанского районов. Почти все районы Гомельской области, за исключением пострадавших от аварии на ЧАЭС, и восточная часть Брестской области находились на стадии завершения последней четверти первого «демографического перехода».

К концу 1980-х гг. первый «демографический переход» был практически завершен во всей сельской местности Беларуси. Незначительным естественным приростом отличались лишь пять полесских районов и типично пригородные Минский, Гомельский и Брестский. В Гомельском и Брестском районах при стимулирующей роли городов произошло усиление зональных особенностей, которые выражаются в более высокой рождаемости и низкой смертности южной части Беларуси.

В результате проведенного исследования выявлены следующие пространственно-временные тенденции в характере естественного движения населения за период 1970–2006 гг.:

- произошло расширение ареала демографической депрессии в направлении с северо-востока на юго-запад;
- южные полесские районы характеризуются наибольшей зональной устойчивостью демографических параметров;
- происходит фрагментация демографического пространства под влиянием развития сети городских поселений и улучшение демографических параметров в пригородных районах.

## НАВУКІ АБ ЗЯМЛІ

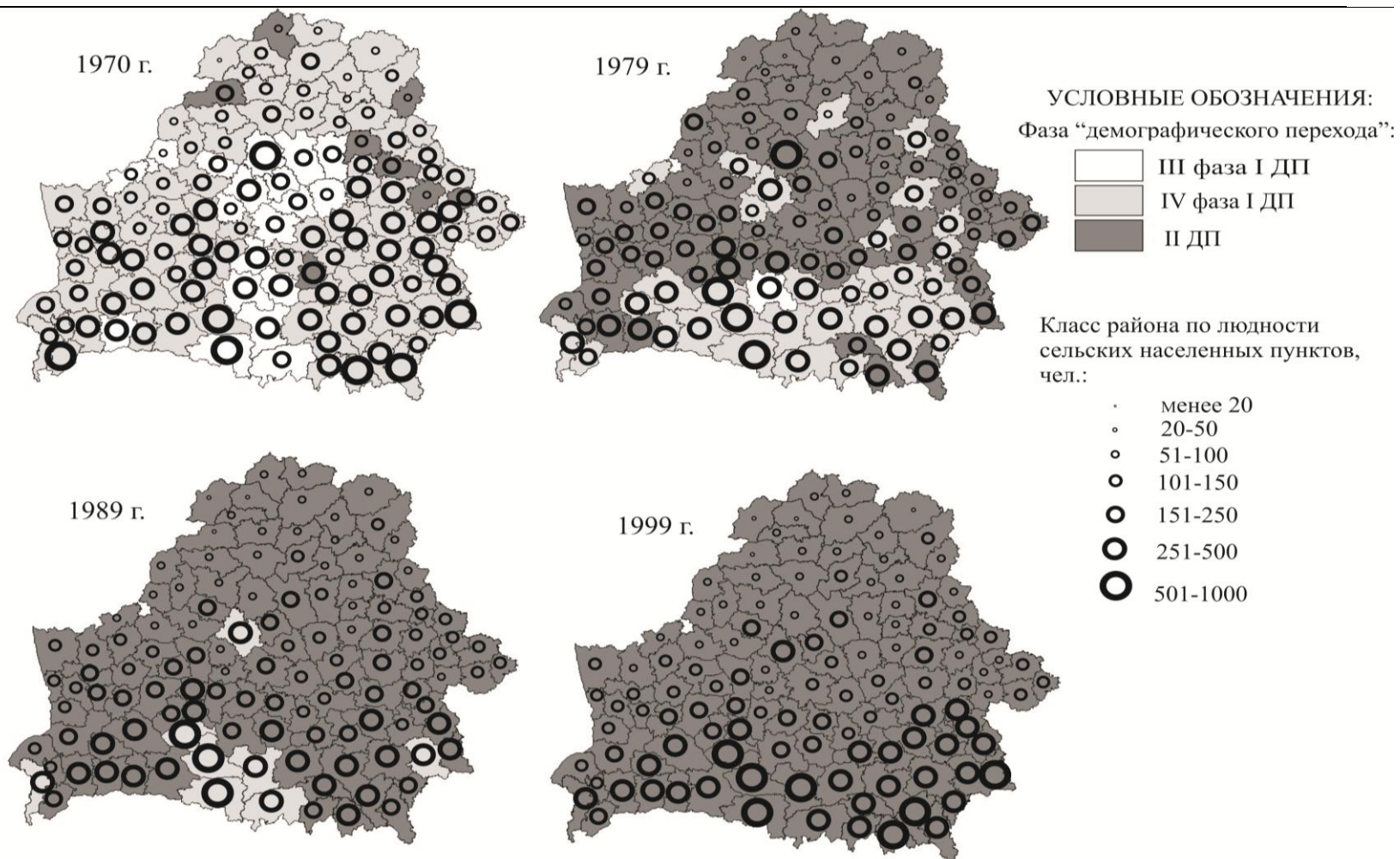


Рисунок 3 – Динамика фаз «демографического перехода» сельской местности Беларуси

---

## НАВУКІ АБ ЗЯМЛІ

---

Таким образом, в характере естественного движения населения Беларуси в период 1970–2006 гг. выявлена сильная пространственная дифференциация, которую необходимо учитывать в процессе государственного регулирования и разработке региональных программ демографической безопасности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Андреев, Е.М. Демографическая история России : 1927–1957 / Е.М. Андреев, Л.Е. Дарский, Т.Л. Харькова. – М. : Информатика, 1998. – 187 с.
- 2 Антипова, Е.А. Сельское расселение Беларуси : пространственно-временные сдвиги / Е.А. Антипова // Земля Беларуси. – 2007. – № 2. – С. 21–25
- 3 Антипова, Е.А. Регионы Беларуси : особенности демографического развития и трудовой потенциал сельской местности / Е.А. Антипова, Б.А. Манак. – Минск : БГПУ, 2007. – 232 с.
- 4 Вишневский, А.Г. Демографический кризис в странах СНГ/ А.Г. Вишневский // Население и общество. Информационный бюллетень Центра демографии и экологии человека Института народнохозяйственного прогнозирования РАН № 90–91 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://demoscope.ru/weekly/archives.php>. – Дата доступа : 03.04.2008
- 5 Вишневский, А.Г. Избранные демографические труды : в 2 т. / А.Г. Вишневский. – М. : Наука, 2005. – Т. 1 : Демографическая теория и демографическая история. – 367 с.
- 6 Иванов, С.Ф. Демографический переход / С.Ф. Иванов // Демографический энциклопедический словарь. – Москва, 1985. – С. 115–117.
- 7 Население Республики Беларусь : стат. сб. / пред. ред. кол. : Г.И. Гасюк. – Минск : Мин-во статистики и анализа, 2007. – 411 с.
- 8 Рашин, А.Г. Население России за 100 лет (1811–1913 гг.) / А.Г. Рашин ; под ред. С.Г. Струмилина. – М. : Госстатиздат, 1956 – 186 с.
- 9 Фондовые материалы Брестского обл. управл. статистики Брестского обл. исполн. комитета (1970–1999 гг.). – Брест, 2007.
- 10 Фондовые материалы Витебского обл. управл. статистики Витебского обл. исполн. комитета (1970–1999 гг.). – Витебск, 2007.
- 11 Фондовые материалы Гомельского обл. управл. статистики Гомельского обл. исполн. комитета (1970–1999 гг.). – Гомель, 2007.
- 12 Фондовые материалы Гродненского обл. управл. статистики Гродненского обл. исполн. комитета (1970–1999 гг.). – Гродно, 2007.
- 13 Фондовые материалы Минского обл. управл. статистики Минского обл. исполн. комитета (1970–1999 гг.). – Минск, 2007.
- 14 Фондовые материалы Могилевского обл. управл. статистики Могилевского обл. исполн. комитета (1970–1999 гг.). – Могилев, 2007.
- 15 Шахотько, Л.П. Теоретические основы демографического развития Республики Беларусь в условиях глобализации / Л.П. Шахотько // Демографический потенциал, человеческий и социальный капитал в условиях глобализации / С.Ю. Солодовников [и др.]. – Минск, 2006. – Очерк 1. – С. 6–65.
- 16 Эберхардт, П. Дэмаграфічная сітуацыя на Беларусі: 1897–1989 гг. / П. Эберхардт. – Берасьце : Belfort, Беларускі Фонд Сораса, 1997. – 282 с.



---

***L.V.Fokeeva. Spatially Shifts in Character of Natural Movement of Rural Population of Belarus***

Demographic development of a rural area of Belarus in 1970-2006 is characterized, as well as sub periods of demographic development and the basic existential shifts in character of natural movement of rural population of Belarus with the use of classification and explanatory components of the theory of «demographic transition» and a polyscale principle are revealed in the article. As a result of the carried out research the following existential tendencies in the character of natural movement of population during 1970-2006 are explored: area expansion of demographic depression occurs in the direction from northeast to southwest; southern districts are characterized by the greatest zonal resistance of demographic parameters; there is a fragmentation of demographic space under the influence of development of a network of city settlements and improvement of demographic parameters in suburbs.

УДК 911.3:2(476)

*И.В. Пилецкий*

## **КУЛЬТУРНЫЙ ЛАНДШАФТ КАК ДИНАМИЧНАЯ МНОГОКОМПОНЕНТНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА**

Последнее десятилетие XX в. считается началом новой стадии антропогенеза – повсеместного утверждения культурных ландшафтов. Установлено, что в географической науке до сих пор нет полного и всеобъемлющего определения понятия «культурный ландшафт». На основе обширного анализа публикаций, посвященных проблеме целенаправленного преобразования человеком природных ландшафтов, достижений географической науки, собственных разработок дается определение культурного ландшафта.

До появления человека изменения в ландшафтной сфере Земли подчинялись природной целесообразности. С верхнего палеолита природная целесообразность стала испытывать воздействие экономико-географического процесса (антропосоциогенеза). Образованная тогда система «общество - природа» во все последующие периоды антропогенного этапа развития претерпевала и претерпевает количественные и качественные изменения, связанные с видом и уровнем использования энергоресурсов и характером деятельности общества по отношению к окружающей среде [1, с. 265].

Ведущие государства мира уже в 70-х годах XX в. были вынуждены сконцентрировать свои усилия на выработке нового подхода во взаимоотношениях человека с окружающей средой, что позволило сформулировать Концепцию устойчивого развития. Под устойчивым развитием понимается такой процесс социально-экономического роста, при котором достигается равноправное, целостное и социально справедливое управление и распределение, охраняется и восстанавливается окружающая среда и сохраняется право будущих поколений пользоваться природными и всеми другими ресурсами, накопленными предшествующими поколениями. Концепцию поддержали правительства и руководители большинства стран мира (1992 г., Рио-де-Жанейро). Учитывая важность этого события для развития ландшафтной сферы Земли, последнее десятилетие XX в. можно считать началом новой стадии антропогенеза – повсеместного утверждения культурных ландшафтов. Так как на этой стадии создаются не только научно-технические условия, но и предъявляются требования к перестройке биосферы в интересах свободно мыслящего человека как единого целого, то значение культурных ландшафтов в управлении хозяйственной деятельностью каждого региона неуклонно будет возрастать, что требует детального исследования сути культурного ландшафта

В начале 1970-х гг. французский философ и социопсихолог А. Моль насчитал около 300 дефиниций культуры. По его мнению, это слово имеет разное содержание – в зависимости от времени и места, от характера изучаемого общества. В начале третьего тысячелетия культурологами насчитывалось уже более 500 определений культуры. В целом их можно разделить на три группы: 1) описательные (например, культура – это возделывание, обработка почв, сельскохозяйственных угодий; или сумма всех видов деятельности, обычаев); 2) связывающие культуру с традициями или социальным наследием общества; 3) подчеркивающие значение для культуры правил, организующих человеческое поведение.

В географии культуру рассматривают как средство приспособления общества к природной среде. Существующая неопределенность с понятием культуры, а

следовательно, и понятием «культурный», стала причиной того, что в отечественной науке до сих пор нет полного и всеобъемлющего определения культурного ландшафта. Первым термин «культурный ландшафт» в отечественную географию ввел Л.С. Берг в начале XX века. Он предложил называть природными те ландшафты, в создании которых человек не участвовал, а культурными – ландшафты, находящиеся под влиянием человека и его деятельности [2].

Первоначально учение о культурном ландшафте развивалось трудами физиков-географов. К культурным ландшафтам они относили все ландшафты, измененные целенаправленной хозяйственной деятельностью. Сходной точки зрения в середине прошлого века придерживались и экономисты-географы Ю.Г. Саушкин, Р.М. Кабо и др. Это единое мнение просуществовало не долго. Во второй половине XX века правильность подхода к понятию «культурный ландшафт» только с чисто экономических позиций ставится под сомнение физиками-географами. Наблюдая бесцеремонное (даже хищническое) отношение человека к природным ландшафтам, они приходят к мнению, что не все преобразованные человеком природные ландшафты можно причислять к культурным ландшафтам, а только те из них, которые формируются на основе оптимального ведения хозяйства. Так, Ф.Н. Мильков и А.Г. Исаченко под культурным ландшафтом понимают рационально преобразованные человеком ландшафты. Заботу о состоянии природной среды мы находим в определении рассматриваемого термина, данного в толковом словаре: «Культурный ландшафт – сознательно измененный хозяйственной деятельностью человека ландшафт для удовлетворения своих потребностей, постоянно поддерживаемый человеком в нужном для него состоянии, способный одновременно продолжать выполнение функций воспроизводства здоровой среды» [3, с. 112].

Более высокие требования к сохранению естественной основы в культурных ландшафтах изложены в исследованиях А.Г. Исаченко [4]. В его понятии культурный ландшафт – это улучшенная человеком модификация естественного ландшафта с двумя ведущими качествами: высокой производительностью и сохранением оптимальной среды для жизни людей. Так как пути оптимизации должны быть дифференцированы с учетом реального состояния ландшафтов и потенциальных возможностей их использования, то исследователь выделяет три направления в оптимизации геосистем: полную консервацию, преимущественно экстенсивное использование природных комплексов и активное воздействие. С активным воздействием связано практически всякое преобразование в природных комплексах и искусственно поддерживаемое равновесие в ландшафте.

80-е годы XX века стали еще одним переломным моментом во взаимоотношениях человека с природой: пришло осознание необходимости избегать конфликтных ситуаций с природой при формировании культурных ландшафтов. Подтверждение этому мы находим в работах известных ученых-ландшафтоведов [5; 6 и др.]. Б.И. Кочуров считает, что в культурном ландшафте любая хозяйственная деятельность должна быть сориентирована на рациональное использование его потенциала; он устойчив к внешним воздействиям и обеспечивает стабильное повышение биологической продуктивности. По его же мнению [7], культурный ландшафт выступает аналогом национального ландшафта, а в практической деятельности культурные ландшафты чаще всего понимаются как преобразованные обществом природные ландшафты, в которых величина антропогенной нагрузки соизмерима с потенциальными возможностями ландшафтов, сохранены или улучшены их средообразующие и ресурсовоспроизводящие функции.

В.М. Чупахин понимает культурный ландшафт как оптимально трансформированный в целях решения современных проблем рационального

природопользования природный ландшафт. По Н.Ф. Реймерсу, культурный ландшафт – это целенаправленно созданный антропогенный ландшафт, обладающий целесообразными для человеческого общества структурой и функциональными свойствами. В.А. Николаев предлагает причислять к культурным ландшафтом не все антропогенные ландшафты, а только те из них, которые отвечают высоким экологическим требованиям рационального природопользования.

Примерно такие же подходы прослеживаются и в зарубежной географии, с одним лишь отличием – некоторым опережением по времени. Первоначально здесь культурный (искусственный) ландшафт, начиная с работ основоположника культурной американской географии К. Зауэра, также рассматривали отдельно от природного ландшафта С.L. Salter, T. Jordan, L. Rowntree. Ландшафтный подход к оптимизации природной среды присущ и другим зарубежным исследователям. Z. Naveh, A. Lieberman, M. Ružička, L. Mikloš, A. Richling достаточно подробно излагают вопросы ландшафтно-экологического обоснования оптимизации территориальной структуры сельскохозяйственных земель, пространственных взаимосвязей биотических и абиотических компонентов в ландшафте, функционирование экосистем в конкретных ландшафтных условиях. В силу объективных причин к концу XX в. географической науке запада пришлось сконцентрировать свои усилия лишь на эстетической (пейзажной) стороне (D. Cosgrove, J. Fellmann, I. Mikloš, A. Richling и др.) теперь уже «поголовно» антропогенных (в них величина антропогенной нагрузки значительно превысила потенциальные возможности) ландшафтов, являющихся внешним (физическим) проявлением «капитуляции» природных ландшафтов по поверхности Земли.

В зарубежной географической науке используется достаточно большое число методологических подходов к исследованию культурных ландшафтов, а широкое распространение получили только около пяти подходов, причем во всех слой нематериальной культуры выступает в качестве ведущего звена. Самым популярным в немецкой и англо-американской географии считается феноменологический (экзистенциалистский) подход, рассматривающий ландшафт как пространство смыслов (экзистенциалистскую среду обитания людей). Достаточно широко известен среди англо-американских и немецких ученых-географов и структурно-морфологический (сциентистский) подход для установления внешних форм взаимодействия культуры и природной среды, отрицающий изучение духовной культуры и символики культурного ландшафта. Очень часто в англо-американской, немецкой и французской географической науке используется перцепционный методологический подход (ландшафтный символизм), который сориентирован на изучение восприятия, выявление образов ландшафта и определяющих их «культурных кодов».

Значительной частью французских и немецких ученых-географов отдается предпочтение эволюционному (виталистическому) подходу, рассматривающему ландшафт как организм, проходящий в своем эволюционном развитии конкретные стадии. В последние десятилетия среди англо-американских ученых-географов растет интерес к искусствоведческому подходу. Он направлен на изучение пейзажной живописи как источника географической информации [8; 9; 10; 11]. К сожалению, в зарубежной географической науке не нашли должного отражения вопросы соотношения величины антропогенных нагрузок с потенциальными (природными) возможностями культурных ландшафтов, роли экономических отношений при их формировании.

С 90-х годов XX в. отечественные ученые-географы начинают также включать в структуру культурного ландшафта и слой нематериальной (духовной) культуры [12;

13; 14]. Так, Ю.А. Веденин определяет культурный ландшафт как «целостную и территориально-локализованную совокупность природных, технических и социально-культурных явлений, сформировавшихся в результате соединенного действия природных процессов и художественно-творческой, интеллектуально-созидательной и рутинной жизнеобеспечивающей деятельности людей» [15, с. 9]. При этом результаты деятельности человека, воплощенные в объектах материальной и духовной культуры, являются частью культурного ландшафта.

Особого рассмотрения заслуживают исследования Р.Ф. Туровского [16], выделившего в морфологической структуре ландшафта пейзажную («визуальную» материальную, физическую) и нематериальную (духовную) составляющие. Автор полагает, что культурный ландшафт – это генетически и территориально единый синтез частных («отраслевых») культурных пространств, относительно однородный комплекс этнических, лингвистических, конфессиональных и прочих компонентов. Им выделены частные виды культурных пространств: 1) этническое; 2) конфессиональное; 3) политико-историческое; 4) лингвистическое; 5) художественное (профессионального искусства); 6) народного искусства; 7) бытовой культуры; 8) хозяйственной (экономической) культуры; 9) политической культуры; 10) научное; 11) философское.

В.М. Яцухно, Ю.Э Мандер [5] рассматривают культурный ландшафт как единое многокомпонентное пространственное образование, которое образует материальная и духовная культура, местное население и хозяйство, системы поселений, обрядовые и культовые сооружения, языковые особенности с природным ландшафтом. По мнению того же В.М. Яцухно [14], культурный ландшафт должен служить хранилищем материальной и духовной культуры проживающих в нем поколений людей. Она проявляется как в виде объектов традиционной деятельности (памятники архитектуры, усадебные и природные парки, структура земельных угодий и др.), так и в исторически сложившихся ценностях (традиции быта, особенности труда, этнические отличия и др.). Ю.А. Веденин [15] считает, что культурный ландшафт должен состоять не только из природного, но и культурного слоя. При этом природный слой включает естественную и преобразованную людьми природу. Культурный слой составляют пласты материальной культуры, формирующей внешний облик ландшафта, и духовной культуры. В то же время культурный слой представлен пластами культурного наследия и современной живой культуры. Последний пласт сложен группой комплексов традиционной и новационной культуры. Возможна дифференциация культурного слоя еще на пласты народной и профессиональной культуры.

В.Н. Калуцков [17] под культурным ландшафтом понимает природно-культурную среду развития определенного этноса или местного сообщества (социокультурной или этнокультурной общности людей, осознающей себя как целое и неразрывно связанной с определенным земным местом). Он считает, что культурный ландшафт как объект комплексного исследования представлен шестикомпонентной системой, включающей: 1) местное сообщество, 2) поселение, 3) природный ландшафт, 4) местное хозяйство, 5) местную языковую систему, включая топонимию, 6) духовную культуру, включая фольклор. «Включение» в культурный ландшафт духовной культуры привело к усложнению его компонентной структуры. Слои культурного ландшафта могут изучаться как по отдельности, так и в увязке друг с другом, и в самых разных сочетаниях частных видов культурных пространств. При этом культурный ландшафт не может рассматриваться в отрыве от такого понятия, как культурная система. Использование системного подхода при изучении территориальной структуры культурного ландшафта расширяет исследовательское поле.

Проведенный анализ научных исследований отечественных и зарубежных ученых показывает, что культурный ландшафт является динамически подвижной

системой, которая не может не изменяться. Общество может лишь воздействовать на те или иные природные элементы ландшафта, ускорять или замедлять скорость прохождения фаз, строить различные сооружения, нарушить биологический ритм, однако оно не в состоянии остановить природную эволюцию. Поэтому культурный ландшафт всегда был и будет совокупностью естественных и искусственных условий, без которых человек не в состоянии реализовать себя как биологическое и социальное существо. Любая трансформация условий системы деятельностью человека с целью изменения характера протекающих природных процессов является неустойчивой. При прекращении этой поддержки система будет стремиться вернуться в исходное состояние (если не произошла смена инварианты или не наступило новое состояние). Следовательно, эффективность мероприятий, направленных на изменение природных процессов, определяется политическими приоритетами, величиной и стабильностью экономической поддержки со стороны общества (государства), т. е. сложившимися экономическими отношениями [18, с. 68–89].

Проведенный выше анализ научных работ по целенаправленному преобразованию антропогенной деятельностью природных ландшафтов позволил нам дать определение культурных ландшафтов в свете современных представлений. Культурный ландшафт – это динамичное многокомпонентное пространственное образование, являющееся результатом целенаправленного регулирования человеком естественного ландшафта в соответствии с экономическими отношениями, характерными для достигнутого, к рассматриваемому времени, уровню развития общества на основе сохранения его средообразующих и ресурсовоспроизводящих функций.

Как следует из приведенной формулировки, выражение «культурный ландшафт» очень широкое и всеобъемлющее понятие, включающее различные слои природной, производственной и культурной деятельности, и в первую очередь – сельскохозяйственной. Уже само понятие «культурный» предполагает реальное присутствие человека в качестве одного из компонентов ландшафтного пространства. До сих пор присутствие человека в ландшафте считалось виртуальным. Складывающаяся демографическая ситуация в регионе (и в республике) настоятельно требует рассматривать человека в тесном единстве с процессами, происходящими в культурных ландшафтах, и в качестве ведущего фактора. Сельские поселения, имеющие схожие земельные угодья, сельскохозяйственное производство, специализацию, кооперацию, быт, культуру, обычаи, родственные связи и др. и расположенные в границах одного ландшафта, можно территориально считать единым целым. Для обозначения такого конгломерата предлагаем использовать выражение «сельская агломерация». Тогда любая сельская агломерация со своими определенными границами (как элемент мозаики) будет легко сочетаться с соседними, слагаясь на поверхности Земли в закономерный «мозаичный рисунок». Использование же в целом выражения «культурные ландшафты сельских агломераций» позволит нам вычленить конкретное направление исследований в ландшафтоведении, позволяющее комплексно, на научной основе управлять развитием конкретного сельскохозяйственного региона.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Пилецкий, И.В. Проблемы геоисторической периодизации антропогенного изменения природных ландшафтов земли / И.В. Пилецкий // Сб. науч. статей. – Смоленск, 2003. – Вып. II. : Актуальные проблемы современной географии. – С. 265–272.

- 2 Берг, Л.С. Предмет и задачи географии / Л.С. Берг //Изв. РГО. 1915. Т. 51, Вып. 9. – С. 463–465.
- 3 Охрана ландшафтов. Толковый словарь. – М. : Прогресс, 1982. – С. 112.
- 4 Исаченко, А.Г. Ландшафтоведение и физико-географическое районирование. – М., 1991. – 349 с.
- 5 Яцухно, В.М. Формирование агроландшафтов и охрана природной среды / В.М. Яцухно, Ю.Э. Мандер. – Минск : Ин-т геол. наук АНБ, 1995. – 122 с.
- 6 Колбовский, Е.Ю. Культурный ландшафт и экологическая организация территории регионов (на примере Верхневолжья). : Автореф. дис. ... докт. геогр. наук. – Воронеж, 1999. – 51 с.
- 7 Кочуров, Б.И. Новые геоэкологические и социально-экологические термины и понятия. / Б.И. Кочуров //География в школе. – 1999. – № 3. – С. 10–14.
- 8 Фролова, М.Ю. Восприятие ландшафтов и пейзажная политика во Франции / М.Ю. Фролова // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 5. География. – 1997. – № 2. – С. 30–33.
- 9 Cosgrove, D.E. Social Formation and Symbolic Landscape / D.E. Cosgrove. – Cromm Helm. London-Sydney, 1985. – P.13–29.
- 10 Daniels, S. Fields of Vision. Landscape Imagery and National Identity in England and the Union States / S. Daniels // Polity Press, United Kingdom. Oxford, 1993.
- 11 Richling, A. Modelowanie struktury i funkcjonowania środowiska przyrodniczego / A. Richling // Funkcjonowania i waloryzacja krajobrazu. – Lublin, 1994. – S.9–16.
- 12 Веденин, Ю.А. Проблемы формирования культурного ландшафта и его изучения / Ю.А. Веденин // Изв. АН СССР. Сер. геогр. – 1990. – № 1. – С. 5–17.
- 13 Калуцков, В.Н. Проблемы исследования культурного ландшафта / В.Н. Калуцков // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 5. География. – 1995. – № 4. – С. 16–20.
- 14 Яцухно, В.М. Ландшафт в контексте сохранения историко-культурного и природного наследия / В.М. Яцухно // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 2. – 2002. – № 2. – С. 55–59.
- 15 Веденин, Ю.А. Очерки по географии искусства. М. : Российский науч.-исслед. ин-т культур. и природн. наследия, 1997.
- 16 Туровский Р.Ф. Культурные ландшафты России / Р.Ф. Туровский. – М. : Ин-т Наследия, 1998. – 210 с.
- 17 Калуцков, В.Н. Основы этнокультурного ландшафтоведения / В.Н. Калуцков. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 2000.
- 18 Пилецкий, И.В. Теория, факторы и процессы, формирующие культурные ландшафты сельских агломераций (на примере Белорусского Поозерья) : Монография / И.В. Пилецкий. – 2004 – 250 с.

### ***I. Piletsky. Cultural Landscape as Dynamic Multicomponent Spatial System***

The last decade of the 20th century is considered to be the beginning of a new stage of anthropogenesis – universal assertion of cultural landscapes. However, there is no complete and universal definition «a cultural landscape» in a geographical science till now. The extensive analysis of the publications devoted to the problem of purposeful transformation of natural landscapes made by man, the achievement of a geographical idea, and own developments have allowed to give definition of a cultural landscape.

---

## СИМПОЗИУМ

---

### **IV Международный симпозиум «Восток – Беларусь – Запад. Сотрудничество по проблемам формирования и укрепления здоровья» (г. Брест, Республика Беларусь, 24–28 октября 2007 г.)**

24–28 октября 2007 года в БрГУ имени А.С. Пушкина прошел IV Международный симпозиум «Восток – Беларусь – Запад. Сотрудничество по проблемам формирования и укрепления здоровья» по инициативе коллектива кафедры оздоровительной и лечебной физической культуры. Симпозиум был организован при поддержке Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева, Красноярской государственной медицинской академии, Гродненского государственного университета имени Я. Купалы, а также партнеров из высших учебных заведений разных стран. Активную поддержку симпозиуму оказали руководство университета, отдел физической культуры, спорта и туризма Брестского горисполкома и управление физической культуры, спорта и туризма Брестского облисполкома.

В работе симпозиума по двум главным направлениям – образовательному и профилактико-реабилитационному, приняли участие специалисты разных областей науки и практики из шести областей Беларуси, восьми регионов России, десяти воеводств Польши, шести областей Украины, а также Литвы и Латвии. Для участников симпозиума были организованы три пленарных и семь секционных заседаний, на которых были сделаны около 100 докладов. Участники симпозиума присутствовали на мастер-классах по гидроаэробике и фитбол-гимнастике, участвовали в дискуссиях «круглого стола», познакомились с физкультурно-спортивным клубом инвалидов «Шанс».

Симпозиуму была оказана широкая информационная поддержка научным журналом «Antropomotoryka» (АФВ, г. Краков, Польша), научным журналом «POMOST» (г. Вроцлав, Польша), РУП РТЦ Телерадиокомпанией «Брест», газетами «Вечерний Брест», «Берасцейскі ўніверсітэт» (г. Брест), «Рэспубліка» (г. Минск).

По итогам работы симпозиума изданы сборники материалов и научных статей. Избранные материалы симпозиума в виде научных статей публикуются в журнале «Веснік Брэсцкага ўніверсітэта» и «Вучоныя запіскі».

On October, 24–28 2007 current years has taken place IV International symposium «The East – Belarus – The West. Cooperation on problems of the formation and strengthening of health» under the reduced name «Health-2007». Within 5 days it was possible to listen to 9 performances at 3 plenary sessions, about 100 research messages at 7 section sessions in conformity with two scientific directions: 1) educational, 2) prophylactics and rehabilitation. The authors from six areas of Belarus, eight regions of Russia, ten regions of Poland, six areas of Ukraine, and also Lithuania and Latvia have acted with messages. The basic organizers of this prestigious forum became collective of workers of Improving and Medical Physical Training Chair of the BrSU named after A.S. Pushkin (Belarus), partners from the Siberian State Space University named after academician M.F. Reshetnev (Russia), Krasnoyarsk State Medical Academy (Russia), Grodno State University named after J. Kupala (Belarus) and others.



УДК 371.72

*А.А. Ахматгатин*

## **ИЗМЕНЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ КУРСАНТОВ ВУЗА МВД РОССИИ В ПЕРИОД ИХ АДАПТАЦИИ**

При организации физического воспитания в высших военных заведениях необходимо учитывать изменения функционального состояния кадетов. Сердечно-сосудистая система является центральной системой, которая обеспечивает физическую работоспособность. В статье анализируются изменения в величине показателей, характеризующих функциональное состояние сердечно-сосудистой системы в течение периода адаптации кадетов к условиям обучения.

При поступлении в образовательное учреждение МВД России у курсантов происходят значительные изменения в условиях жизни, включающие установление плотного распорядка дня, напряженную учебную деятельность, выполнение служебных обязанностей во внутреннем наряде и при охране общественного порядка, участие в различных формах физической подготовки и т. д.

Данные факторы обуславливают значительное повышение физических и психических нагрузок, оказываемых на организм курсантов, стимулирующее определенные адаптационные процессы, отражающиеся в изменении функционального состояния занимающихся, которое необходимо учитывать при организации физической подготовки для повышения ее эффективности и профилактики возникновения различных заболеваний, вызванных физическими нагрузками, неадекватными адаптационным возможностям организма занимающихся.

Специалистами отмечается, что в процессе обучения курсантов и слушателей адаптивная динамика системных механизмов предполагает не только повышение социальнозначимых результатов, выражающихся, в частности, в повышении уровня физической подготовленности и физического развития обучаемых, но и оптимизацию функционального состояния, одним из основных критериев которой является снижение физиологических затрат на адаптацию, характеризующееся уменьшением напряженности деятельности регуляторных систем организма [3].

При этом известно, что высокая физическая работоспособность организма человека преимущественно определяется деятельностью сердечно-сосудистой системы [1].

Указанная система, кроме того, наиболее оперативно реагирует на внешние раздражители и поэтому является наиболее объективным индикатором адаптационно-приспособительной деятельности целостного организма. Данное обстоятельство обуславливает широкое распространение методов оценки деятельности сердечно-сосудистой системы для контроля функционального состояния занимающихся физической культурой и спортом [2; 4; 5; 6 и др.].

Целью нашего исследования явилось изучение динамики функционального состояния сердечно-сосудистой системы курсантов вуза МВД России в период их адаптации к условиям учебной и служебной деятельности.

В качестве периода проведения исследования мы выбрали временной промежуток от этапа поступления абитуриентов в институт до окончания ими, уже в качестве курсантов, первого курса обучения. В исследованиях приняли участие курсанты Восточно-Сибирского института МВД России, обучающиеся по специальности 030501 – Юриспруденция.

Для достижения указанной цели мы использовали наиболее доступные методы исследования сердечной деятельности:

- частоту сердечных сокращений (ЧСС, уд/мин);
- систолическое артериальное давление (АДс, мм рт.ст.);
- диастолическое артериальное давление (АДд, мм рт.ст.);
- среднее артериальное давление (АДср, мм рт.ст.);
- индекс Кердо (ИК, усл. ед.);
- коэффициент экономизации кровообращения (КЭК, усл. ед.).

Данные показатели мы определяли:

- 1) на этапе прохождения абитуриентами медицинской комиссии;
- 2) в начале первого семестра (в октябре);
- 3) в конце второго семестра (в июне).

Достоверность различий определялась нами по значениям непараметрического U-критерия Вилкоксона-Манна-Уитни.

Динамика данных показателей у курсантов, юношей и девушек, приведена соответственно в таблицах 1–2, рисунках 1–4.

Таблица 1 – Динамика показателей функционального состояния сердечно-сосудистой системы у курсантов 1 курса (юноши, n = 41)

| Измеряемые параметры | Значения показателей параметров |      |        |                   |      |        |                    |      |        |
|----------------------|---------------------------------|------|--------|-------------------|------|--------|--------------------|------|--------|
|                      | В период поступления            |      |        | В первом семестре |      |        | Во втором семестре |      |        |
|                      | М                               | σ    | p1-2   | М                 | σ    | p2-3   | М                  | σ    | p1-3   |
| ЧСС, уд/мин          | 61,4                            | 4,9  | < 0,05 | 74,3              | 9,4  | < 0,05 | 69,2               | 12,9 | > 0,05 |
| АДс, мм рт.ст.       | 120,4                           | 4,5  | < 0,05 | 134,4             | 16,8 | < 0,05 | 128,0              | 13,0 | < 0,05 |
| АДд, мм рт.ст.       | 74,7                            | 6,2  | < 0,05 | 84,8              | 12,6 | < 0,05 | 81,2               | 10,5 | > 0,05 |
| АДср, мм рт.ст.      | 90,5                            | 3,8  | < 0,05 | 100,8             | 11,7 | < 0,05 | 96,8               | 10,9 | < 0,05 |
| ИК, усл. ед.         | 1,10                            | 0,07 | > 0,05 | 1,15              | 0,25 | > 0,05 | 1,23               | 0,20 | < 0,05 |
| КЭК, усл. ед.        | 3103                            | 319  | < 0,05 | 3977              | 2012 | > 0,05 | 3146               | 760  | > 0,05 |

Таблица 2 – Динамика показателей функционального состояния сердечно-сосудистой системы у курсантов 1 курса (девушки, n = 25)

| Измеряемые параметры | Значения показателей параметров |      |        |                   |      |        |                    |      |        |
|----------------------|---------------------------------|------|--------|-------------------|------|--------|--------------------|------|--------|
|                      | В период поступления            |      |        | В первом семестре |      |        | Во втором семестре |      |        |
|                      | М                               | σ    | p1-2   | М                 | σ    | p2-3   | М                  | σ    | p1-3   |
| ЧСС, уд/мин          | 71,4                            | 3,2  | < 0,05 | 77,2              | 11,0 | > 0,05 | 75,7               | 9,4  | > 0,05 |
| АДс, мм рт.ст.       | 116,8                           | 4,5  | < 0,05 | 128,4             | 12,8 | < 0,05 | 119,9              | 10,9 | > 0,05 |
| АДд, мм рт.ст.       | 69,6                            | 3,5  | < 0,05 | 87,5              | 8,2  | < 0,05 | 79,9               | 10,5 | < 0,05 |
| АДср, мм рт.ст.      | 85,3                            | 3,0  | < 0,05 | 101,1             | 8,3  | < 0,05 | 93,2               | 9,9  | < 0,05 |
| ИК, усл. ед.         | 0,98                            | 0,07 | < 0,05 | 1,15              | 0,20 | > 0,05 | 1,07               | 0,20 | < 0,05 |

|               |      |     |        |      |      |        |      |     |        |
|---------------|------|-----|--------|------|------|--------|------|-----|--------|
| КЭК, усл. ед. | 3377 | 440 | > 0,05 | 3156 | 1026 | > 0,05 | 3031 | 767 | > 0,05 |
|---------------|------|-----|--------|------|------|--------|------|-----|--------|

При этом, вероятности статистических ошибок мы обозначили следующим образом:

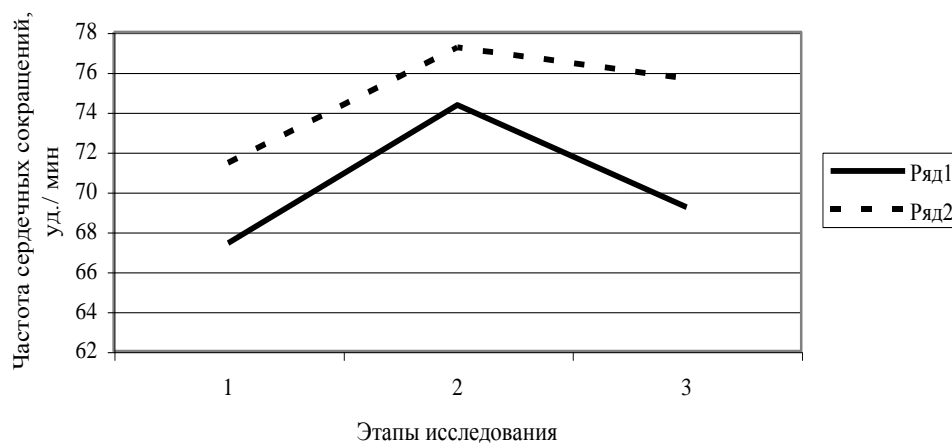
- p1-2 – при сравнении выборок, включающих в себя характеристики показателей при поступлении и в первом семестре;
- p2-3 – при сравнения выборок, включающих в себя характеристики показателей в первом и втором семестрах;
- p1-3 – при сравнении выборок-характеристик при поступлении и показателей во втором семестре.

Анализ изменения значений показателей, характеризующих деятельность сердечно-сосудистой системы курсантов первого курса Восточно-Сибирского института МВД России показал достоверное увеличение ЧСС, АДс, АДд, АДср в первом семестре обучения как у курсантов - юношей, так и у курсантов - девушек.

При этом у юношей достоверно увеличилось значение КЭК, а у девушек – ИК.

Эти изменения, на наш взгляд, свидетельствуют о наступлении у курсантов первой стадии адаптации к изменившимся условиям жизнедеятельности – стадии физиологического напряжения, которой свойственны напряжения регуляторных механизмов, ответственных за осуществление приспособления физиологических реакций и метаболизма к возросшим нагрузкам, предъявляемым к обучаемым [7].

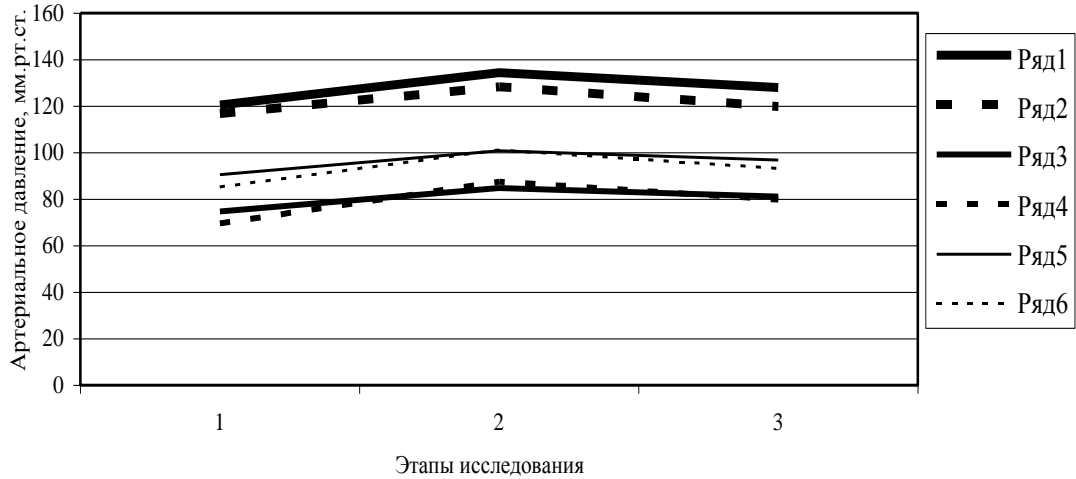
Повышение значений данных показателей свидетельствует об увеличении напряжения деятельности сердечно-сосудистой системы, выражаемое в повышении влияния, оказываемого на него симпатическим отделом вегетативной нервной системы и преобладании центральных механизмов регуляции сердечного ритма [7].



Ряд 1 – АДс курсантов-юношей;  
Ряд 2 – АДс курсантов-девушек

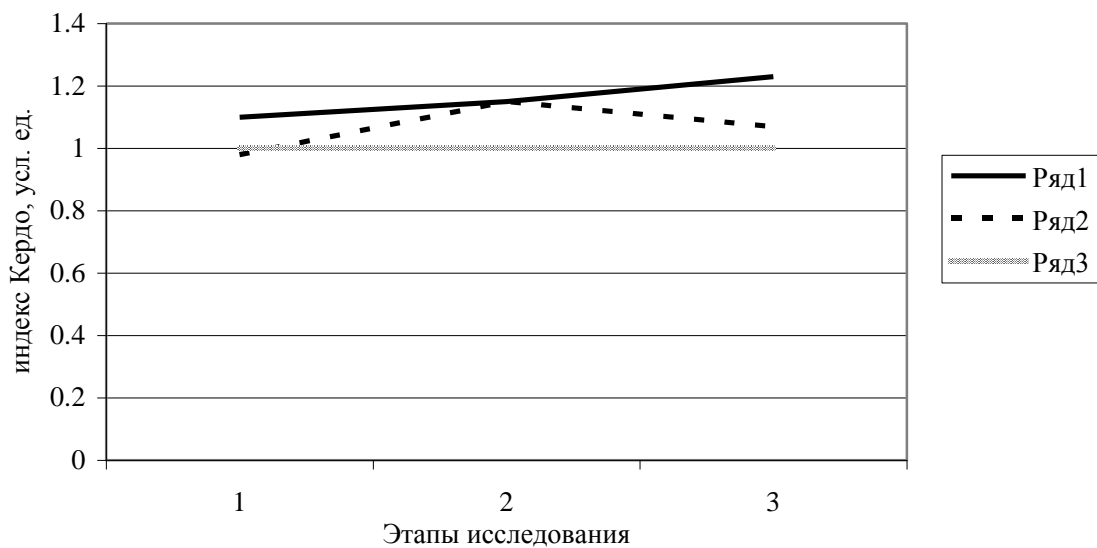
**Рисунок 1 – Динамика показателей частоты сердечных сокращений у курсантов в процессе их обучения на 1 курсе института**

Во втором семестре практически все показатели достоверно снижаются. Эти изменения, на наш взгляд, являются результатом приспособления организма курсантов к новым условиям жизнедеятельности. Однако значения некоторых показателей (АДс у юношей, АДд у девушек, АДср у юношей и девушек) во втором семестре статистически достоверно отличаются от их значений в период поступления.



Ряд 1 – АДс курсантов-юношей;  
 Ряд 2 – АДс курсантов-девушек;  
 Ряд 3 – АДд курсантов-юношей;  
 Ряд 4 – АДд курсантов-девушек;  
 Ряд 5 – АДср курсантов-юношей;  
 Ряд 6 – АДср курсантов-девушек

**Рисунок 2 – Динамика показателей артериального давления у курсантов в процессе их обучения на 1 курсе института:**



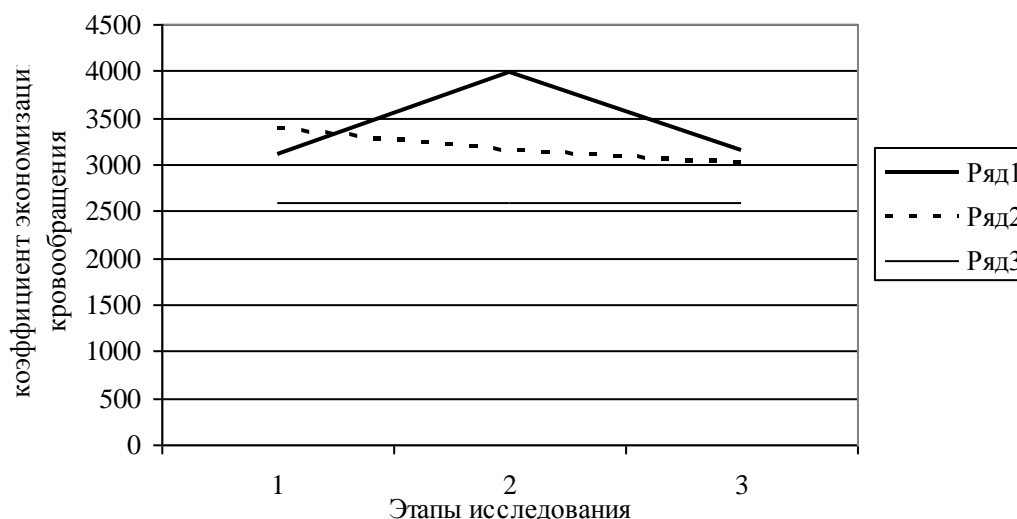
Ряд 1 – ИК курсантов-юношей;  
 Ряд 2 – ИК курсантов-девушек;  
 Ряд 3 – оптимальное значение ИК

**Рисунок 3 – Динамика показателей индекса Кердо у курсантов в процессе их обучения на 1 курсе института**

Также определенными исключениями представляются изменения ИК у юношей и КЭК у девушек. У курсантов-юношей выявлено неуклонное повышение значений ИК от момента поступления до окончания первого курса. У курсантов-девушек

наибольшее значение КЭК наблюдалось в период поступления. После этого данный показатель неуклонно снижался до окончания первого курса.

Несмотря на это, в целом мы полагаем, что за этот период времени произошел переход функционального состояния курсантов в стадию адаптированности, характеризуемую вновь установившимся уровнем функционирования различных органов и систем для поддержания гомеостаза в новых условиях [7].



Ряд 1 – КЭК курсантов-юношей;  
Ряд 2 – КЭК курсантов-девушек;  
Ряд 3 – оптимальное значение КЭК

**Рисунок 4 – Динамика показателей коэффициента экономичности кровообращения у курсантов в процессе их обучения на 1 курсе института**

### Выводы

1. В начальный период обучения в образовательном учреждении МВД России у курсантов происходят статистически достоверные сдвиги в функциональном состоянии, характеризующиеся увеличением напряжения деятельности сердечно-сосудистой системы.

2. К концу первого курса в организме курсантов происходят изменения, выражающиеся в статистически достоверном снижении значений показателей, характеризующих напряженность деятельности сердечно-сосудистой системы, что является результатом их адаптации к новым условиям жизнедеятельности.

Результаты проведенного исследования необходимо учитывать при организации и планировании физической подготовки у курсантов первого курса, в особенности на предмет дозирования физической нагрузки, с тем чтобы добиться оптимального эффекта от физических упражнений и ускорения процесса адаптации занимающихся к условиям учебной и служебной деятельности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Амосов, Н.М. Физическая активность и сердце / Н.М. Амосов, Я.А. Бендет. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Киев : Здоров'я, 1984. – 232 с.

2 Баевский, Р.М. Прогнозирование на грани нормы, патологии / Р.М. Баевский. – М. : Медицина, 1979. – 289 с.

3 Булатецкий, С.В. Психофизиологические особенности долговременной адаптации курсантов образовательных учреждений МВД России к физической подготовке в условиях профессионального обучения / С.В. Булатецкий // Совершенствование образовательного процесса по боевой и физической подготовке курсантов и слушателей образовательных учреждений МВД России : сб. материалов XIII межвузовской научн.-практ. конф. – Орел : ОрЮИ МВД России, 2005. – С. 35–37.

4 Дубровский, В.И. Спортивная медицина : учебник для студентов вузов / В.И. Дубровский. – М. : ВЛАДОС, 1998. – 480 с.

5 Куртев, С.Г. Исследование кардиореспираторной системы у лиц, занимающихся физической культурой и спортом : учеб. пособие / С.Г. Куртев, Л.А. Лазарева. – Омск : СибГАФК, 1997. – 52 с.

6 Смирнов, В.М. Физиология физического воспитания и спорта : учебник для студ. сред. и высш. учеб. заведений / В.М. Смирнов, В.И. Дубровский. – М. : ВЛАДОС-ПРЕСС, 2002. – 608 с.

7 Солодков, А.С. Физиология спорта : учеб. пособие / А.С. Солодков, Е.Б. Сологуб. – СПб. : СПбГАФК им. П.Ф. Лесгафта, 1999. – 231 с.

***A.A. Ahmatgatin. Change of Factors, Characterizing the Activity of Cardiovascular System of Midshipman of MHA High School of Russia in the Period of Adaptation***

While organizing physical education in military high schools it is necessary to consider changes of functional conditions of cadets. Cardiovascular system is the central system, which provides physical working capacity. In this article the changes of values of the parameters describing a functional condition of cardiovascular system during adaptation of cadets to conditions of study and service are considered.

УДК 572.5+796

*А.А. Дубинина*

## **ПРОГНОСТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОТПЕЧАТКОВ ПАЛЬЦЕВ В ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТЕ**

На основе всестороннего дерматоглифического и психомоторного обследования квалифицированных спортсменов трех видов спорта (182 юношей и 176 девушек 17–36 лет) и студентов МГУ (101 юноша и 102 девушки 17-21 лет) были изучены полные психофизиологические и дерматоглифические типы групп спортсменов и студентов. Для оценки психомоторных параметров использовали классический теппинг-тест и модифицированный двигательный тест. В результате показана закономерность определенной изменчивости психомоторных и дерматоглифических параметров в следующих координатах: компактная частота и увеличение пиков значений – увеличенный уровень контроля и пониженная скорость; частота низкого уровня и низкие колебания значений – низкий уровень контроля, но высокая скорость выполнения.

### **Введение**

В настоящее время сферы использования дерматоглифики представлены очень широко: криминалистика, медицина [9], этнические исследования [8], спортивный отбор [1; 4].

Современные исследования направлены на раскрытие механизмов эмбриогенеза, филогенетического становления, наследственной природы гребешковой кожи с постепенным нарастанием интереса и приоритета изучения дерматоглифики в качестве специфической маркерной системы организма. Однако адекватное понимание маркирующих возможностей гребешковой кожи невозможно без представления о ее наследовании и развитии с учетом целостности структуры организма [3].

Морфогенез дерматоглифических структур завершается в пренатальном периоде онтогенеза, совпадая по времени со становлением нервной системы. Общность происхождения этих тканей из эктодермального зародышевого листка дает основу предполагать адекватность возможных межсистемных взаимосвязей [3; 10].

Физические возможности организма развиваются в онтогенезе, достигая дефинитивной зрелости к 18 годам под влиянием взаимодействия естественных факторов роста и развития и среды, что не противоречит их генетической обусловленности, определяющей в большей мере верхние границы их проявления [5].

Максимальный уровень развития физические возможности достигают в спортивной деятельности ориентировано к выбранной специализации и в соответствии с индивидуальными способностями. Вместе с тем, становление яркой и типической спортивной индивидуальности происходит в процессе многолетнего специализированного совершенствования физических способностей на этапах многоуровневой системы отбора.

В настоящее время накоплен большой материал, свидетельствующий, что признаки пальцевой дерматоглифики взаимосвязаны с физическими возможностями на разных уровнях проявления [1; 6]. Однако данные не обеспечивают целостного представления о возможностях использования пальцевой дерматоглифики в качестве маркеров физических способностей человека, что ограничивает решение насущных практических и теоретических вопросов спортивного отбора и подготовки спортсменов.

Исходя из вышесказанного, цель данного исследования – изучение особенностей соизменчивости дерматоглифических признаков и психомоторных характеристик,

выявленных обновленным тестовым аппаратом.

### Материалы и методы

В работе использованы материалы психомоторного и дерматоглифического обследования русских юношей и девушек в возрасте от 17 лет до 21 года на примере студентов различных факультетов МГУ им. М.В. Ломоносова. Объем выборки – 203 человека, из них 101 юноша и 102 девушки. В анализ также включены данные аналогичного обследования элитных спортсменов трех видов спорта: биатлон, баскетбол и лыжные гонки. Спортивную выборку представили русские мужчины и женщины в возрасте от 17 до 36 лет, ее объем – 358 человек, из них 182 мужчины и 176 женщин. Общее количество обследованных – 561 человек, из них 283 мужчины и 278 женщин.

Для оценки *психомоторных* характеристик были применены два психомоторных теста. Развитие скоростных способностей определялось по теппинг-тесту Ильина. Модифицированный теппинг-тест отражает реализацию скоростного начала в условиях сложной координации действий [7].

*Дерматоглифические* отпечатки были получены и обработаны стандартным способом по общепринятой методике [2]. Определялись: узоры на дистальных фалангах пальцев рук: дуга, петля, завиток (включая все дельтовидные узоры), гребневой счет на пальцах рук. Рассчитывались дельтовый индекс, гребневой счет на правой и левой руках отдельно.

Для *статистической обработки* материала (пакет программ STATISTICA 6.0) были использованы метод канонических корреляций и множественный дискриминантный анализ.

### Результаты и обсуждение

Для выявления связей между комплексами признаков дерматоглифики и психомоторики был применен метод *канонических корреляций* (таблица 1).

Таблица 1 – Канонические корреляции между группами признаков дерматоглифики и психомоторики

|         |               | Каноническая корреляция |
|---------|---------------|-------------------------|
| Мужчины | Общая выборка | 0,34*                   |
|         | Спортсмены    | 0,45***                 |
|         | Студенты      | 0,31                    |
| Женщины | Общая выборка | 0,22                    |
|         | Спортсменки   | 0,22                    |
|         | Студентки     | 0,43                    |

Примечание – \*  $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,001$

В общей мужской выборке обнаружены достоверные связи между признаками дерматоглифики и психомоторики ( $R = 0,34$ ;  $p < 0,05$ ). При раздельном рассмотрении студентов и спортсменов выявлены достоверные связи только в группе мужчин-спортсменов ( $R = 0,45$ ;  $p < 0,001$ ). Следовательно, присутствие именно спортсменов в общей выборке обуславливает выявленные достоверные связи. В студенческих



группах женщин и мужчин достоверных связей между комплексами дерматоглифических и психомоторных признаков не выявлено.

Выявленные корреляции между комплексами признаков различной организменной иерархии являются показателем устойчивой межсистемной взаимосвязи дерматоглифики и психомоторики и предполагают возможность более детального дальнейшего изучения.

На следующем этапе исследования было интересно дифференцировать мужчин и женщин на спортивные специализации по обеим системам признаков – психомоторики и дерматоглифики, опираясь на вышеуказанные взаимосвязи и тенденции по данным предшествующих анализов.

В таблице 2 представлены результаты канонического (множественного дискриминантного) анализа психомоторных и дерматоглифических признаков для мужчин и женщин различных спортивных специализаций и студентов, не занимающихся спортом.

Таблица 2 – Результаты канонического анализа дерматоглифических и психомоторных признаков у мужчин и женщин

| Пол                        | 1-я каноническая переменная                                  |          | 2-я каноническая переменная |          |
|----------------------------|--|----------|-----------------------------|----------|
|                            | мужчины  | женщины  | мужчины                     | женщины  |
| Каноническая корреляция    | 0,851***   | 0,830*** | 0,322***                    | 0,310*** |
| Признаки                   | Стандартизованные коэффициенты канонических переменных       |          |                             |          |
| Дельтовый индекс           | -0,05  | 0,00     | -0,24                       | 0,96     |
| Гребневой счет правой руки | -0,61  | -0,58    | -1,25                       | -2,06    |
| Гребневой счет левой руки  | 0,80   | 0,48     | 1,72                        | 0,99     |
| Устойчивость               | -0,12  | -0,02    | -0,24                       | -0,56    |
| Скорость в координации     | 0,76   | -0,35    | 0,12                        | -0,66    |
| Выносливость               | 0,21   | -0,12    | -0,14                       | -0,09    |
| Реакция на усложнение      | 0,82   | -0,68    | -0,01                       | 0,24     |
| Мобилизация                | 0,22   | 0,14     | 0,32                        | -0,22    |
| Коррекция                  | 0,15   | 0,04     | 0,12                        | -0,16    |
| Сумма ошибок               | -1,05  | 0,96     | 0,27                        | 0,42     |
| Реактивность               | -0,04  | -0,03    | 0,21                        | 0,17     |
| Динамика                   | -0,06  | -0,07    | -0,14                       | 0,16     |
| % описываемой изменчивости | 93   | 93       | 4                           | 4        |
| Группы спорта              | Центральные точки (средние значения) канонических переменных |          |                             |          |
| Биатлон                    | 1,40   | -0,99    | 0,19                        | 0,67     |
| Баскетбол                  | 0,95   | -1,52    | -0,92                       | -0,61    |
| Лыжи                       | 1,16   | -1,02    | 0,17                        | 0,05     |
| Студенты                   | -2,15  | 1,93     | 0,03                        | -0,04    |

Примечание – \*\*\* означает  $p < 0,001$

Как видно из таблицы 2, первая каноническая переменная описывает 93% совместной изменчивости ( $p < 0,001$ ) в обеих выборках. Ее информативность определяется сочетанием признаков двух систем у обоих полов: гребневым счетом на правой и левой руке, моторной координацией, реакцией на усложнение условий деятельности и суммой совершенных ошибок на моторном тесте.

Из рисунка 1 и таблицы 2 видно, что студенты четко отделяются от всех спортивных групп по первой канонической переменной, располагаясь в области ее отрицательных значений. Для студентов характерно следующее сочетание признаков: большой гребневой счет на правой руке и маленький – на левой, слабая моторная координация и плохая реакция на усложнение условий деятельности, вследствие которой они совершают много ошибок на тесте. Спортсмены обладают обратным набором характеристик, сочетая противоположную асимметрию гребневых счетов, высокий скоростной потенциал и качество управления скоростью в условиях сложной координации. Таким образом, дискриминирующим аппаратом психомоторного комплекса признаков, независимо от пола, являются профессионально выработанные и непрерывно тренируемые качества скорости и координации в различных условиях, необходимые для достижения результатов в спорте.

Вторая каноническая переменная в обеих выборках определяет комплекс характеристик, разделяющих исключительно спортивные группы, определяя дерматоглифический и психомоторный профиль разных видов спорта. Как видно из рисунка 1, лыжники и биатлонисты находятся на положительном полюсе второй канонической переменной, а баскетболисты – на отрицательном. Баскетболисты обладают повышенной узорностью на руках, большим гребневым счетом на правой и меньшим – на левой руке в сочетании с низким тотальным скоростным потенциалом и высокой способностью к реализации скоростных качеств в условиях сложной координации. Лыжники и биатлонисты обладают обратным набором характеристик.

### **Ошибка! Ошибка внедренного объекта.**

#### **Рисунок 1 – Расположение центральных точек для мужчин в осях 1-й и 2-й канонических переменных по результатам канонического анализа дерматоглифических и психомоторных признаков**

Аналогичная ситуация иллюстрируется в женской выборке с той лишь разницей, что наиболее контрастно здесь противопоставляются группы биатлонисток и баскетболисток, выявляя более детально черты амплуа биатлонистов, что не было выявлено в группе мужчин (рисунок 2).

### **Ошибка! Ошибка внедренного объекта.**

#### **Рисунок 2 – Расположение центральных точек для женщин в осях 1-й и 2-й канонических переменных по результатам канонического анализа дерматоглифических и психомоторных признаков**

Биатлонистки обладают повышенной узорностью, низким гребневым счетом правой руки и высоким – левой, в сочетании с высоким тотальным скоростным потенциалом, которым сложно управлять в условиях сложной координации, однако способны показать высокий уровень произвольного качественно-скоростного тандема в работе. Баскетболистки обладают обратным набором характеристик.

Из данных таблицы 2 мы можем заметить выраженный половой диморфизм в узорности пальцев рук спортсменок и спортсменов, что отражается в ряде литературных данных [1], однако оставляет обширное поле для дальнейшего изучения.

Таким образом, методом канонического анализа выделены характерные черты рассмотренных видов спорта.

### **Выводы**

1. Результаты проведенного исследования дерматоглифических и психомоторных признаков расширили представления о взаимосвязи между отдельными физическими качествами и особенностями пальцевых дерматоглифов у спортсменов высокой квалификации.

2. Полученные результаты выделяют следующие координаты совместных сочетаний признаков дерматоглифики и проявления физического потенциала по данным примененных психомоторных тестов: интенсивная узорность, повышенный гребневой счет, высокая способность управления; пониженная узорность, низкий гребневой счет и приоритет проявления скоростного начала при ограничении реализации его в сложной координации.

3. Методом канонического анализа определены дерматоглифический и психомоторный профили разных видов спорта. Адекватность комплексной психофизиологической характеристики спортивных групп отражает методическую правомочность применения моторных тестов и дерматоглифических отпечатков, в соответствии с которыми был выделен дискриминирующий комплекс признаков в физической культуре и спорте.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1 Абрамова, Т.Ф. Использование дерматоглифических признаков в качестве генетических маркеров отбора для спортсменов сложнокоординационных и игровых видов спорта Бразилии / Т.Ф. Абрамова, Ж.Ф. Фильо // Сб. науч. трудов ВНИИФК за 1996. – М. 1997. – С. 386–391

2 Гладкова, Т.Д. Кожные узоры кисти и стопы обезьян и человека : монография / Т.Д. Гладкова. – М. : Наука, 1966. – 151 с.

3 Гусева, И.С. Морфогенез и генетика гребешковой кожи : монография / И.С. Гусева. – Минск : Беларусь, 1986. – 158 с.

4 Митрофаненко, В.П. Соматотипы, дерматоглифика и удельная сила мышц у борцов казахской национальности / В.П. Митрофаненко, Г.Н. Ленская // Генетические маркеры в антропогенетике и медицине : тез. 4 Всесоюз. симпозиума – Хмельницкий, 1988. – С. 144–145.

5 Никитюк, Б.А. Факторы роста и морфофункционального состояния организма : монография / Б.А. Никитюк. – М. : Наука, 1978. – 143 с.

6 Сологуб, Е.В. Спортивная генетика : учеб. пособие / Е.В. Сологуб, В.А. Таймазов. – М. : Терра-Спорт, 2000. – 127 с.

7 Ставицкий, К.Р. Применение модифицированного моторного теста в целях отбора / К.Р. Ставицкий // Сб. науч. трудов ; под ред. Т.С. Тимаковой. – М., 1988. – С. 188–195.

8 Хить, Г.Л. Дерматоглифика народов СССР : монография / Г.Л. Хить. – М. : Наука, 1983. – 280 с.

9 Holt, S.B. The genetics of dermal ridges : monogr / S.B. Holt. – Springfield, 1968. – P. 146–162.

10 Wertelecki, W. Dermatoglyphics // Human Malformation and Related Anomalies.

---

Oxford Monogr. / W. Wertelecki. – On med.genet. № 27. – New York : Oxford Univ. Press, 1993. – P. 999–1016.

***A.A. Dubinina. Prognostic Possibility Fingerprint in Physical Culture and Sport***

On the basis of comprehensive dermatoglyphic and psychomotor observation of elite athletes 3-h sports (182 male and 176 female 17–36 years old) and MSU students (101 male and 102 female 17–21 years old) total psychophysiology and dermatoglyphic type of sport groups and students were investigated. Classic tapping-test and the modified motor test have been used for psychomotor parameters assessment. As a result the regularity of definite variability of psychomotor and dermatoglyphic parameters has been revealed in the following coordinate: compound patterns and increased ridges count – an increased control level and lowered speed; the low level patterns and low ridges count – a low level of the control, but high speed of the work.

УДК 616-092

*И.С. Ишутин, М.И. Лесовская, Т.К. Кротова*

## **ПРОГНОЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБЩЕЙ МАГНИТОТЕРАПИИ С ПОМОЩЬЮ ХЕМИЛЮМИНЕСЦЕНТНОГО АНАЛИЗА КРОВИ**

Статья посвящена индивидуальному подбору дозы магнитной индукции с помощью хемилюминесцентного анализа крови, что позволяет уменьшать риск агрессии внутренних свободных радикалов как метаболической основы вторичных патологий.

### **Введение**

Нарушение свободнорадикального баланса крови человека, которое лежит в основе большинства воспалительных патологий, может происходить не только под воздействием негативных факторов окружающей среды, но и в ходе некоторых лечебных процедур. Многими авторами подчеркивается терапевтическое значение общей магнитотерапии (ОМТ) [1–4], однако обоснование выбранных доз (от 3–7 мТл до 0,1 мТл) в работах отсутствует. В экспериментах на животных выявлена неоднозначность магнитотропных реакций организма [5], которая определяется не только величиной магнитной индукции, но и особенностями метаболизма в тканях и органах-мишенях.

С использованием хемилюминесцентного (ХЛ) микроанализа ранее было установлено, что под влиянием ОМТ существенно возрастает выработка активных форм кислорода (АФК) фагоцитами крови пациентов, особенно на фоне исходной гиперактивности этих клеток [7]. При этом неизбежно повышается скорость истощения метаболических ресурсов и возрастает риск срыва защитных реакций организма [8]. Для снижения подобного риска необходим дифференцированный выбор интенсивности лечебного воздействия как «тонкой настройки» регуляторных механизмов, особенно уязвимых при патологических состояниях. Очевидно, что подобное изменение стратегии применения ОМТ возможно лишь при наличии надежного и щадящего метода контроля свободнорадикального гомеостаза крови как наиболее информативного критерия функционального состояния организма [6]. Целью исследования было обоснование выбора оптимальной дозы магнитной индукции при проведении общей магнитотерапии с помощью хемилюминесцентного анализа крови.

### **Материалы и методы**

Лечение проводили вращающимся магнитным полем, создаваемым аппаратом общего воздействия на организм человека «Магнитотурботрон МТА-1». Частоту вращения магнитного поля поддерживали на постоянном уровне – 100 Гц. Исследовали влияние магнитной индукции 1 мТл; 0,75 мТл и 0,5 мТл. Курс ОМТ состоял из 10-ти ежедневных процедур (исключая выходные дни). Первая процедура – пробная, продолжительностью 10 мин; последующие – по 20 мин. Пробу крови для анализа функциональной активности фагоцитов у пациентов забирали трижды: до начала курса лечения, после 5-й и 10-й процедур.

Контроль окислительного баланса крови проводили с помощью анализа микрообразцов крови пациентов (n = 52, 20 мужчин, 32 женщины, 25–62 лет) с различными заболеваниями (ИБС, тиреоидит, аднекситы, кисты, остеохондроз и др.),

сопровождающимися различным уровнем (гипо-, нормо-, гипер-) реактивности фагоцитов крови. Подсчет общего количества лейкоцитов и доли фагоцитирующих клеток осуществляли общепринятым методом в камере Горяева. Функциональную активность фагоцитов оценивали по хемилюминесценции (ХЛ) цельной крови на РС-управляемом 36-канальном хемилюминометре «СL-3604». Для приготовления реакционной смеси к 100 мкл гепаринизированной (20 ЕД/мл) капиллярной крови, суспендированной при 10-кратном разведении в растворе Хенкса, добавляли 200 мкл люминола ( $2,2 \cdot 10^{-4}$  М) и 50 мкл монодисперсного латекса, опсонизированного свежей сывороткой крови здоровых людей. При оценке базальной реактивности фагоцитов латекс не использовали.

Регистрацию кинетики хемилюминесцентной реакции осуществляли в течение 90 минут при 37°C. Интенсивность хемилюминесценции оценивали по высоте максимума ( $I_{\max}$ , имп/с), светосумме ( $S$ , имп/90 мин), оценочному индексу (ОИ) прооксидантного сдвига и удельной активности фагоцитов. Результаты соотносили с нормой, установленной для клинически здоровых людей. Результаты статистически обрабатывали с использованием пакета программ Lgraf.exe.

### Результаты и их обсуждение

Исследования показали, что магнитотропные реакции клеточного звена неспецифической резистентности являются дозозависимыми и имеют специфику, связанную с полом. Светосумма ХЛ-ответа коррелировала с уровнем магнитной индукции ( $r = 0,79$ ), тогда как прооксидантный сдвиг, выявленный у 92% пациентов, не зависел от мощности магнитного воздействия. Преобладающим эффектом ОМТ при уровне магнитной индукции 1 мТл, но не 0,75 или 0,5 мТл, было резкое усиление свободнорадикальной продукции фагоцитов у пациентов обоего пола. Подобный результат является желательным при исходной гипопродукции АФК фагоцитами, но должен быть исключен при нормо- и гиперреактивных типах фагоцитарного ответа, поскольку сопряжен с риском осложнений вследствие усиления эндогенной свободнорадикальной агрессии как метаболической основы многих патологических состояний. Коррекция гипореактивности фагоцитов с помощью ОМТ была более эффективной у мужчин, поскольку уже к 5-й процедуре (у женщин – к 10-й) наблюдалась нормализация удельной СР-продуктивности фагоцитов, уровень которой на старте был в 4–8 раз ниже нормы. Исходная нормопродукция АФК фагоцитами у пациентов обоего пола сохранялась под влиянием доз 0,5 и 0,75 мТл, тогда как под влиянием 1 мТл возрастала в 2 и более раз.

Исходная гиперпродукция фагоцитов наиболее успешно корректировалась под влиянием доз, меньших, чем 1 мТл. При этом у женщин достоверное снижение удельной ХЛ-активности фагоцитов наблюдалось только под воздействием дозы 0,75 мТл и достигалось уже к 5-й процедуре. У мужчин эффективными были дозы 0,5 и 0,75 мТл, однако в первом случае клеточная реактивность нормализовалась только к 10-й процедуре, а во втором – уже к 5-й, причем продолжение магнитотерапии у 35% пациентов приводило к повторному усилению СР-активности клеток крови. По полученным в ходе исследования данным с помощью модуля «Nonlinear estimate» построены экспоненциальные модели зависимости «доза-эффект». Судя по результатам, максимальная нормализация функционально-метаболического ответа фагоцитов наблюдалась при плотности магнитного потока 0,75 мТл в режиме 10 процедур у 55% женщин и у 65% мужчин. Таким образом, гипореактивный ответ у мужчин корректируется легче, чем у женщин; дозы ОМТ ниже 1 мТл являются предпочтительными для снижения риска эндогенной свободнорадикальной агрессии; при использовании дозы 0,75 мТл для достижения положительного результата ОМТ

часто достаточно 5, а не 10 процедур.

Проведенными исследованиями установлено, что при дозе магнитной индукции 1 мТл в среднем по группе общее количество лейкоцитов и доля фагоцитирующих клеток достоверно не изменялись (таблица 1). Из таблицы 1 видно, что у 19% обследованных пациентов указанные показатели оставались неизменными на всех этапах ОМТ, тогда как у 48% достоверно повышались, а у 33% – снижались относительно фоновых значений. При оценке среднегрупповых значений эти разнонаправленные изменения нивелировались и оставались в пределах референтных значений. В то же время независимо от количества фагоцитирующих клеток их функциональная активность однотипно возрастала под влиянием ОМТ при дозе магнитной индукции 1 мТл (таблица 2).

Таблица 1 – Динамика показателей неспецифического клеточного иммунитета у пациентов под влиянием ОМТ

| Количество пациентов, <i>n</i> , чел.    | Доля выборки, % | Этапы ОМТ        |                     |                      | Изменения показателя |
|--|-----------------|------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
|  |                 | до лечения (фон) | после 5-й процедуры | после 10-й процедуры |                      |
| Лейкоциты, $\cdot 10^9$ кл/л (норма 4–9) |                 |                  |                     |                      |                      |
| 10                                       | 19              | $4,5 \pm 0,3$    | $4,9 \pm 0,4$       | $3,8 \pm 0,3$        | отсутствуют          |
| 25                                       | 48              | $4,5 \pm 0,2$    | $5,1 \pm 0,4$       | $6,0 \pm 0,3^{**}$   | возрастание          |
| 17                                       | 33              | $5,3 \pm 0,4$    | $6,4 \pm 1,3$       | $4,1 \pm 0,2^*$      | снижение             |
| всего по выборке:                        |                 |                  |                     |                      |                      |
| 52                                       | 100             | $5,1 \pm 0,3$    | $5,3 \pm 0,5$       | $5,1 \pm 0,6$        | отсутствуют          |
| Уровень фагоцитоза, %, норма (45 – 55)   |                 |                  |                     |                      |                      |
| 10                                       | 19              | $45,9 \pm 3,7$   | $47,0 \pm 4,9$      | $45,4 \pm 4,0$       | отсутствуют          |
| 25                                       | 48              | $40,8 \pm 3,0$   | $52,6 \pm 3,8$      | $65,1 \pm 2,2^{**}$  | возрастание          |
| 17                                       | 33              | $51,2 \pm 4,4$   | $41,2 \pm 4,3$      | $33,9 \pm 2,7^*$     | снижение             |
| всего по выборке:                        |                 |                  |                     |                      |                      |
| 52                                       | 100             | $45,3 \pm 2,2$   | $46,3 \pm 3,1$      | $48,3 \pm 1,9$       | отсутствуют          |

Примечание –  $p < 0,05$ ,  $** p < 0,01$  (под контролем критерия Стьюдента)

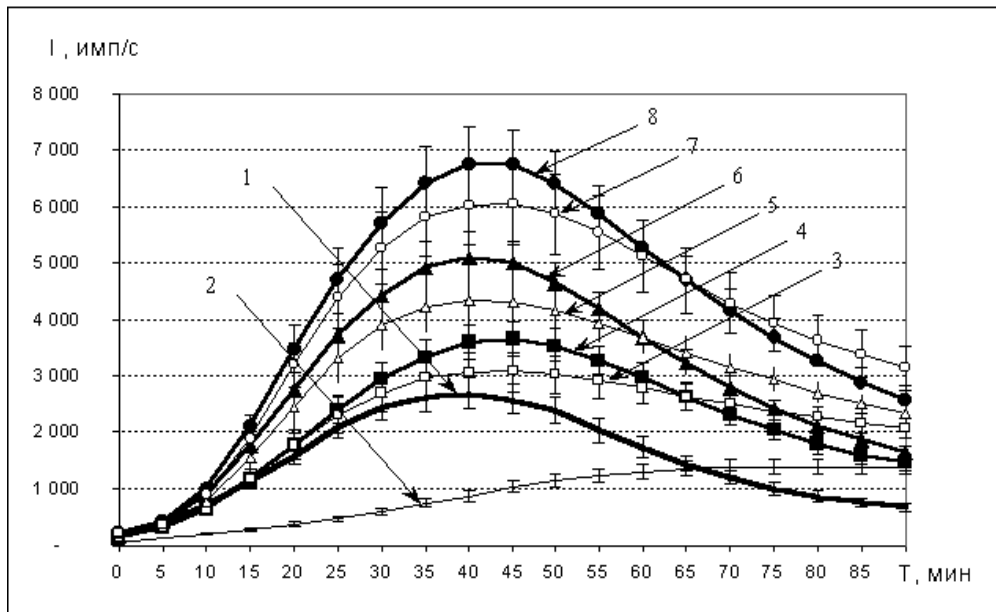
Таблица 2 – Динамика показателей активированного ХЛ-ответа фагоцитов у пациентов под влиянием ОМТ

| Количество пациентов, чел.                     | Доля выборки, % | Этапы ОМТ        |                     |                      | Изменения показателя ХЛ-ответа |
|--|-----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|
|  |                 | до лечения (фон) | после 5-й процедуры | после 10-й процедуры |                                |
| $I_{\max}$ , тыс. имп/с (норма $2,9 \pm 0,1$ ) |                 |                  |                     |                      |                                |
| 10   | 19              | $4,1 \pm 0,4$    | $6,4 \pm 0,4$       | $11,8 \pm 0,1^{**}$  | возрастание                    |
| 25   | 48              | $3,5 \pm 0,2$    | $4,6 \pm 0,3$       | $6,0 \pm 0,3^*$      | возрастание                    |
| 17   | 33              | $3,5 \pm 0,2$    | $5,0 \pm 0,3$       | $5,8 \pm 0,4^*$      | возрастание                    |
| всего по выборке:                              |                 |                  |                     |                      |                                |
| 52   | 100             | $3,7 \pm 0,7$    | $5,1 \pm 0,6$       | $6,7 \pm 0,9^{**}$   | возрастание                    |
| $S$ , млн. имп/90 мин. (норма $8,4 \pm 0,4$ )  |                 |                  |                     |                      |                                |
| 10   | 19              | $11,2 \pm 0,6$   | $17,7 \pm 1,2$      | $30,8 \pm 1,5^{**}$  | возрастание                    |
| 25   | 48              | $11,6 \pm 0,6$   | $15,5 \pm 0,9$      | $20,7 \pm 1,2^{**}$  | возрастание                    |
| 17   | 33              | $10,9 \pm 0,9$   | $14,8 \pm 0,9$      | $18,3 \pm 1,1^*$     | возрастание                    |

| всего по выборке: |     |                |                |                     |             |
|-------------------|-----|----------------|----------------|---------------------|-------------|
| 52                | 100 | $12,1 \pm 1,8$ | $16,3 \pm 2,1$ | $21,5 \pm 2,9^{**}$ | возрастание |

Примечание –  $p < 0,05$ ,  $** p < 0,01$  (под контролем критерия Стьюдента)

При исходной гиперпродукции фагоцитами АФК применение ОМТ в дозе 1 мТл приводила к 2–3-кратному возрастанию уровня не только активированной, но и базальной реактивности клеток крови (рисунок 1).



норма: 1 – ХЛ активированная (ХЛ<sub>акт</sub>), 2 – ХЛ базальная (ХЛ<sub>баз</sub>);  
 ОМТ до лечения: 3 – ХЛ<sub>акт</sub>, 4 – ХЛ<sub>баз</sub>;  
 ОМТ в ходе лечения: 5 – ХЛ<sub>акт</sub>; 6 – ХЛ<sub>баз</sub>;  
 ОМТ после лечения: 7 – ХЛ<sub>акт</sub>; 8 – ХЛ<sub>баз</sub>.

**Рисунок 1 – Возрастание активированного и базального ХЛ-ответа фагоцитов крови пациентов под влиянием ОМТ**

Из рисунка 1 видно, что повышенный уровень продукции свободных радикалов активированными фагоцитами, выявленный еще до воздействия ОМТ (1 мТл), в ходе лечения вращающимся магнитным полем еще больше возрастал, причем величина базальной продукции АФК достигала уровня активированной реакции фагоцитов. Это означает, что антиоксидантные механизмы, обеспечивающие удаление избыточного количества свободных радикалов, были подавлены или истощены, и применение ОМТ при данных условиях способствовало нарастанию эндогенной агрессии и не снижало, а увеличивало риск вторичного патогенеза.

Учет исходного типа продукции АФК фагоцитами крови пациентов до лечения показал, что под влиянием дозы 1 мТл удовлетворительное соответствие ХЛ-ответа крови норме достигалось только при начальной гипопродуктивности клеток (частота встречаемости 18%). Для нормализации ХЛ-ответа фагоцитов у подавляющей части обследованных пациентов (82%) оптимальными оказались дозы ОМТ 0,5 мТл и 0,75 мТл. В частности, если исходный уровень активности фагоцитов до начала лечения соответствовал норме (частота встречаемости 34%), то наиболее благоприятному терапевтическому эффекту ОМТ в течение всего курса лечения соответствовал уровень индукции магнитного потока 0,5 мТл. При исходной



гиперреактивности фагоцитов (частота встречаемости 48%) адекватной дозой магнитной индукции являлась 0,75 мТл, при этом достоверное снижение ( $p < 0,001$ ) удельной активности фагоцитов происходило уже к 5-й процедуре (таблица 3).

Таблица 3 – Дозозависимое влияние ОМТ на удельную активность фагоцитов крови

| Магнитная индукция | Удельная активность фагоцитов <sup>1</sup> , $M_x \pm m_x$ (имп/кл) |                |               |              |
|--------------------|---|----------------|---------------|--------------|
|                    | до лечения  | в ходе лечения | после лечения | норма        |
| 1 мТл              | 89,8 ± 9,1**  | 281,1 ± 18,0   | 264,7 ± 16,4  | 278,1 ± 12,4 |
| 0,5 мТл            | 303,9 ± 29,0*   | 277,8 ± 20,1   | 250,3 ± 17,3  |              |
| 0,75 мТл           | 623,3 ± 64,2**  | 289,2 ± 31,4   | 293,9 ± 27,2  |              |

Примечание – Отношение светосуммы к количеству фагоцитов; \* $p < 0,05$ , \*\* $p < 0,01$ , достоверность отличий от нормы оценивали по критерию Стьюдента.

Следовательно, для эффективной терапии необходимо предварительное определение исходного типа реактивности фагоцитов крови.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Бахмутский, Н.Г. Оценка эффективности влияния вихревого поля на течение опухолевого процесса у больных генерализованным раком молочной железы / Н.Г. Бахмутский // Советская медицина. – 1991. – № 7. – С. 25–27.
- 2 Системы комплексной электромагнитотерапии / А.М. Беркутов [и др.]. – М., 2000. – 376 с.
- 3 Добрынин, Я.В. Магнитотерапевтическая установка «Магнитотурботрон-2» : руководство для медицинских специалистов / Я.В. Добрынин. – Москва, 1998. – 16 с.
- 4 Ефремушкин, Г.Г. Влияние комплексного санаторного лечения с применением общей магнитотерапии на гемодинамику больных артериальной гипертензией / Г.Г. Ефремушкин, Н.В. Дуруда // Вопр. курортологии и физиотерапии. – 2003. – № 3. – С. 9–12.
- 5 Подавление неспецифической резистентности организма при действии крайневисокочастотного электромагнитного излучения низкой интенсивности / М.П. Коломыцева [и др.] // Биофизика. – 2002. – Т. 47, Вып. 1. – С. 71–77.
- 6 Лесовская, М.И. Адаптационный потенциал неспецифической резистентности здоровых людей при различных функциональных нагрузках и состояниях организма : монография / М.И. Лесовская. – Красноярск : РИО КГПУ, 2003. – 248 с.
- 7 Прооксидантное влияние общей магнитотерапии на функциональную активность фагоцитов у пациентов при остеохондрозе / М.И. Лесовская [и др.] // Человек и Вселенная. – 2003. – № 7 (28). – С. 41–47.
- 8 Черешнев, В.А. Синдром экологически обусловленного вторичного иммунодефицита и пути его коррекции / В.А. Черешнев // Материалы конф. Соросовских учителей, Екатеринбург, 3–4 ноября 1999 г. – Екатеринбург, 1999. – С. 3–6.

#### ***I.S. Ishutin, M.I. Lesovskaya, T.K. Krotova. Forecast to Efficiency General Magnitotherapy by Means of Chemiluminescence Blood Test***

The article is devoted to the individual selection of magnetic induction doze by means of blood chemiluminescence analysis, which allows lowering of aggression risk of internal free radicals as metabolic basis of secondary pathologies.

УДК 612.1

*В.В. Трифонов, В.И. Корденкова*

## **РЕАКТИВНОСТЬ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ НА ОРТОСТАТИЧЕСКУЮ ПРОБУ У ЗДОРОВЫХ И ЛИЦ, СТРАДАЮЩИХ ГИПЕРТЕНЗИЕЙ**

В статье рассматриваются выраженность и направленность изменений показателей системного кровообращения в ответ на постуральное воздействие.

Показано, что изменения тонуса артериол и венозных сосудов связаны со стабилизацией давления крови в обменных сосудах, которые в свою очередь отражаются на уровне системного АД. При этом изменения показателей системного кровообращения в ответ на постуральное влияние у лиц с нормальным уровнем АД выражены в большей степени, чем у лиц с гипертензией.

У лиц с гипертензией постуральное влияние выражено повышением тонуса венозных сосудов. Следствием этого является перераспределение крови между депонирующими сосудами и сосудами доставки, что приводит к нарастанию периферического сопротивления кровотоку и АД.

Необходимо отметить, что на первой минуте ортостаза у лиц с гипертензией отмечается повышение всех показателей АД, в то время как у людей с оптимальным уровнем АД его изменений не наблюдалось.

### **Введение**

Артериальная гипертензия (АГ) не только одно из самых распространенных, но и одно из наименее диагностируемых (на ранних этапах) заболеваний. У значительной части людей АГ протекает с длительной асимптомной стадией [1]. Диагностика АГ не представляет трудностей при артериальном давлении, постоянно превышающем границу физиологической нормы. Однако нормальная величина АД может наблюдаться и при измененном соотношении выброса крови сердцем и периферического сопротивления, которое возникает при АГ. В этом случае показатель среднего АД маскирует неблагоприятные изменения со стороны тонуса сосудов и работы сердца.

У здоровых людей АД поддерживается оптимальным соотношением сердечного выброса и периферического сопротивления кровотоку. Под оптимальным соотношением понимается выброс крови сердцем и такое периферическое сопротивление кровотоку, при которых сохраняется не только физиологический уровень АД, но и режим кровообращения [2].

Ранее высказывалось предположение [2], что высокое АД направлено на преодоление сопротивления току крови со стороны тонически напряженных артериол и тем самым поддержания должного венозного возврата крови к сердцу при вертикальном положении тела. Такое положение, в котором человек пребывает большую часть дня, неизбежно вызывает изменение физических условий работы сердечно-сосудистой системы. В этом положении гидростатическое давление крови является постоянно действующим фактором, который оказывает существенное влияние на ее циркуляцию.

Цель исследования – изучение не только значения показателей кровообращения, но и выраженность и направленность их изменений в ответ на постуральное воздействие. Такая оценка, на наш взгляд, позволит диагностировать предрасположенность к стойкому повышению АД.

### **Методика исследования**

В исследовании принимали участие 67 мужчин в возрасте 20–45 лет, имеющих

на момент обследования стойкое повышение АД, и 28 человек с физиологическим уровнем АД. В качестве теста использована ортостатическая проба. Оценивались показатели системного кровообращения и давления крови в микрососудах пальцев нижней конечности, которые регистрировались на первой, пятой и десятой минутах в положении лежа, а затем – стоя.

АД регистрировали осциллометрическим методом. АД среднее рассчитывали по формуле:

$$АД_{ср} = 0,427(АД_{с} - АД_{д}) + АД_{д},$$

где АД<sub>ср</sub> – артериальное давление среднее, АД<sub>с</sub> – артериальное давление систолическое, АД<sub>д</sub> – артериальное давление диастолическое.

Систолический объем крови (СО), периферическое сопротивление кровотоку (ОПС), минутный объем крови (МОК) и частота сердечных сокращений (ЧСС) определялись методом грудной тетраполярной реокардиографии по Кубичеку.

Давление крови в микрососудах пальцев нижней конечности регистрировали с использованием окклюзионной фотоплетизмографической методики [3].

### Результаты исследования и их обсуждение

Пребывание лиц с гипертензией в положении лежа на первой и пятой минутах не вызывало изменений показателей АД. Только на 10-й минуте рассматриваемого положения произошло уменьшение АД ( $p < 0,001$ ). АД<sub>с</sub> снизилось на 3,6 %, АД<sub>д</sub> на 3,4% и АД<sub>ср</sub> на 3,4% по сравнению с соответствующими значениями, зарегистрированными на первой минуте данного положения испытуемого. При этом на 10-й минуте нами отмечено снижение ОПС на 4,8%, в то время как производительность сердца на первой, пятой и десятой минутах оставалась без изменений.

Значения показателей АД, работы сердца и тонуса резистивных сосудов, зарегистрированные у лиц с гипертензией при положении лежа, представлены в таблице 1.

Снижение ОПС при отсутствии изменений МОК и наличие тесной отрицательной корреляционной зависимости ( $r = -0.83$ ,  $p < 0,0001$ ) между этими показателями, которая нами отмечена на десятой минуте рассматриваемого положения, указывают на дилатацию венозных сосудов.

Таблица 1 – Значения показателей АД, работы сердца и тонуса резистивных сосудов у лиц с гипертензией в положении лежа

| Показатели                                   | Время (мин)   |               |                  |
|--|---------------|---------------|------------------|
|  | 1             | 5             | 10               |
| АД <sub>с</sub><br>мм рт. ст.                | 152,1 ± 12,2  | 148,5 ± 13,0  | 146,6 ± 12,2*    |
| АД <sub>д</sub><br>мм рт. ст.                | 90,3 ± 11,8   | 89,6 ± 14,0   | 87,2 ± 9,97*     |
| АД <sub>ср</sub><br>мм рт. ст.               | 116,2 ± 10,7  | 114,4 ± 12,6  | 112,2 ± 9,9 *    |
| ОПС<br>дин·с <sup>-1</sup> ·см <sup>-5</sup> | 4431 ± 1793,2 | 4316 ± 1776,3 | 4216,2 ± 1827,9* |
| МОК<br>л/мин                                 | 2,3 ± 0,88    | 2,3 ± 0,94    | 2,4 ± 0,91       |

Примечание – \* – отмечены величины показателей, достоверно отличающиеся

( $p < 0,001$ ) от соответствующих значений, зарегистрированных на первой минуте

В пользу данного утверждения свидетельствует также поддержание давления крови в микрососудах на стабильном уровне при уменьшении ОПС, так как известно, что давление крови в обменных сосудах регулируется соотношением прекапиллярного к посткапиллярному сопротивлению кровотоку. В нашем случае изменение ОПС при неизменном тоне венозных сосудов должно было бы вызвать повышение давления крови в микрососудах. Однако его значения на первой, пятой и десятой минутах поддерживались на стабильном уровне и были равны: на первой минуте –  $9,41 \pm 0,25$  (1,78) мм рт. ст., на пятой –  $9,86 \pm 0,22$  (1,56) мм рт. ст. и на десятой минуте  $9,7 \pm 0,23$  (1,64) мм рт. ст.

Таким образом, на десятой минуте пребывания в положении лежа уменьшение АД, вызванное снижением ОПС, сопровождается адекватной, по степени выраженности, дилатацией венозных сосудов. Это дает основание считать, что изменение тонуса стенок артериол и венозных сосудов связаны со стабилизацией давления крови в обменных сосудах, которая в свою очередь отражается на уровне АД.

Необходимо отметить, что в положении лежа все изучаемые нами показатели у лиц с физиологическими величинами АД поддерживались на стабильном уровне.

Следовательно, пребывание в горизонтальном положении вызывает снижение АД и ОПС у лиц с гипертензией, в то время как у людей с нормальным АД все показатели системного кровообращения поддерживались на стабильном уровне.

На первой минуте ортостаза у лиц с гипертензией отмечено достоверное ( $p < 0,001$ ) повышение значений всех показателей АД (по сравнению со значениями, зарегистрированными на 10-й минуте в положении лежа). При этом у лиц с нормальным уровнем АД его величины оставались без изменений.

У лиц с гипертензией повышение АД среднего на 6,9% обусловлено констрикцией артериол. На это указывает повышение ОПС на 27,8% по сравнению с величиной, зарегистрированной на 10-й минуте горизонтального положения. Хотя при этом и отмечается снижение МОК на 17,5%, однако изменение ОПС выражено в большей степени, чем МОК, что и привело к увеличению АД на первой минуте ортостаза.

Установлено, что поддержание показателей АД здоровых испытуемых на стабильном уровне, при постуральном влиянии, обусловлено близкими по степени выраженности изменениями ОПС (повысилось на 33%) и МОК (снизился на 32%). Эти данные согласуются с исследованиями [4], согласно которым в результате постурального влияния у здоровых людей происходит уменьшение систолического объема крови (СО) на 40 %, компенсаторное повышение частоты сердечных сокращений (ЧСС) на 10–30 уд./мин и увеличение общего периферического сопротивления (ОПС) на 30 % по сравнению с соответствующими показателями, зарегистрированными в положении лежа. При этом среднее артериальное давление крови (АД<sub>ср</sub>) поддерживается на постоянном уровне или снижается незначительно.

Таким образом, у лиц с гипертензией на первой минуте ортостаза увеличение АД вызвано неадекватными по степени выраженности изменениями состояния тонуса резистивных сосудов и производительности сердца.

При сравнительном анализе постурального влияния на кровообращение у лиц с гипертензией и нормальным уровнем АД необходимо отметить следующее:

- на первой минуте ортостаза у лиц с гипертензией отмечается повышение всех показателей АД, в то время как у людей с нормальным уровнем АД его изменений не наблюдалось;
- в ответ на постуральное воздействие изменения МОК и ОПС у лиц с нормальным уровнем АД выражены в большей степени и более адекватны, чем у лиц

с гипертензией.

Таким образом, все вышеизложенное, а также наличие у лиц с гипертензией тесной отрицательной корреляции ( $r = -0,88$ ,  $p < 0,0001$ ) между показателями ОПС и МОК на первой минуте ортостаза позволяет сделать следующий вывод.

У лиц с гипертензией постуральное влияние сопровождается повышением тонуса венозных сосудов. Следствием этого является перераспределение крови между депонирующими сосудами и сосудами доставки, что приводит к нарастанию ОПС и АД.

Этот вывод согласуется с результатами исследований [5], в которых указывается на повышенный тонус венозных сосудов у лиц с АГ, и, что особенно важно, его увеличение отмечается параллельно с повышением АД.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Неберидзе, Д.В. Мягкая артериальная гипертензия / Д.В. Неберидзе // Русский медицинский журнал. – 1997. – Т. 5, № 9. – С. 566–570.

2 Аринчин, Н.И. Гипертоническая болезнь как нарушение саморегуляции кровообращения / Н.И. Аринчин, Г.В. Кулаго. – Минск : Наука и техника, 1969. – 104 с.

3 Характеристика давления крови в микрососудах пальцев конечностей у больных эссенциальной гипертензией при различных положениях тела человека / В.В. Трифонов [и др.] // Российский кардиологический журнал. – 2001. – № 5. – С. 28–30.

4 Осадчий, Л.И. Положение тела и регуляция кровообращения / Л.И. Осадчий. – Ленинград : Наука, 1982. – 145 с.

5 Пшеровски, И. Емкостные сосуды при гипертензии / И. Пшеровски [и др.] // Гемодинамические и нейрогуморальные аспекты гипертензии : материалы симпозиума. – Москва, 1983. – С.101–106.

#### ***V.V. Trifonow, V.I. Kordenkova. Reactance of Cardiovascular System on Ortostatic Test at Healthy and Persons Suffering the Hypertensia***

The expressiveness and orientation of parameter changes of system blood circulation in reply to orthostatic influence are considered in the article.

It is shown, that changes of arteriole tone and venous vessels are connected with stabilization of blood pressure in exchange vessels which is in turn reflected in the level of blood pressure (BP). However, parameter changes of system blood circulation in reply to postural influence on the persons with normal level of BP are expressed in a greater degree and more adequate, than on the persons with hypertension

For persons with hypertension the orthostatic influence is accompanied by the increase of venous vessel tone. The consequence of this is the redistribution of blood between depositing vessels and arterial vessel of delivery, which leads to the increase of general peripheral resistance and the BP.

It is necessary to note, that during the first minute of orthostatic persons with hypertension show the increase of all the indicators of BP while people with a normal level the BP show no changes of its parameters.

УДК 796

*А.В. Шаров*

## **ОПТИМАЛЬНАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ НАГРУЗКИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ И ОЗДОРОВЛЕНИЯ: АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР И РЕКОМЕНДАЦИИ**

Для видов деятельности с преимущественным проявлением выносливости достаточно эффективным способом контроля за интенсивностью нагрузки является показатель частоты сердечных сокращений. Наиболее проблематичным является определение максимальной ЧСС. Это вызвано тем, что основные изменения аэробной производительности происходят в диапазоне от 75 до 90% от максимальной ЧСС. Таким образом, для спортсменов становится важным определение данного показателя. Формулы определения, связанные с возрастом, не могут отразить реальных значений. В аналитическом обзоре даны современные подходы определения ЧСС<sub>макс</sub>. Представляются данные для разных видов спорта: бег, плавание, гребля, велоспорт. Приводятся практические примеры определения оптимальной интенсивности нагрузки для бегунов: для оздоровления наиболее приемлем диапазон 60–75% ЧСС<sub>макс</sub>, для функционального аэробного развития – 75–90% ЧСС<sub>макс</sub>, для высокоэффективных интервальных тренировок – 90 – 95% ЧСС<sub>макс</sub>.

### **Актуальность**

Научные разработки часто детализируют разнообразные аэробные методы тренировки, которые способны повысить выносливость, максимальное потребление кислорода (МПК) и анаэробный порог [1]. Для объяснения воздействия обычно обращаются к качественным производным – общей, специальной, аэробной и т. д. выносливости, тренировочной интенсивности и сердечной производительности, позволяющей достигнуть более высокого результата в видах спорта с преимущественным проявлением выносливости. Как правило, рекомендуется тренировка с высокой интенсивностью, с очень высокими показателями сердечной производительности, чтобы достичь результатов, которые должны происходить при работе в истинно устойчивом состоянии, соответствующей относительно умеренной мощности работы. Часто ее определяют как целевую интенсивность аэробного тренировочного развития. Таким образом, использование целевой тренировочной интенсивности и значений частоты сердечных сокращений является также полезным для тех, кто ставит целью использование аэробной тренировки для улучшения здоровья и подготовленности или общей подготовленности при спортивном восстановлении. Такая аэробная тренировка предполагает деятельность на выносливость, типа езды на велосипеде, плавания, бега или гребли, выполненных непрерывно в течение некоторого времени, обычно 30–40 минут. Рекомендуется, чтобы этот вид деятельности был выполнен от трех до пяти раз в неделю, тогда это вызовет оптимальные изменения.

Можно заключить, что основой аэробной тренировки является работа умеренной интенсивности. Американский Колледж Спортивной Медицины (ACSM) официально рекомендует, чтобы оптимальная интенсивность была между 60 и 80% от МПК [2]. МПК – максимальное количество кислорода, в миллилитрах, часто измеряется за одну минуту на килограмм веса тела. Это – стандартная мера аэробной пригодности. Однако невозможно поддерживать режим деятельности при максимальном использовании кислорода дольше, чем приблизительно 8–10 минут. Таким образом для общей тренировки подготовленности нужно стремиться работать на уровне 60–80% максимальной аэробной способности и поддерживать этот уровень в течение 30–40 минут. Эта интенсивность сопоставима с тренировкой спортсменов элитных уровней,

которые используют ее в тренировках «в устойчивых состояниях» (steady state). При выполнении некоторых из более напряженных тренировок в данном интервале интенсивности элитные спортсмены будут выполнять работу больше, чем 85% от их индивидуального МПК. Другая сторона данного состояния, деятельность в интенсивности 40% МПК, вероятно, улучшит здоровье, но не будет значительно повышать аэробную подготовленность. Все это поставило вопрос о нормировании интенсивности выполнения упражнений.

### **Предположительные нормы планирования интенсивности**

Для тренинга очень важно оценить интенсивность упражнения как процент от МПК, как тренировочной нормы сердечной производительности. Это очень полезно для начинающих и квалифицированных спортсменов, потому что, контролируя частоту сердечных сокращений (ЧСС), можно определить количество напряжения в тренировке и целевую оптимальную интенсивность для получения максимального улучшения аэробной производительности. Эти вычисления возможны из-за линейных отношений между сердечной производительностью (ЧСС) и потреблением кислорода (ПК) при увеличивающихся нагрузках. В.Р. Londeree и др. [3], исследуя взаимосвязь интенсивности выполнения нагрузки в процентах от МПК с процентами от ЧСС максимальной, нашли следующую взаимосвязь, которая выражалась следующим уравнением регрессии:

$$Y = 1,369 (\pm 0,033)X - 40,99 (\pm 2,66) \quad (1)$$

при  $r = 0,963$

Например, во время покоя ЧСС составляет 70 уд./мин. При этой ЧСС ПК было бы примерно на уровне основного обмена, который находится на уровне приблизительно 3,5 мл/кг/мин [1]. Если начать идти, ЧСС может увеличиться приблизительно к 100 уд./мин, поскольку ПК возрастает, чтобы справиться с дополнительным запросом энергии. Если теперь перейти на трусцу (джоггинг), его ЧСС будет повышаться снова, до 140 уд./мин, поскольку ПК увеличивается далее. Если бежать с такой скоростью, какую можно поддерживать в течение трех минут, ЧСС могла бы подойти к его максимуму 190 уд./мин. В этой точке достигается максимальное ПК. Поэтому при МПК ЧСС – также на максимуме (ЧСС<sub>М</sub>), и в проценте от МПК есть соответствующий процент от ЧСС<sub>М</sub>. Эти отношения показали, что имеются свои взаимоотношения по полу, возрасту и типу упражнения.

ACSM [2] дает следующие соотношения, где 40% МПК соответствуют 55%-ной ЧСС<sub>М</sub>, 60% МПК соответствует 70%-ной ЧСС<sub>М</sub>, 80% МПК соответствует 85%-ной ЧСС<sub>М</sub>, и 85% МПК – 90%-ой ЧСС<sub>М</sub>. Эти данные получены из различных исследований, которые сравнили ПК с ЧСС и определили уравнения регрессии для процентов ЧСС<sub>М</sub> в соответствии с процентами от МПК. Такие критерии определения интенсивности работы существовали к началу 90-х годов прошлого века.

Для примера можно привести определение основных зон нагрузки у бегунов. С. Guzman, Р. Rico [4] предлагают определять скорость бега и ЧСС на уровне аэробных и анаэробных переходов исходя из установившихся фактов: определения максимальной ЧСС (ЧСС на уровне МПК), ЧСС покоя, среднем проценте интенсивности пороговых режимов от уровня ЧСС<sub>М</sub>, возможностью определения интенсивности МПК (тест Купера, тест Конкони, результаты в беге на 3 и 5 км.).

Условия определения рабочей ЧСС режимов аэробной тренировки:

1. Определение возможной максимальной ЧСС (ЧСС<sub>М</sub>):

$$220 - \text{возраст (в годах)} = \text{ЧСС}_M$$

2. Определение рабочего диапазона ЧСС:

$$\text{ЧСС}_M - \text{ЧСС}_O = \text{ЧСС}_P,$$

где  $\text{ЧСС}_O$  – ЧСС покоя.

3. Определение относительной напряженности (R):

$$\text{ЧСС}_P \times \% \text{ интенсивности} = R \text{ (по таблице 1 – 70, 80, 90).}$$

4. Определение интенсивности по ЧСС:

$$R + \text{ЧСС}_P = \text{ЧСС интенсивности работы.}$$

Таблица 1 – Основные зоны интенсивности аэробных нагрузок

| Зоны нагрузки | % взрослые | % дети | ЧСС (пример) | Скорость (пример) |
|---------------|------------|--------|--------------|-------------------|
| Аэробная      | 70%        | 60%    | 145–158      | 5:03              |
| Аэроб.-анаэр. | 80%        | 72,5%  | 159–171      | 4:25              |
| Анаэроб.      | 90%        | 85%    | 172–185      | 3:55              |
| Максимальная  | 100%       | 100%   | > 185        | 3:31              |

### Современные подходы к планированию норм интенсивности аэробной нагрузки

Любые целевые вычисления процентов  $\text{ЧСС}_M$  обеспечивают средство определения количества интенсивности упражнения, чтобы оптимизировать результаты тренировки. Если оптимальная интенсивность тренировки – 60–80% МПК, тогда, согласно ACSM, оптимальное тренировочное напряжение соответствует ЧСС – в 70% от  $\text{ЧСС}_M$ . Однако ACSM сделал эти официальные рекомендации в 1991 [2]. С тех пор изучение в США этих положений [5] подвергло критике математические методы, которые обычно получали уравнения регрессии в предыдущем исследовании. Используя более достоверные статистические процедуры, они вновь исследовали отношения между процентами МПК и процентами  $\text{ЧСС}_M$  и нашли, что ACSM формула недооценивает ЧСС по целевой зоне в соответствии процентов от МПК.

Их результаты вели к уравнению регрессии, как:

$$\% \text{ ЧСС}_M = 0,64 \times \% \text{ МПК} + 37 \quad (2)$$

Это означает, что 40% МПК соответствуют 63%  $\text{ЧСС}_M$ , 60% МПК соответствуют 75%  $\text{ЧСС}_M$ , 80% МПК соответствуют 88%  $\text{ЧСС}_M$  и 85% МПК соответствуют 92%  $\text{ЧСС}_M$ . Поэтому, используя эти результаты, оптимальная тренировка по диапазону ЧСС для общей аэробной подготовленности – 75–88%  $\text{ЧСС}_M$ , значительно выше, чем 70–85%  $\text{ЧСС}_M$  предложенной ACSM. Если предположить, что  $\text{ЧСС}_M$  будет 190 уд./мин, используя данные для нетренированного человека [5], то его целевой диапазон ЧСС – 143–168 уд./мин, в противоположность рекомендованному диапазону ACSM 133–161 уд./мин [2].

Более тщательное исследование нетренированных людей [5], таким образом, предлагает, чтобы тренировка через нормирование по ЧСС должна быть в диапазоне 75–88%  $\text{ЧСС}_M$  для получения оптимальных результатов. Для элитных атлетов нетренированные [5] показали, что процент  $\text{ЧСС}_M$  для того же самого процента МПК должен быть сравнительно немного выше. Поэтому для установившихся норм тренировки диапазон  $\text{ЧСС}_T$  будет 77–89%  $\text{ЧСС}_M$  соответствовать элитным спортсменам. Для высоконапряженной тренировки интенсивность должна соответствовать вышеупомянутым 85% МПК или более чем 92%  $\text{ЧСС}_M$ .

Например, в течение тренировки, включающей 6 x 800 м, достигающей темпа бега на 5 км, интенсивность тренировки будет равна 90–95% МПК. Это соответствовало бы напряжению по  $\text{ЧСС}_T = 95–97\% \text{ ЧСС}_M$ . Мы можем ясно видеть на



этих примерах, что точное знание, какой процент ЧСС<sub>Т</sub> соответствует целевому проценту МПК, очень полезно и для усредненных показателей, и для элитных спортсменов. Используя формулу, полученную на нетренированных людях [5], мы можем вычислить цель тренировочной нормы ЧСС для специфической цели индивида. Так как же точна расчетная ЧСС<sub>М</sub>?

Самый легкий и самый известный метод состоит в том, чтобы использовать формулу:

$$\text{ЧСС}_M = 220 - \text{возраст} \quad (3)$$

Это – метод, рекомендованный в руководящих принципах ACSM. Однако фактическое происхождение для этого уравнения регрессии никогда не издавалось. Это используется потому, что это – простой способ получить хорошую оценку ЧСС<sub>М</sub>. В попытке быть более точными были проведены многочисленные частные изучения, чтобы исследовать отношения между ЧСС<sub>М</sub>, возрастом и другими факторами. Статья В.Р. Londeree, N. Mooschborger [5] сопоставляет данные от предыдущих исследований, чтобы по предыдущим исследованиям сравнить результаты и найти общие закономерности.

Они показали, что ЧСС<sub>М</sub> изменяется, главным образом, с возрастом, но эти отношения – не линейны. Таким образом, формула 220 – возраст, немного неточна. Для взрослых до 30 лет этот подход определит слишком высокую ЧСС<sub>М</sub>, а для взрослых старше 45 лет – недооценит ЧСС<sub>М</sub>. Это особенно верно для хорошо тренированных людей свыше 45 лет, ЧСС<sub>М</sub> которых не уменьшается настолько в сравнении с нетренированными индивидами того же возраста. Авторы предлагают альтернативную формулу:

$$\text{ЧСС}_M = 206,3 - (0,711 \times \text{возраст}) \quad [4]$$

Точно так же S.K. Miller et al. [6] предлагают формулу

$$\text{ЧСС}_M = 217 - (0,85 \times \text{возраст}) \quad [5]$$

Такой подход определяет наиболее достоверное вычисление ЧСС<sub>М</sub>.

Для сравнения, в британской модели тренировки ЧСС<sub>М</sub> определяется по половой принадлежности:

$$\text{Для женщин } \text{ЧСС}_M = 209 - (0,7 \times \text{возраст}) \quad [6]$$

$$\text{Для мужчин } \text{ЧСС}_M = 214 - (0,8 \times \text{возраст}) \quad [5]$$

Данные авторы [6] также исследовали другие переменные, чтобы видеть, имели ли они эффект на ЧСС<sub>М</sub>. Они обнаружили, что ни пол, ни характер соревнований не делают различий по этому показателю. Однако ЧСС<sub>М</sub> действительно изменяется в соответствии с уровнем подготовленности и деятельностью. Изучения показали, что ЧСС<sub>М</sub> при однообразной механической работе последовательно на 5–6 ударов выше, чем на эргометрии на велосипеде, и на 2–3 удара выше, чем на гребущем эргометре. Нормы ЧСС при плавании еще более низкие, около 14 уд./мин, чем при беге. Бег, как показал Versaclimber [8], наиболее соответствует определению ЧСС<sub>М</sub>. Автор также обнаружил, что уровни подготовленности ведут к изменению в ЧСС<sub>М</sub>, а это ставит вопрос о необходимости постоянного мониторинга за данным показателем.

Элитные спортсмены в видах на выносливость и даже умеренно тренированные индивиды будут иметь ЧСС<sub>М</sub> на три или четыре удара ниже, чем нетренированные. Однако, как уже было отмечено, это верно только для молодых атлетов. Хорошо тренированные старше 50 лет, вероятно, будут иметь более высокую ЧСС<sub>М</sub>, чем средний показатель у нетренированных такого же возраста. Это относится к тем, кто использует греблю или велосипед, к тем, кто очень способен к проявлению выносливости, а, следовательно, тренировочные режимы должны быть рассчитаны по-другому. Чтобы сделать это, В.Р. Londeree, N. Mooschborger [5] предлагают нам другую

формулу, намного более сложное диалоговое уравнение вычисления ЧСС<sub>М</sub> для различных возрастов, действий и уровней подготовленности. Однако ее очень трудно использовать без калькулятора и специальных знаний по математике.

#### **Рекомендации и примеры для использования**

Изучив различные методы вычисления ЧСС<sub>М</sub>, можно рекомендовать следующие формулы, которые дополняют формулу S.K. Miller et al. [6] по исследованию B.R. Londeree, N. Mooschborger [5]:

- использовать формулу S.K. Miller et al. ( $ЧСС_M = 217 - 0,85 \times \text{возраст}$ ) для бега и тренирующихся со средним стажем занятий;
- вычитать три удара при тренировке в гребле;
- вычитать пять ударов при тренировке на велосипеде;
- вычитать три удара из этих оценок в тренировке у элитных спортсменов до 30 лет;
- добавлять два удара для бывших элитных спортсменов 50 лет;
- добавлять четыре удара для тех, кому за 55, учитывая их возраст.

Все эти сложные проценты и формулы фактически должны давать различия, и возникает вопрос: «Являются ли старые рекомендации ACSM настолько достоверными?» Даже использование сердечных мониторов ЧСС дает небольшой эффект, если не знать точно, что рассчитанная тренировочная интенсивность представляет. Нами [9], исследовалась эффективность применения мониторов сердечного ритма в целях контроля оздоровительных программ бега. Было отмечено, что простейший мониторинг дает малый эффект, если не применять дополнительных производных, например показателей вариационной пульсометрии. Даже незначительное прерывание интенсивности бега давало отрицательные эффекты на симпатические или парасимпатические составляющие метаболизма. Использование высокотехнологичных разработок фирмы «POLAR» [11] показывает, что часто наблюдается ориентация на формулы несколько устаревшего содержания. Например, чтобы добиться нужного эффекта у 45-летнего человека, бег трусцой должен поддерживать 60% МПК в течение 20–30 минут непрерывной работы. Используя старые рекомендации ACSM, он должен был бы выполнять работу на уровне 70% ЧСС<sub>М</sub>. ЧСС<sub>М</sub> была бы оценена в 175 уд./мин при использовании формулы:  $220 - \text{возраст}$ . Это задает цель: ЧСС<sub>Т</sub> – 123 уд./мин. Однако ЧСС<sub>М</sub> бегуна, вероятнее, будет 179 уд./мин, а для нетренированного человека целью ЧСС<sub>Т</sub> должно быть значение равное 75% ЧСС<sub>М</sub>.

Эти два примера рекомендуют пересмотреть тренировки ЧСС<sub>Т</sub> = 134 уд./мин, а 11 уд./мин показывают существенные различия в целевой ЧСС<sub>Т</sub>. Если бы нетренированный 45-летний человек следовал старым рекомендациям, его тренировка была бы ниже оптимальной интенсивности в 50% МПК и он не добился бы изменений за счет предложенной продолжительности занятий. Эти погрешности также могут быть существенными и у элитных спортсменов. Например, исследуя 25-летних тренированных бегунов на средние дистанции с использованием формулы:  $220 - \text{возраст}$ , можно предположить, что их ЧСС<sub>М</sub> составляет 195 уд./мин. Однако реальные данные находятся в диапазоне от 186 до 202 уд./мин. Это подразумевает, что некоторые спортсмены могут ставить слишком высокие цели в ЧСС<sub>Т</sub> для некоторых тренировок, которые могут быть нежелательны, если цель тренинга – расстояние, а не интенсивность.

#### **Выводы**

1. Основной постулат данного анализа можно выразить в необходимости точного вычисления интенсивности нагрузки по ЧСС. Если 60% – уровень МПК, то минимальная интенсивность для аэробных усовершенствований подготовленности

будет 75, а не 70% ЧСС<sub>М</sub>, а это и есть минимальная ЧСС<sub>Т</sub>. Вероятно, используя диапазон 75–88% ЧСС<sub>М</sub> для того, чтобы тренироваться с целевой интенсивностью, спортсмены будут иметь возможность получить лучшие результаты.

2. Чтобы вычислять ЧСС<sub>М</sub>, простая формула 220 – возраст не всегда точна. Альтернативные формулы вычислений дадут более точные оценки. Для новичков и индивидуумов, обучающихся для здоровья и общей подготовленности, или для юношеского спорта можно рекомендовать, чтобы вычислялась ЧСС<sub>М</sub> для выбранной тренировочной деятельности и затем вычислялось 75% ЧСС<sub>М</sub> как минимальная целевая тренировочная интенсивность. В течение тренировок используйте показатели ЧСС, контролируя по кардиомонитору или рассчитывая пульс после окончания работы и удостоверяясь, что делается достаточно напряженное усилие, чтобы вызвать ЧСС<sub>Т</sub> до требуемого уровня для улучшения подготовленности.

3. Для высококвалифицированных спортсменов необходимо использовать новые формулы, чтобы точно вычислить вашу максимальную и целевую ЧСС или определять ее в специальных тестовых заданиях или соревнованиях. Помните, что напряженные интервальные тренировки должны быть действительно жесткими, так что удостоверьтесь, что у спортсмена ЧСС<sub>Т</sub> достигает приблизительно 95% ЧСС<sub>М</sub>. Однако, когда необходимо тренироваться с умеренной интенсивностью, необходимо стремиться к 77–89% ЧСС<sub>М</sub> для данного уровня тренированности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Карпман, В.Л. Тестирование в спортивной медицине / В.Л. Карпман, З.Б. Белоцерковский, И.А. Гудков – М. : Физкультура и спорт, 1988. – 208 с.

2 ACSM Position Stand. The recommended quantity and quality of exercise for developing and maintaining cardiorespiratory and muscular fitness in healthy adults / ACSM Position Stand // *Medicine & Science in Sports & Exercise*. – 1990. – Vol. 22, № 5. – P. 265–274.

3 Londeree, B.R. Trend analysis of the % VO<sub>2max</sub> – HR regression / B.R. Londeree, S.A. Ames // *Medicine & Science in Sports & Exercise*. – 1976. – Vol. 8, № 2. – P. 122–125.

4 Guzman, C. An indirect method to determine the anaerobic threshold and the intensity zones in racer per kilometer / C. Guzman, P. Rico // *IAAF Bulletin*. – 1996. – № 3. – P. 31–32.

5 Londeree, B.R. Effect of age and other factors on HR max / B.R. Londeree, N. Mooschborger // *Research Quarterly for Exercise & Sport*. – 1982. – Vol. 53, – № 4. – P. 297–304.

6 Miller, S.K. Predicting max HR / S.K. Miller [et al.] // *Medicine & Science in Sports & Exercise*. – 1993. – Vol. 25, № 9. – P. 1077–1081.

7 Brabler, V.G. Versaelimber elicits higher V02 max than treadmill running or rowing ergometry / V.G. Brabler, N.H. Blank // *Medicine & Science in Sports & Exercise*. – 1995. – Vol. 27, № 2. – P. 249–254.

8 Swain, P.R. Target HR for the development of CV fitness / P.R. Swain [et al.] // *Medicine & Science in Sports & Exercise*. – 1994. – Vol. 26, № 1. – P. 112–116.

9 Шаров, А.В. К проблеме использования автоматизированных систем для трактовки тренировочных состояний и здоровья у спортсменов / А.В. Шаров, А.И. Шутеев, Ф.К. Гоголюк // Улучшение, сохранение и реабилитация здоровья в контексте международного сотрудничества : материалы междунар. науч.-практ. конф., Брест, 21–23 окт. 2005 г. / БрГУ им. А.С. Пушкина; редкол. : А.Н.Герасевич [и др.]. – Брест, 2005. – С. 205–206.

10 Polar Precision Performance™ Software for Windows(R) Version 2 / User's

---

Guide. GBR 187070.E. – 1999. – 5-th ed. – 150 p.

**A.V. Sharov. Optimum Intensity for Training Functional Readiness and Improvement: the State-of-the-Art Review and Recommendations**

A rather effective way of control over the intensity of loading for the activity with primary display of endurance is a parameter of heart beat frequency. The most problematic is the evaluation of maximal heart beat frequency (HBF). It is caused by the fact that the basic changes of aerobic productivity occur in the range from 75 up to 90 % from maximal HBF(MHBF). Thus, it is essential for sportsmen to evaluate this parameter. The formulas of evaluation, connected with age cannot reflect real values. In the state-of-the-art review modern approaches of evaluation of MHBF are given. The data are submitted for different kinds of sports: running, swimming, rowing and bicycle. Practical examples of evaluation of optimum intensity of loading for runners are given: for sanitation the most acceptable range is 60-75 % MHBF, for functional aerobic development 75-90 % MHBF and for highly effective interval trainings 90-95 % MHBF.

## ЗВЕСТКІ АБ АЎТАРАХ

**Абрамава І.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры геаграфіі Беларусі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Аляхновіч М.М.** – малодшы навуковы супрацоўнік сектара якасці кармоў Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Арцямук А.Г.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры хіміі БрДУ імя А.С. Пушкіна, загадчык сектара якасці кармоў Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Ахматгацін А.А.** – кандыдат педагагічных навук, дацэнт кафедры фізічнага выхавання Усходне-Сібірскага інстытута МУС РФ (г. Іркуцк, Расія).

**Варатніцкая Т.І.** – асістэнт кафедры тэорыі імавернасцей і матэматычнай статыстыкі БДУ.

**Волчак А.А.** – доктар геаграфічных навук, дацэнт, намеснік дырэктара па навуковай працы Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Гайдук В.Е.** – доктар біялагічных навук, прафесар кафедры заалогіі і генетыкі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Дубініна А.А.** – аспірантка кафедры антрапалогіі МДУ імя М.В. Ламаносава (г. Масква, Расія).

**Ішуцін І.С.** – кандыдат медыцынскіх навук, дацэнт кафедры курарталогіі Краснаярскай дзяржаўнай медыцынскай акадэміі (г. Краснаярск, Расія).

**Кардзенкова В.І.** – урач аддзялення функцыянальнай дыягностыкі Магілёўскага абласнога дыягнастычнага цэнтара.

**Каржаневіч С.В.** – магістр педагагічных навук, аспірант кафедры сацыяльна-эканамічнай геаграфіі і турызму БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Костка У.С.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт кафедры агульнай фізікі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Кротава Т.К.** – рэдактар рэдакцыйнага аддзела Краснаярскага дзяржаўнага педагагічнага універсітэта імя В.П. Астаф’ева (г. Краснаярск, Расія).

**Лукашэвіч М.В.** – студэнтка біялагічнага факультэта БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Лясойская М.І.** – доктар біялагічных навук, прафесар кафедры хіміі Краснаярскага дзяржаўнага педагагічнага універсітэта імя В.П. Астаф’ева (г. Краснаярск, Расія).

**Макаед І.І.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт кафедры агульнай фізікі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Манахаў В.С.** – доктар фізіка-матэматычных навук, прафесар кафедры алгебры і геаметрыі ГДУ імя Ф. Скарыны.

**Матысік А.В.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры алгебры і геаметрыі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Місюта Ю.Р.** – загадчык лабараторыі біяхіміі Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Міхальчук М.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт, дырэктар Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Пілецкі І.В.** – кандыдат тэхнічных навук, дацэнт ВДУ імя П.М. Машэрава.

**Пугач Н.У.** – студэнтка матэматычнага факультэта БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Рабавя Л.М.** – кандыдат геолога-мінералагічных навук, вядучы навуковы супрацоўнік інстытута прыродакарыстання НАН Беларусі.

**Равінскі А.Ф.** – доктар фізіка-матэматычных навук, прафесар, загадчык кафедры агульнай фізікі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Сайчук В.Ф.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры інфарматыкі і прыкладной матэматыкі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Серы А.І.** – асістэнт кафедры тэарэтычнай фізікі і астраноміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Ступень Н.С.** – кандыдат тэхнічных навук, дацэнт кафедры хіміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Такарчук А.В.** – асістэнт кафедры геаграфіі Беларусі БрДУ імя А.С.Пушкіна.

**Трафімук А.А.** – аспірант кафедры алгебры і геаметрыі ГДУ імя Ф. Скарыны.

**Трыгук В.У.** – аспірант кафедры тэарэтычнай фізікі БДУ.

**Трыфанаў У.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры анатоміі і фізіялогіі чалавека Магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.А. Куляшова.

**Факеева Л.У.** – аспірантка кафедры эканамічнай геаграфіі замежных краін БДУ.

**Цэхавая Т.В.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт кафедры тэорыі верагоднасцей і матэматычнай статыстыкі БДУ.

**Чычурын А.В.** – доктар фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры матэматычнага аналізу і дыферэнцыяльных ураўненняў БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Шароў А.В.** – кандыдат педагагічных навук, дацэнт кафедры лёгкай атлетыкі, плавання і лыжнага спорту БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Шпендзік Н.М.** – навуковы супрацоўнік Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Шымалаў У.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры прыродазнаўча-матэматычных дысцыплін БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Юдаў А.А.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт кафедры алгебры і геаметрыі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

---

# СІМПОЗІУМ

---

## Да ведама аўтараў

Рэдкалегія часопіса разглядае рукапісы толькі тых артыкулаў, якія адпавядаюць навуковаму профілю выдання, нідзе не апублікаваныя і не перададзеныя ў іншыя рэдакцыі.

Артыкулы прадстаўляюцца на беларускай ці рускай мовах ў двух экзэмплярах аб'ёмам ад 0,35 да 0,5 друкарскага аркуша і ў электронным варыянце на дысकेце 3,5 дм. у фармаце Microsoft Word for Windows (\*.doc; \*.rtf) і павінны быць аформлены ў адпаведнасці з наступнымі патрабаваннямі:

- папера фармату А4 (21x29,7 см);
- палі: зверху – 2,8 см, справа, знізу, злева – 2,5 см;
- шрыфт – гарнітура Times New Roman;
- кегль – 12 pt.;
- міжрадковы інтэрвал – адзінарны;
- двукоссе парнае «...»;
- абзац: водступ першага радка 1,25 см;
- выраўноўванне тэксту па шырыні.

Максімальныя лінейныя памеры табліц і малюнкаў не павінны перавышаць 15x23 см або 23x15 см. Усе графічныя аб'екты, што ўваходзяць у склад аднаго малюнка, павінны быць згрупаваны паміж сабой. Фатаздымкі ў друк не прымаюцца. Размернасць усіх велічынь, якія выкарыстоўваюцца ў тэксце, павінна адпавядаць Міжнароднай сістэме адзінак вымярэння (СВ). Забараняюцца скарачэнні слоў, акрамя агульнапрынятых.

Спіс літаратуры павінен быць аформлены паводле ДАСТА 7.1-2003 і размешчаны ў канцы тэкста. Спасылкі на крыніцы ў тэксце артыкула нумаруюцца адпаведна парадку цытавання ў тэксце. Парадкавыя нумары спасылак павінны быць напісаны ўнутры квадратных дужак (напрыклад: [1, с. 32], [2, с. 52]). Забараняецца выкарыстанне *канцавых зносак*.

Артыкул уключае наступныя элементы па парадку:

- УДК;
- ініцыялы і прозвішча аўтара (аўтараў);
- назва друкуемага матэрыялу;
- анатацыя ў аб'ёме ад 100 да 150 слоў на мове артыкула (кегль - 10 pt.);
- асноўны тэкст з табліцамі, графікамі і іншымі ілюстрацыйнымі матэрыяламі і які павінен быць структураваны ў адпаведнасці з патрабаваннямі ВАК да навуковых артыкулаў, якія друкуюцца ў выданнях, уключаных у спіс навуковых выданняў для апублікавання вынікаў дысертацыйных даследаванняў (уводзіны з пастаўленымі задачамі; асноўная частка, якая павінна быць структуравана з падзагалоўкамі; заключэнне з дакладна сфармуляванымі высновамі);
- бібліяграфічныя спісы да артыкула ў адпаведнасці з ДАСТАм 7.1-2003;
- анатацыя на англійскай мове (кегль – 10 pt.) з перакладам назвы артыкула, прозвішча і ініцыялаў аўтара (аўтараў) і назвы друкуемага матэрыялу;

Да рукапісу артыкула абавязкова дадаюцца:

- звесткі пра аўтара на *беларускай* мове (прозвішча, імя, імя па бацьку поўнаасцю, вучоная ступень і званне, месца працы (вучобы) і пасада, хатні адрас і тэлефон);
- для аспірантаў і суіскальнікаў – звесткі аб навуковых кіраўніках;
- рэкамендацыя калегіяльнага органа ўстанова (падраздзялення), дзе працуе

(вучыцца) аўтар;

- рэкамендацыя знешняга рэцэнзента, спецыяліста ў галіне праблемы друкуемага матэрыялу;

- экспертнае заключэнне аб магчымасці адкрытай публікацыі.

Рэдакцыйная калегія часопіса праводзіць экспертызу атрыманых дакументаў і можа рабіць дадатковае рэцэнзаванне артыкулаў. Рукапісы, аформленыя не ў адпаведнасці з выкладзенымі правіламі, рэдакцыяй не разглядаюцца.

Карэктары *Л.М. Калілец, Т.І. Шканіч, Ж.М. Селюжыцкая*  
Камп'ютэрнае макетаванне *А.Я. Кулай, С.М. Мініч*

Подписано в печать 16.12.2008. Формат 60x84/8. Бумага офсетная.  
Гарнитура Таймс. Ризография. Усл. печ. л. 20,23. Уч.-изд. л. 14,58.

Тираж 100 экз. Заказ № 512.

Издатель и полиграфическое исполнение:

УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина».

ЛИ № 02330/277 от 30.04.2004.

224016, Брест, ул. Мицкевича, 28.