УДК 513.82

А.А Юдов, Е.Е. Гурская

СВОЙСТВА ПРИСОЕДИНЕННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ ЛИ ДВИЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВА МИНКОВСКОГО

В данной работе рассматривается группа Ли движений пространства Минковского пространства $^1R_4$. Здесь приведены основные сведения из теории группы Ли движений пространства Минковского и описаны подгруппы Ли группы Ли H вращений данного пространства. Рассматриваются подгруппы группы вращений пространства $^1R_4$ и элементы группы вращения данного пространства, а также исследуются их свойства. В работе находятся образы базисных элементов алгебры Ли группы Ли движений пространства Минковского относительно присоединенного представления данной группы, а также описывается метод их нахождения. Результаты работы находят свое применение при решении различных задач дифференциальной геометрии и теоретической физики.

Пространство Минковского – четырёхмерное псевдоевклидово пространство сигнатуры 2, предложенное Германом Минковским в 1908 году в качестве геометрической интерпретации пространства-времени специальной теории относительности.

В данной работе рассмотрено четырехмерное псевдоевклидово пространство сигнатуры 2, т.е. пространство $^1R_4$ – пространство Минковского. Пусть G – группа Ли движений пространства Минковского, H – группа Ли вращений пространства Минковского, $\overline{G}$ – алгебра Ли группы Ли G, $\overline{H}$ – алгебра Ли группы Ли H.

Группу Ли G движений пространства $^1R_4$ будем задавать как совокупность матриц вида $a=\begin{pmatrix}1 & 0\\ t & A\end{pmatrix}$, где $t=\begin{pmatrix}t_1\\ t_2\\ t_3\\ t_4\end{pmatrix}$, а 4×4 матрица A удовлетворяет условию: $A\varepsilon_{4,1}A^{T}=\varepsilon_{4,1}$, где $\varepsilon_{4,1}=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Алгебра Ли $\overline{G}$ будет задаваться как совокупность матриц вида: $\begin{pmatrix}0 & 0\\ t & B\end{pmatrix}$, где 4×4 матрица B удовлетворяет условию $B\varepsilon_{4,1}+\varepsilon_{4,1}B=0$. Точки пространства $^1R_4$ будем задавать в виде $\begin{pmatrix}1\\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}=x$. Группа G действует в пространстве $^1R_4$ слева по правилу: $x\rightarrow a\cdot x$.

Группа Ли G является полупрямым произведением группы Ли H стационарности точки пространства $^1R_4$ и абелевой группы T_4 параллельных переносов пространства $^1R_4$: $G=H\otimes T_4$.

Алгебра Ли $\overline{G}$ является полупрямой суммой алгебры Ли $\overline{H}$ группы Ли H и коммутативной алгебры Ли τ_4 группы Ли T_4: $\overline{G}=\overline{H}\oplus\tau_4$.

Каждый автоморфизм φ группы Ли G индуцирует автоморфизм φ_* ее алгебры Ли $\overline{G}$. Действительно, если $A\in\overline{G}$, то $\varphi_* A$ снова принадлежит $\overline{G}$ и $\varphi_*[A,B]=[\varphi_* A,\varphi_* B]$ для $A,B\in\overline{G}$. В частности, для каждого $a\in G$ adA, отображающее x в axa^{-1}, индуцирует автоморфизм в $\overline{G}$, обозначаемый $ad\ a$. Представление $a\to ad\ a,\ a\in G$, называется присоединенным представлением группы G в $\overline{G}$. Для каждого $a\in G$ и $A\in\overline{G}$ мы имеем $(ad\ a)A=(L_a)_*(R_{a^{-1}})_* A$, так как $axa^{-1}=L_a R_{a^{-1}}x=R_{a^{-1}}L_a x$ и $A\in\overline{G}$ [1, с. 47].

В данной работе изучается присоединенное представление элементов группы Ли вращений пространства Минковского на элементы алгебры Ли этой группы.

Рассмотрим в пространстве ${}^1R_4$ базис $\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$, $\overline{e}_1^2=-1$, $\vec{a}_2^2=\vec{a}_3^2=\vec{a}_4^2=1,\ (\vec{a}_i,\overline{e}_j)=0, i\neq j$.Базис $\{i_1,i_2,\ldots,i_{10}\}$ в алгебре Ли $\overline{G}$ зададим следующим образом: $i_1=E_{21}$, $i_2=E_{31}$, $i_3=E_{41}$, $i_4=E_{51}$, $i_5=E_{23}+E_{32}$, $i_6=E_{24}+E_{42}$, $i_7=E_{25}+E_{52}$, $i_8=E_{34}-E_{43}$, $i_9=E_{35}-E_{53}$, $i_{10}==E_{54}-E_{45}$, где $E_{\alpha\beta}$ – (5×5)-матрица, у которой в α-й строке и β-м столбце стоит единица, а остальные элементы нули, причем векторы i_5, i_6, ..., i_{10} образуют базис алгебры Ли $\overline{H}$ группы Ли H, векторы i_1, i_2, i_3, i_4 образуют базис алгебры τ_4, а операция коммутирования в алгебре Ли $\overline{G}$ задается в виде: $[A, B]=AB–BA$, $A, B\in\overline{G}$.

Рассмотрим связные подгруппы Ли группы Ли G движений пространства ${}^1R_4$. Все связные подгруппы Ли группы Ли G, с точностью до сопряженности, перечислены в работе [2, с. 7]. При этом с точностью до сопряжённости получаются 13 подгрупп Ли группы Ли H вращений пространства ${}^1R_4$: G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7, G_8, G_9, G_{10}, G_{11}, G_{12}, G_{13}, которые соответствуют алгебрам Ли $\overline{G_1}$, $\overline{G_2}$, $\overline{G_3}$, $\overline{G_4}$, $\overline{G_5}$, $\overline{G_6}$, $\overline{G_7}$, $\overline{G_8}$, $\overline{G_9}$, $\overline{G_{10}}$, $\overline{G_{11}}$, $\overline{G_{12}}$, $\overline{G_{13}}$, при этом алгебры Ли задаются соответственно базисами $\{i_9\}$, $\{i_6\}$, $\{i_5-i_8\}$, $\{i_9+\lambda i_6\}$, $\{i_6, i_9\}$, $\{i_5-i_8, i_7+i_{10}\}$, $\{i_5-i_8, i_6\}$, $\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_6\}$, $\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_9\}$, $\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_9+\lambda i_6\}$, $\{i_8, i_9, i_{10}\}$, $\{i_5, i_6, i_8\}$, $\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_9, i_6\}$.

Тем самым классифицированы с точностью до изоморфизма все однородные пространства со структурной группой G.

При исследовании геометрии пространства Минковского и в теоретической физике применяются подгруппы группы движений этого пространства. Поэтому важным является исследование свойств таких подгрупп. В работе рассматриваются подгруппы группы вращений пространства Минковского и исследуются их свойства.

Рассмотрим следующие подгруппы группы вращений пространства Минковского:

$$g_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&ch\varphi&sh\varphi&0&0\\0&sh\varphi&ch\varphi&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix};\ g_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&\cos\varphi&-\sin\varphi\\0&0&0&\sin\varphi&\cos\varphi\end{pmatrix};\ g_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&\cos\varphi&0&-\sin\varphi\\0&0&0&1&0\\0&0&\sin\varphi&0&\cos\varphi\end{pmatrix};$$

$$g_4=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&ch\varphi&0&sh\varphi&0\\0&0&1&0&0\\0&sh\varphi&0&ch\varphi&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix};$$

и элементы группы вращения:

$$g_5=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix};\ g_6=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix};\ g_7=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix};\ g_8=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix};$$

$$g_9=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix};\ g_{10}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix};\ g_{11}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix};\ g_{12}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix}.$$

Исследуя геометрических смысл элементов g_n, n=1,2,3,4 получаем, что данные элементы задают вращения в соответствующих плоскостях: g_1 в плоскости $[e_1,e_2]$; g_2 в плоскости $[e_3,e_4]$; элементы вида g_3 – в плоскости $[e_2,e_4]$; элементы вида g_4 – в плоскости $[e_1,e_3]$.

Аналогично, исследуя геометрический смысл элементов g_m, где $m=5,...,12$, получаем следующие результаты:

– элемент g_5 при действии на базисные вектора алгебры $\overline{G}$ осуществляет следующий перевод векторов: $i_3\to -i_3$, $i_4\to -i_4$, остальные вектора остаются без изменений;

– элемент g_6: $i_2\to -i_2$, $i_4\to -i_4$, $i_3\to i_4$, остальные вектора остаются без изменений;

– элемент g_7: $i_1\to -i_1$, $i_2\to i_2$, $i_3\to i_4$, $i_4\to -i_3$, $i_5\to -i_5$, $i_6\to -i_6$, $i_7\to i_6$, $i_8\to i_9$, $i_9\to i_8$, $i_{10}\to i_{10}$;

– элемент g_8: $i_1\to -i_1$, $i_5\to -i_5$, $i_6\to -i_6$, $i_7\to -i_7$, остальные вектора остаются без изменений;

– элемент g_9: $i_3\to -i_3$, $i_6\to -i_6$, $i_8\to -i_8$, $i_{10}\to -i_{10}$, остальные вектора остаются без изменений;

– элемент g_{10}: $i_3\to i_4$, $i_4\to i_3$, $i_6\to i_7$, $i_7\to i_6$, $i_8\to i_9$, $i_{10}\to -i_{10}$, остальные вектора остаются без изменений;

– элемент g_{11}: $i_4\to -i_4$, $i_7\to -i_7$, $i_9\to -i_9$, $i_{10}\to -i_{10}$, остальные вектора остаются без изменений;

– элемент g_{12}: $i_2\to -i_2$, $i_4\to -i_4$, $i_5\to -i_5$, $i_7\to -i_7$, $i_8\to -i_8$, $i_{10}\to -i_{10}$, остальные вектора остаются без изменений.

Рассмотрим для них соответствующее присоединенное представление в алгебре Ли группы Ли движений пространства Минковского и получим действие элементов присоединенной группы на базисные операторы алгебры Ли.

Метод решения таков: для подгруппы g_1 находим обратную матрицу: $g_1^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & ch\varphi & -sh\varphi & 0 & 0\\ 0 & -sh\varphi & ch\varphi & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, далее вычисляем действия присоединенной группы с помощью элемента g_1 на базисные операторы алгебры:

$$g_1 i_1 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ ch\varphi & 0 & 0 & 0 & 0\\ sh\varphi & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=ch\varphi\cdot i_1+sh\varphi\cdot i_2;\ g_1 i_2 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ sh\varphi & 0 & 0 & 0 & 0\\ ch\varphi & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=sh\varphi\cdot i_1+ch\varphi\cdot i_2;$$

$$g_1 i_3 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=i_3;\ g_1 i_4 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=i_4;\ g_1 i_5 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=i_5;\ g_1 i_6 g_1^{-1}=$$

$$=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & ch\varphi & 0\\ 0 & 0 & 0 & sh\varphi & 0\\ 0 & ch\varphi & -sh\varphi & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=ch\varphi\cdot i_6+sh\varphi\cdot i_8;\ g_1 i_7 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & ch\varphi\\ 0 & 0 & 0 & 0 & sh\varphi\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & ch\varphi & -sh\varphi & 0 & 0\end{pmatrix}=ch\varphi\cdot i_7+sh\varphi\cdot i_9$$

$$g_1 i_8 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & sh\varphi & 0\\ 0 & 0 & 0 & ch\varphi & 0\\ 0 & sh\varphi & -ch\varphi & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=sh\varphi\cdot i_6+ch\varphi\cdot i_8;\ g_1 i_9 g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & sh\varphi\\ 0 & 0 & 0 & 0 & ch\varphi\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & sh\varphi & -ch\varphi & 0 & 0\end{pmatrix}=$$

$$=sh\varphi\cdot i_7+ch\varphi\cdot i_9;\ g_1 i_{10} g_1^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix}=i_{10}.$$

Аналогично, вычисляя действия присоединенной группы с помощью элементов g_k, где k=2,…,12 на базисные операторы алгебры, получим следующие результаты:

$g_2 i_1 g_2^{-1}=i_1$; $g_2 i_2 g_2^{-1}=i_2$; $g_2 i_3 g_2^{-1}=\cos\varphi\cdot i_3+\sin\varphi\cdot i_4$; $g_2 i_4 g_2^{-1}=-\sin\varphi\cdot i_3+\cos\varphi\cdot i_4$; $g_2 i_5 g_2^{-1}=i_5$; $g_2 i_6 g_2^{-1}=\cos\varphi\cdot i_6+\sin\varphi\cdot i_7$; $g_2 i_7 g_2^{-1}=-\sin\varphi\cdot i_6+\cos\varphi\cdot i_7$; $g_2 i_8 g_2^{-1}=\cos\varphi\cdot i_8+$ $+\sin\varphi\cdot i_9$; $g_2 i_9 g_2^{-1}=-\sin\varphi\cdot i_8+\cos\varphi\cdot i_9$; $g_2 i_{10} g_2^{-1}=i_{10}$.

$g_3 i_1 g_3^{-1}=i_1$; $g_3 i_2 g_3^{-1}=\cos\varphi\cdot i_2+\sin\varphi\cdot i_4$; $g_3 i_3 g_3^{-1}=i_3$; $g_3 i_4 g_3^{-1}=-\sin\varphi\cdot i_2+\cos\varphi\cdot i_4$; $g_3 i_5 g_3^{-1}=\cos\varphi\cdot i_5+\sin\varphi\cdot i_7$; $g_3 i_6 g_3^{-1}=i_6$; $g_3 i_7 g_3^{-1}=-\sin\varphi\cdot i_5+\cos\varphi\cdot i_7$; $g_3 i_8 g_3^{-1}=\cos\varphi\cdot i_8-$ $-\sin\varphi\cdot i_{10}$; $g_3 i_9 g_3^{-1}=i_9$; $g_3 i_{10} g_3^{-1}=\sin\varphi\cdot i_8+\cos\varphi\cdot i_{10}$.

$g_4 i_1 g_4^{-1} = ch\varphi \cdot i_1 + sh\varphi \cdot i_3$; $g_4 i_2 g_4^{-1} = i_2$; $g_4 i_3 g_4^{-1} = sh\varphi \cdot i_1 + ch\varphi \cdot i_3$; $g_4 i_4 g_4^{-1} = i_4$; $g_4 i_5 g_4^{-1} = ch\varphi \cdot i_5 - sh\varphi \cdot i_8$; $g_4 i_6 g_4^{-1} = i_6$; $g_4 i_7 g_4^{-1} = ch\varphi \cdot i_7 + sh\varphi \cdot i_{10}$; $g_4 i_8 g_4^{-1} = -sh\varphi \cdot i_5 + ch\varphi \cdot i_8$; $g_4 i_9 g_4^{-1} = -\sin\varphi \cdot i_8 + \cos\varphi \cdot i_9$; $g_4 i_{10} g_4^{-1} = sh\varphi \cdot i_7 + ch\varphi \cdot i_{10}$.

$g_5 i_1 g_5^{-1} = i_1$; $g_5 i_2 g_5^{-1} = i_2$; $g_5 i_3 g_5^{-1} = -i_3$; $g_5 i_4 g_5^{-1} = -i_4$; $g_5 i_5 g_5^{-1} = i_5$; $g_5 i_6 g_5^{-1} = -i_6$; $g_5 i_7 g_5^{-1} = -i_7$; $g_5 i_8 g_5^{-1} = -i_8$; $g_5 i_9 g_5^{-1} = -i_9$; $g_5 i_{10} g_5^{-1} = i_{10}$.

$g_6 i_1 g_6^{-1} = i_1$; $g_6 i_2 g_6^{-1} = -i_2$; $g_6 i_3 g_6^{-1} = i_4$; $g_6 i_4 g_6^{-1} = -i_3$; $g_6 i_5 g_6^{-1} = -i_5$; $g_6 i_6 g_6^{-1} = i_7$; $g_6 i_7 g_6^{-1} = -i_6$; $g_6 i_8 g_6^{-1} = -i_9$; $g_6 i_9 g_6^{-1} = i_8$; $g_6 i_{10} g_6^{-1} = i_{10}$.

$g_7 i_1 g_7^{-1} = -i_1$; $g_7 i_2 g_7^{-1} = i_2$; $g_7 i_3 g_7^{-1} = i_4$; $g_7 i_4 g_7^{-1} = -i_3$; $g_7 i_5 g_7^{-1} = -i_5$; $g_7 i_6 g_7^{-1} = -i_7$; $g_7 i_7 g_7^{-1} = i_6$; $g_7 i_8 g_7^{-1} = i_9$; $g_7 i_9 g_7^{-1} = -i_8$; $g_7 i_{10} g_7^{-1} = i_{10}$.

$g_8 i_1 g_8^{-1} = -i_1$; $g_8 i_2 g_8^{-1} = i_2$; $g_8 i_3 g_8^{-1} = i_3$; $g_8 i_4 g_8^{-1} = i_4$; $g_8 i_5 g_8^{-1} = -i_5$; $g_8 i_6 g_8^{-1} = -i_6$; $g_8 i_7 g_8^{-1} = -i_7$; $g_8 i_8 g_8^{-1} = i_8$; $g_8 i_9 g_8^{-1} = i_9$; $g_8 i_{10} g_8^{-1} = i_{10}$.

$g_9 i_1 g_9^{-1} = i_1$; $g_9 i_2 g_9^{-1} = i_2$; $g_9 i_3 g_9^{-1} = -i_3$; $g_9 i_4 g_9^{-1} = i_4$; $g_9 i_5 g_9^{-1} = i_5$; $g_9 i_6 g_9^{-1} = -i_6$; $g_9 i_7 g_9^{-1} = i_7$; $g_9 i_8 g_9^{-1} = -i_8$; $g_9 i_9 g_9^{-1} = i_9$; $g_9 i_{10} g_9^{-1} = -i_{10}$.

$g_{10} i_1 g_{10}^{-1} = i_1$; $g_{10} i_2 g_{10}^{-1} = -i_2$; $g_{10} i_3 g_{10}^{-1} = i_3$; $g_{10} i_4 g_{10}^{-1} = i_3$; $g_{10} i_5 g_{10}^{-1} = i_5$; $g_{10} i_6 g_{10}^{-1} = i_7$; $g_{10} i_7 g_{10}^{-1} = i_6$; $g_{10} i_8 g_{10}^{-1} = i_9$; $g_{10} i_9 g_{10}^{-1} = i_8$; $g_{10} i_{10} g_{10}^{-1} = -i_{10}$.

$g_{11} i_1 g_{11}^{-1} = i_1$; $g_{11} i_2 g_{11}^{-1} = i_2$; $g_{11} i_3 g_{11}^{-1} = i_3$; $g_{11} i_4 g_{11}^{-1} = -i_4$; $g_{11} i_5 g_{11}^{-1} = i_5$; $g_{11} i_6 g_{11}^{-1} = i_6$; $g_{11} i_7 g_{11}^{-1} = -i_7$; $g_{11} i_8 g_{11}^{-1} = i_8$; $g_{11} i_9 g_{11}^{-1} = -i_9$; $g_{11} i_{10} g_{11}^{-1} = -i_{10}$.

$g_{12} i_1 g_{12}^{-1} = i_1$; $g_{12} i_2 g_{12}^{-1} = -i_2$; $g_{12} i_3 g_{12}^{-1} = i_3$; $g_{12} i_4 g_{12}^{-1} = -i_4$; $g_{12} i_5 g_{12}^{-1} = -i_5$; $g_{12} i_6 g_{12}^{-1} = i_6$; $g_{12} i_7 g_{12}^{-1} = -i_7$; $g_{12} i_8 g_{12}^{-1} = -i_8$; $g_{12} i_9 g_{12}^{-1} = i_9$; $g_{12} i_{10} g_{12}^{-1} = -i_{10}$.

Таким образом, исследован геометрический смысл базисных элементов g_s алгебры Ли группы Ли движений пространства Минковского, где $s = 1,2,...,12$, а также найдены образы данных элементов относительно присоединенного представления данной группы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т. 2. – 413 с.
2. Белько, И.В. Подгруппы группы Лоренца-Пуанкаре / И.В. Белько // Известия Академии наук БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1971. – № 1. – С. 5–13.
3. Хелгасон, С. Дифференциальная геометрия и симметрические пространства / С. Хелгасон. – М. : Мир, 1964. – 533 с.

***A.A. Yudov, H.E. Gurskaya.* The Properties of the Adjoint Representation of the Lie Group of Motions of the Minkowski Space**

The Lie group of motions of the Minkowski space (space ${}^1R_4$) is considered in the work. The basics of the theory of the Lie group of motions of the Minkowski space and a subgroup of a Lie group H of rotations of this space are described. We consider the subgroup of rotations of ${}^1R_4$ and the elements of the group of rotation of the space and investigate their properties. There we have found images of the basic elements of the Lie algebra of this group under the adjoint representation of the group.

The method of finding such images is described in the article. The results of this work can be used in solving various problems of differential geometry and theoretical physics.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 24.09.2011 г.