

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки
Институт математики и механики УРО РАН

АЛГЕБРА И ЛИНЕЙНАЯ
ОПТИМИЗАЦИЯ

Тезисы Международной конференции «Алгебра
и линейная оптимизация», посвященная
100-летию С.Н. Черникова
Екатеринбург, 14–19 мая, 2012 г.

Екатеринбург
2012

Организационный комитет:

акад. РАН И.И. Ерекин (председатель), чл.-корр. РАН А.А. Махнев (сопредседатель), д.ф.-м.н. В.В. Кабанов (зам. председателя), д.ф.-м.н. Н.С. Черников, д.ф.-м.н. Н.Н. Астафьев, акад. РАН В.И. Бердышев, к.ф.-м.н. И.Н. Белоголов, д.ф.-м.н. М.В. Волгов, к.ф.-м.н. К.С. Ефимов, д.ф.-м.н. А.С. Кондратьев, чл.-корр. РАН В.Д. Мазуров, д.ф.-м.н. Вл.Д. Мазуров, к.ф.-м.н. Н.В. Маслова, д.ф.-м.н. Л.Д. Попов, д.ф.-м.н. В.Н. Ревесленников, д.ф.-м.н. В.Д. Скарин, д.ф.-м.н. М.Ю. Хачай, д.ф.-м.н. Л.Н. Шервин.

АЛГЕБРА И ЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ. Тезисы Международной конференции «Алгебра и линейная оптимизация», посвященная 100-летию С.Н. Черникова. Екатеринбург, 14–19 мая 2012 г. — Екатеринбург: издательство «УМЦ-УПИ», 2012. 198 стр.

Оборник содержит материалы Международной конференции по алгебре и линейной оптимизации, прошедшей при поддержке РФФИ (проект 12-01-06026-г). Представлены различные аспекты теории групп, теории графов, теории и методов линейных неравенств, линейного и целочисленного программирования и распознавания образов, а также связанных с ними приложений.

ISBN 978-5-8295-0141-9

© Издательство «УМЦ-УПИ», 2012 г.

О π -дополнениях к нормальным подгруппам в конечных группах

О.М. АДАРЧЕНКО, А.Л. КОВАЛЕВ

Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, Гомель

e-mail: andrei.kovalen@gnmail.com

Пусть π — некоторое множество простых чисел, G — конечная группа. Через G_p обозначается некоторая силовская p -подгруппа группы G .

Определение 1. Пусть $G = HK$, где H и K — подгруппы из G . Подгруппа H называется: 1) дополнением к K в G , если $H \cap K = 1$; 2) π -дополнением к K в G , если $|H \cap K|$ не делится на числа из π . Если $G = H \times K$, то подгруппа K называется прямо дополняемой в G .

Понятие π -дополнения было использовано Л.А. Шеметковым [1] как метод для отыскания дополнений. Дело в том, что при доказательстве существования π -дополнения можно применить индукцию по числу простых делителей порядка группы, входящих в π . В работе [1] Л.А. Шеметковым доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть K — нормальная подгруппа конечной группы G . Подгруппа K обладает π -дополнением в G , если для любого простого $p \in \pi$ выполняется условие: $G_p \cap K$ абелева и дополняема в G_p . В частности, если $G_p \cap K$ абелева и дополняема в G_p для любого простого p , не делящего $|G : K|$, то K обладает дополнением в G .

В работе [2] В.И. Сергиенко доказал дополняемость π -отделимой нормальной подгруппы K при условии, что $G_p \cap K$ прямо дополняема в G_p для любого $p \in \pi(G) \setminus \pi(G/K)$. Нами доказан следующий результат, являющийся аналогом теоремы 1.

Теорема 2. Пусть K — нормальная подгруппа конечной группы G . Подгруппа K обладает π -дополнением в G , если для любого простого $p \in \pi$ выполняется условие: $G_p \cap K$ прямо дополняема в G_p .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шеметков Л. А. О существовании π -дополнений к нормальным подгруппам конечных групп // ДАН СССР. 1970, т. 195, № 1, с. 56–52.
- [2] Сергиенко В. И. Дополнения в конечных группах // Доклады АН БССР. 1981, т. XXV, № 3, с. 200–202.

возможные композиции $K_\pi [\mu K_2]$ и произведения $K_n \times K_n$, а также простые случаи объединения циклов, полных графов, полных двудольных графов, полные двудольные графы с удаленным тиросоном и т.п.

Таблица 1. Параметры графов, полученных из циклических групп.

Параметры	Описание
(19,6,2,1)	локально циклический изоморфизм $M(19)$ [2]
(20,13,9,8)	
(21,12,7,6)	
(26,13,12,6)	$Paley(13)$ [K2] [3]
(28,19,15,12)	
(34,17,16,8)	$Paley(13)$ [K2] [3]
(37,18,9,8)	имеет те же параметры, что и $Paley(37)$
(37,24,16,15)	
(41,20,10,9)	имеет те же параметры, что и $Paley(41)$
(53,26,13,12)	имеет те же параметры, что и $Paley(53)$

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых (проект МК-938.2011.1).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Erickson M., Feghali S., Hamers W.H., Hardy D. and Hempeler J.* Deza graphs: a generalization of strongly regular graphs // *J. Comb. Desigs.* 1999. V. 7 P. 359-405.
- [2] *Zaritsov S.P., Matveev A.A., Yakovlev I.P.* О сильно регулярных графах без треугольников // *Алгебра и линейная оптимизация: сб. трудов Междунар. семинара, посвящ. 90-летию со дня рождения С.Н. Черликава / Математика и механика УрО РАН, Екатеринбург, 2002. С. 117-121*
- [3] *Бравакова Г.И., Ковалев В.И.* Графы Дежа, которые являются кликами влири расширенного плана регулярных графов // Проблемы теории и прикл. математики на Ю-д Регион. молодеж. конф. ИММ УрО РАН, 2006. С. 17-20.

О произвольной π -длине конечной π -разрешимой группы

Д.В. Гринчук, О.А. Шибарко
 Тамбовский гос. ун-т имени п.ф. Суворова,
 Физмат МГУ им. В.В. Докучаева в Саратове
 e-mail: Dmitry.Grynkuch@yandex.com, shibarko@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и определения соответствуют [1].

Понятие r -длины r -разрешимых групп предложил Холд и Хилман [2]. Они установили зависимость r -длины r -разрешимой группы от некоторых инвариантов ее сложеской r -подгруппы. Элементарная теория r -длины изложена в монографии Хупфера [3].

Картер, Фигнер и Хукке [4] ввели понятие π -длины π -разрешимой группы как обобщение r -длины. π -длина r -длины одновременно. Одной из первых работ по π -длине π -разрешимой группы была статья Нумера [5]. Основными результатами π -длины π -разрешимой группы посвящены работы В.С. Монахова и О.А. Шибарко [6, 7].

Пусть G — π -разрешимая группа. Тогда она обладает субнормальными рядами:

$$G = G_0 \supseteq G_1 \supseteq G_2 \supseteq \dots \supseteq G_{n-1} \supseteq G_n = 1.$$

Факторы G_{i-1}/G_i которого являются либо π -группами, либо абелевыми π -группами, $i = 1, 2, \dots, n$. Наименьшее число абелевых π -факторов среди всех таких субнормальных рядов группы G называется π -произвольной π -длиной π -разрешимой группы G и обозначается $l_\pi(G)$.

Ясно, что в случае $\pi = \pi(G)$ значение $l_\pi(G)$ совпадает с π -значением π -произвольной длины группы G .

Свойства π -длины $l_\pi(G)$ и инвариантной π -длины $l_\pi^*(G)$ — π -разрешимой группы можно найти в работах [6, 7]. Свойства произвольной π -длины во многих схожи, но есть и отличия. Например,

$$l_\pi(G) = l_\pi^*(G/\Phi(G)), \quad l_\pi^*(G) = l_\pi^*(G/\Phi(G)),$$

а для произвольной π -длины всегда имеют место равенства:

$$l_\pi(G) \leq l_\pi^*(G) \leq l_\pi(G/\Phi(G)) \leq l_\pi^*(G/\Phi(G)).$$

где $d(G_\pi)$ — производная длина π -холодовой подгруппы π -разрешимой группы G . Отсюда, в частности, вытекает, что $l_\pi(G) \leq 1$ для группы с абелевой π -холодовой подгруппой. Если π -холодовая подгруппа нестабильна, то производная π -длина в общем случае не превышает 4. Но в некоторых ситуациях значение $l_\pi(G)$ можно снизить.

Теорема. Пусть G — π -разрешимая группа с метабелевой π -холодовой подгруппой. Если $2 \notin \pi$, то $l_\pi(G) \leq 3$.

Напомним, что группой Шмидта называют нелигипотентную группу, в которой все собственные подгруппы лигипотентны.

Следствие. Если в π -разрешимой группе G π -холодова подгруппа является группой Шмидта, то $l_\pi(G) \leq 3$.

Литература

- [1] Монагов В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа, 2006.
- [2] Hall P., Higman G. The p -length of a p -soluble groups and reduction theorems for Burnside's problem // Proc. London Math. Soc. 1956. V. 3, № 7. P. 1-42.
- [3] Huppert B. Endliche Gruppen I. Berlin, Heidelberg, New York, 1967.
- [4] Carter R., Hawkes T. Extreme Classes of finite soluble groups // J. Algebra. 1968. V. 9, № 3. P. 280-313.
- [5] Nishida M. On the π -pfrotent length of π -solvable groups // Osaka J. Math. 1971. V. 8. P. 447-451.
- [6] Монагов В. С., Шилько О. А. О нильпотентной π -длине конечных π -разрешимых групп // Дискретная математика. 2001. Т. 13, вып. 3. С. 145-152.
- [7] Монагов В. С., Шилько О. А. О нильпотентной π -длине максимальных подгрупп конечных π -разрешимых групп // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2009. №6. С. 3-8.

О локально разрешимых АФМ-группах

О. Ю. ДАШКОВА

Дисциплинарный национальный эльксрвс

e-mail: odashkova@yandex.ru

Пусть A — векторное пространство над полем F . Подгруппы группы $GL(A)$ всех автоморфизмов пространства A называются *линейными группами*. Если A имеет конечную размерность над полем F , $GL(A)$ можно рассматривать как группу невырожденных $n \times n$ -матриц, где $n = \dim F A$. Конечномерные линейные группы играют важную роль в различных областях науки, и изучались достаточно много. В случае, когда пространство A имеет бесконечную размерность над полем F , ситуация кардинально меняется. Бесконечномерные линейные группы исследовались мало. Изучение этого класса групп требует дополнительных ограничений. К таким ограничениям относятся различные условия конечности. Одним из условий конечности, которое особенно важно, является *финитарность* линейной группы. Группа G называется *финитарной*, если для каждого ее элемента g подпространство $C_A(g)$ имеет конечную кофакторность в A (см., например [1], [2]). Финитарные линейные группы изучались многими алгебраистами, и в этом направлении был получен ряд интересных результатов [2].

В [3] авторы ввели в рассмотрение антифинитарные линейные группы. Пусть $G \leq GL(A)$, $A(wFG) = \text{фундаментальный идеал группового кольца } FG$. Авторы полагают $\text{судит}_\pi(G) = \dim_\pi(A(wFG))$. Линейная группа G называется *антифинитарной*, если любая собственная подгруппа H группы G , для которой выполняется $\text{судит}_\pi(H)$ бесконечна, конечно порождена. В [3] исследовались антифинитарные локально разрешимые линейные группы. Если $G \leq GL(A)$, то A можно рассматривать как FG -модуль. Естественным обобщением этого случая является рассмотрение RG -модуля A , где R — кольцо. Б. Вер, дин ввел в рассмотрение арктичного-финитарные группы автоморфизмов модуля M над кольцом R и нетеро-финитарные группы автоморфизмов модуля M над кольцом R , являющиеся аналогами финитарных линейных групп [4, 5]. Группа автоморфизмов $F A(wR M)$ модуля M над кольцом R называется *арктично-финитарной*, если для любого элемента $g \in F A(wR M A(g-1))$ является арктичным R -модулем. Группы автоморфизмов $F A(wR M)$ модуля M над кольцом R называются *нетеро-финитарной*, если для любого элемента $g \in F A(wR M$

Содержание

О π -дополнениях к нормальным подгруппам в конечных группах <i>О.М. Адарченко, А.Д. Ковалев</i>	3
$AV4$ -groups with cyclic subgroup B <i>В. Амберг, Г. Казарин</i>	4
Конечные неразрешимые группы с относительно малыми нормализаторами непримарных подгруппы <i>В.А. Антонов</i>	6
Двойственный метод Жордана—Гаусса <i>Н.Н. Астафьев</i>	8
Интегрируемый волчок, задаваемый модифицированным уравнением Янга-Бакстера <i>Р.А. Атнагулова</i>	10
Новые модификации метода двойного описания <i>С.И. Бастраков, Н.Ю. Золотых</i>	11
О подгруппах конечных знакопеременных и классических простых групп <i>В.А. Беломогов</i>	14
О расширениях сильно регулярных графов с собственным значением 2 <i>И.Н. Белюсов, А.А. Матнев, М.С. Нурова</i>	15
Структура группы финитарных автоморфизмов произвольной группы <i>В.В. Белзев, Д.А. Шед</i>	18
Применение симметрических многочленов в решении задачи Коши <i>Ю.Н. Белзев</i>	20
О подгруппах бинарных отношений с диафантовыми операциями <i>Д.А. Бредитин</i>	23

190

Знакопеременные группы с наследственно S -перестановочной подгруппой <i>А.Ф. Васильев, В.Н. Тюткинов</i>	25
О свойствах пересечений некоторых максимальных подгрупп конечных групп <i>А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева, А.В. Сыровкашин</i>	26
О частично сопряженно-перестановочных подгруппах конечных групп <i>А.Ф. Васильев, В.И. Мурашко</i>	29
О новой конструкции конечных метабелевых p -групп Альперина <i>Б.М. Веретенников</i>	32
Многообразия подгрупп, на свободных объектах которых почти все выполняе инвариантные конгруэнции 2.5-перестановочны <i>Б.М. Верников, В.Ю. Шарыгинский</i>	34
О конечных мультипликативно идемпотентных полугруппах <i>Е.М. Вечтомов, А.А. Петров</i>	37
О конечных мультипликативно идемпотентных полугруппах <i>Э.М. Вистенко, Н.Н. Максимова, Р.В. Нами</i>	39
Тождества инволюторных подгрупп треугольных матриц над конечными полями <i>М.В. Волков, Т.В. Перегудина</i>	42
О графах Деэа с 4-мя различными собственными значениями <i>А.Д. Гаеримов, Т.В. Шадагиров</i>	44
О подрешетке, порожденной модулярными элементами <i>А.Г. Гейн, М.П. Шутманов</i>	47

191

- О пересечении всех максимальных сверхразрешимых под-
групп конечной группы 48
Ваньбинь Го, А. Н. Скуба
- Ограниченные представления групп лиевского типа 49
И. З. Голубчик, Мурсева А. И.
- Нормальные делители и коммутаторные формулы в груп-
пах лиевского типа над P_1 -кольцами 50
И. З. Голубчик, И. Р. Салимова
- On the Problem of Sensor Placement for Triangulation
Based Localization 51
A. A. Gorbenko, V. Yu. Popov
- Характеризация знакопеременных групп по спектру 54
И. Б. Горшков
- О графах Деза получаемых из циклических групп 55
С. В. Горюнов, Д. В. Шалашинов
- О произвольной π -длине конечной π -разрешимой группы 57
Д. В. Грищук, О. А. Шнырко
- О локально разрешимых АФМ-группах 59
О. Ю. Дашкова
- Дополнение подгруппы гиперболической группы свобод-
ным множителем 62
Ф. А. Дудкин, К. С. Сециридов
- О группах Шункова, насыщенных прямыми произведе-
ниями групп 64
А. А. Дуче
- Локальные дифференцирования и автоморфизмы алгебр
нильрегулярных матриц 65
А. П. Емисова
- О ранге минимальных по евклидовой норме матриц кор-
рекции несобственных задач линейного программирова-
ния 67
В. И. Ерштин
- Об автоморфизмах сильно регулярного графа с парамет-
рами (88, 27, 6, 9) 70
К. С. Ефимов, А. А. Мазнев
- О пересечениях словеских 2-подгрупп в конечных груп-
пах с компонентами исключительного лиева типа 72
В. И. Зенков
- О конечных группах с несвязным графом простых чисел 73
М. Р. Зиньковская, В. Д. Мазуров
- О сложности оракульных алгоритмов решения задачи
о рюкзаке 76
Н. Ю. Золотых
- Проекция точки на полигон 77
В. И. Зоркальцев, Д. С. Медведконов, С. М. Пержабинский
- О графе коммутирования T_1 -подгрупп в унитарных груп-
пах 79
Н. Д. Зюльгарина
- Об одном свойстве формации всех r -нильпотентных
групп 81
С. Ф. Каморильков
- Метод построения эквивалентных упаковок для задачи
ортогональной упаковки 82
В. М. Картак, М. А. Мусачева
- О негравитальности центра локально конечной
 r -подгруппы 85
В. Е. Кисляков
- Криптерия сверхразрешимости конечной группы с P -суб-
нормальными подгруппами 86
В. Н. Князькина, В. С. Можагов