

**Штоквартальны
навукова-папулярны
інфармацыйна-метадычны
часопіс**

Выдаецца са снежня 1992 г.

**Галоўны рэдактар
В. А. Гайсёнак**

Мінск
1993

Об одной задаче по неупругому соударению тел

На олимпиадах разного уровня (особенно в экспериментальных турах) часто используется задача, в которой требуется определить изменения кинетической энергии тел при прямом центральном неупругом ударе. Нередко, однако, вопросы такой задачи формулируются не совсем корректно, что вызывает ряд трудностей в ее решении.

Итак, пусть шар массой m_1 неупруго ударяется о неподвижный шар массой m_2 . Удар центральный, а линия удара горизонтальна. Вопросы задачи могут быть следующими.

1. Определите долю потерянной при ударе механической энергии (часть механической энергии при неупругом ударе преобразуется во внутреннюю энергию шаров).
2. Определите долю кинетической энергии, отданной в результате удара первым шаром.
3. Определите долю кинетической энергии, которую будет иметь после удара второй шар.

Для решения задачи обозначим скорость первого шара до удара v_1 , скорость первого и второго шаров после удара -- v_2 . Тогда кинетическая энергия первого шара до удара будет

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \quad (1)$$

Кинетическая энергия первого шара после удара

$$E'_{k1} = \frac{m_1 v_2^2}{2}. \quad (2)$$

Кинетическая энергия второго шара до удара равна 0, а после удара

$$E'_{k2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}. \quad (3)$$

Для определения скоростей шаров после удара используем закон сохранения импульса, так как для горизонтального направления данную систему можно считать замкнутой. Тогда

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2. \quad (4)$$

При решении задачи с вопросом 1, обозначив долю потерянной механической энергии через η_1 , получим:

$$\eta_1 = \frac{E_{k1} - (E'_{k1} + E'_{k2})}{E_{k1}}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (1) -- (3) в соотношение (5), получаем:

$$\eta_1 = \frac{m_1 v_1^2 - m_1 v_2^2 - m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2} = 1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right). \quad (6)$$

Выразим из формулы (4) отношение v_2 / v_1 :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в (6), получаем:

$$\eta_1 = 1 - \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Окончательно:

$$\eta_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \quad (8)$$

Доля потерь механической энергии в процентах выразится формулой

$$\eta_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} 100\%.$$

Полученное значение η_1 можно исследовать в зависимости от отношения масс шаров. Обозначим отношение масс буквой k :

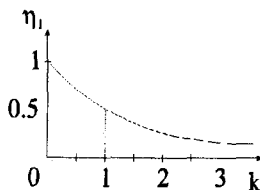
$$k = \frac{m_1}{m_2}. \quad (9)$$

Тогда

$$\eta_1 = \frac{1}{k + 1}. \quad (10)$$

При $m_1 \ll m_2$ (удар шара о неподвижную стенку) $k \rightarrow 0$ и $\eta_1 \rightarrow 1$ или $\eta_1 \rightarrow 100\%$ -- практически теряется вся механическая энергия. При $m_1 \gg m_2$ $k \rightarrow \infty$ и $\eta_1 \rightarrow 0$.

График зависимости η_1 от k будет иметь следующий вид:



При решении задачи с вопросом 2, обозначив долю

кинетической энергии, отданной первым шаром, через η_2 , получим:

$$\eta_2 = \frac{E_{к1} - E'_{к1}}{E_{к1}}. \quad (11)$$

Подставляя выражения (1) и (2) в формулу (11), будем иметь:

$$\eta_2 = \frac{m_1 v_1^2 - m_1 v_2^2}{m_1 v_1^2} = 1 - \frac{v_2^2}{v_1^2}.$$

С учетом соотношения (7) получим:

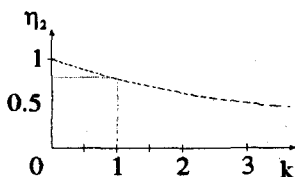
$$\eta_2 = 1 - \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \text{ или } \eta_2 = \frac{2m_1 m_2 + m_2^2}{(m_1 + m_2)^2}. \quad (12)$$

В зависимости от k с учетом формулы (9) η_2 выразится следующей формулой:

$$\eta_2 = \frac{2k + 1}{(k + 1)^2}. \quad (13)$$

При $m_1 \ll m_2$ $k \rightarrow 0$ и $\eta_2 \rightarrow 1$ или $\eta_2 \rightarrow 100\%$ -- при ударе первый шар отдает практически всю кинетическую энергию, которая почти полностью преобразуется во внутреннюю энергию шаров. При $m_1 \gg m_2$ $k \rightarrow \infty$ и $\eta_2 \rightarrow 0$ -- кинетическая энергия первого шара почти вся сохраняется.

График зависимости η_2 от k будет иметь следующий вид:



При решении задачи с вопросом 3, обозначив долю кинетической энергии второго шара через η_3 , получим

$$\eta_3 = \frac{E'_{к2}}{E_{к1}} = \frac{m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2}.$$

С учетом формулы (7) получим:

$$\eta_3 = \frac{m_2}{m_1} \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}. \quad (14)$$

Кинетическая энергия, которую отдает при ударе первый шар, в основном идет на сообщение кинетической энергии второму шару, а частично преобразуется во внутреннюю энергию шаров, поэтому должно выполняться равенство:

$$\eta_2 = \eta_1 + \eta_3. \quad (15)$$

В этом легко убедиться, подставляя выражения (8), (12) и (14) в равенство (15).

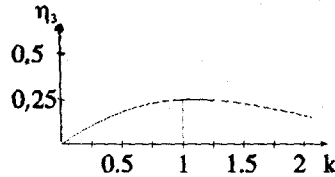
С учетом формулы (9) выражение (14) преобразуется:

$$\eta_3 = \frac{k}{(k+1)^2}. \quad (16)$$

При $m_1 \ll m_2$ $k \rightarrow 0$ и $\eta_3 \rightarrow 0$ -- кинетическая энергия, которую получает второй шар, практически равна 0. Аналогичный вывод можно сделать и для условия $m_1 \gg m_2$ и $k \rightarrow \infty$. Максимум функции $\eta_3(k)$ будет при $k = 1$, что легко показать, определив первую производную.

В этом случае $\eta_3 = 25\%$.

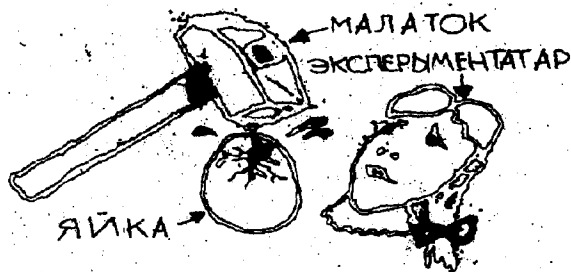
График зависимости η_3 от k будет иметь приблизительно следующий вид:



Кроме указанных выше требований, в задаче можно также определить долю кинетической энергии, которую будет иметь после удара первый шар, относительное распределение кинетической энергии между первым и вторым шаром после удара. Читателям предоставляется возможность самим сделать соответствующие выкладки.

Таким образом, в задаче можно определить все изменения кинетической энергии взаимодействующих тел.

А. ИВКОВИЧ



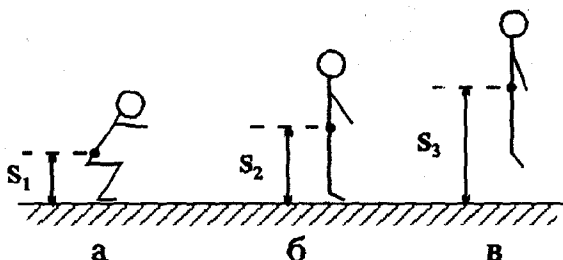
ФІЗИЧНЫ ЭКСПЕРЫМЕНТ

В первой задаче экспериментального тура для IX классов Республиканской олимпиады предлагалось оценить собственную мощность при прыжке вертикально вверх без разбега, когда в распоряжении участников олимпиады была только полуметровая мерная лента.

Требование оценить значение мощности позволяет нам определить только порядок искомой величины. Использование мерной ленты предполагает, что определить мощность мы должны, проводя измерения только расстояний. Возможно ли это?

Проведем теоретический анализ. Для этого представим прыгающего человека в трех положениях (см. рис.): а -- присев, когда расстояние от пола до центра масс s_1 ; б -- в момент отрыва от пола (расстояние s_2); в -- в наивысшей точке подъема (расстояние s_3). Мощность N по определению

$$N = \frac{A}{t}, \quad (1)$$



Змест

Алімпіяды	3
Званок на ўрок	
А. Слободзянюк. Закон Ома	28
И. Жук. Правило Паскаля	36
Дэбют	
Энергоперадача (Работа каманды абласнага лицея г. Могілева)	41
А. Слабадзянюк. Адна задача	46
А. Івкович. Об одной задаче по неупругому соударению тел	53
А. Нячай. Фізічны эксперымент	57
Г. Кембровскі. Измерение показателя преломления прозрачного вещества, из которого изготовлен полуцилиндр	59
І. Акуліч. Свінская гісторыя	61
Л. Маркович. Шестой. Правдивый физический рассказ	68
В. Навадворскі. Лабірынты і графы, або "Арыядна! Арыядна! Дзе твая пуцяводная нітка?"	75
У фокусе -- інфарматыка	
И. Галкин. Опыт торжественного и не очень научного спича по поводу открытия достаточно серьезной рубрики	80
Задачнік "Фокуса"	83
Гісторыя навукі	
Н. Кемброўская. Камбінацыйны прынцып Рыдберга -- Рытца. Два этапы яго станаўлення	87
Для маленькіх	91
А. Мацейка, С. Сташулёнак. Матэматычны красворд	92
Руска-беларускі матэматычны слоўнік	93

На вкладки:

2-ая старонка. Адна з немагчымых фігур Ота Рутэрсварда.

3-я старонка. Герой адной з казак Маці-Гускі Том, сын трубача, вырашыў украсці свінню. Ці далёка пабегла свіння перш чым яе ўдалося схапіць? Пра гэта вы даведзецеся, калі прачытаеце матэрыял І. Акуліча "Свінская гісторыя", змешчаны на 61-ай старонцы.