каждого $\sigma_i \in \sigma(G)$. Подгруппа H из G называется σ-холловской подгруппой в G [2], если $\sigma(|H|) \cap \sigma(|G:H|) = \varnothing$.

Определение. Подгруппа A группы G называется H_σ-субнормально вложенной в G, если A является σ-холловской подгруппой некоторой σ-субнормальной подгруппы группы G.

В частном случае, когда $\sigma = \{\{2\},\{3\},\dots\}$, определение H_σ-субнормально вложенной подгруппы эквивалентно понятию холловски субнормально вложенной подгруппы в смысле [3].

Напомним, что G назыветcя σ-нильпотентной [2], если $G = H_1 \times \dots \times H_t$, где $\{1, H_1, \dots, H_t\}$ — полное холловское σ-множество из G. Символ $G^{\mathfrak{N}_\sigma}$ обозначает σ-нильпотентный корадикал G, т. е. пересечение всех нормальных подгрупп N из G с σ-нильпотентным фактором G/N, $G^{\mathfrak{N}}$ обозначает нильпотентный корадикал G.

Напомним, что группа G имеет силовскую башню, если G имеет нормальный ряд $1 = G_0 < G_1 < \dots < G_{t-1} < G_t = G$ такой, что число $|G_i/G_{i-1}|$ является порядком некоторой силовской подгруппы из G для каждого $i \in \{1,\dots,t\}$.

Доказана следующая

Теорема. *Каждая подгруппа из G является H_σ-субнормально вложенной в G тогда и только тогда, когда всякая σ-субнормальная подгруппа H из G является группой вида $H = D \rtimes M$, где D — такая σ-холловская подгруппа из H, что $|\sigma(D)| = |\pi(D)|$ и D имеет силовскую башню, подгруппа M σ-нильпотентна и действует неприводимо на каждой M-инвариантной силовской подгруппе из D.*

Литература

1. Skiba A. N. *A generalization of a Hall theorem* // Journal of Algebra and Its Applications. 2016. Vol. 15, no. 4. P. 1650085-1–1650085-13.

2. Skiba A. N. *On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups* // J. Algebra. 2015. Vol. 436. P. 1–16.

3. Li S., Liu J. *On Hall subnormally embedded and generalized nilpotent groups* // Journal of Algebra. 2013. Vol. 388. P. 1–9.

НЕРАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЧИСЛОМ ДЕЛИТЕЛЕЙ ПОРЯДКОВ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

И.Л. Сохор

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
irina.sokhor@gmail.com

Рассматриваются только конечные группы.

С. С. Левищенко [1] исследовал строение группы, все собственные подгруппы которой примарны или бипримарны. В такой неразрешимой группе подгруппа Фраттини примарна, а фактор-группа по ней является простой, все такие простые группы перечислены.

Будем рассматривать неразрешимые группы, в которых все максимальные подгруппы четного порядка примарны или бипримарны. Доказана

Теорема. *Пусть в неразрешимой группе G каждая максимальная подгруппа четного порядка примарна или бипримарна. Тогда подгруппа Фраттини $\Phi(G)$ примарна и $G/\Phi(G)$ — простая группа, изоморфная одной из следующих групп:*

1) $PSL(3,3)$;

2) $Sz(2^p)$, *где* $p = 3$ *или* $p = 5$;

3) $SL(2, 2^p)$, *где* $p = 2$ *или* $p = 3$;

4) $PSL(2, 3^p)$, *где* p *— такое нечетное простое число, что* $3^p - 1 = 2 \cdot q^a$, *натуральное* $a \geqslant 1$, *простое* $q > 3$, *и* $3^p + 1 = 4 \cdot r^b$, *где натуральное* $b \geqslant 1$, *простое* $r > 3$ *и* $r \neq q$;

5) $PSL(2, p)$, *где* p *— такое простое число, что* $p > 5$, $p^2 \equiv -1 \pmod 5$ *и выполнено одно из следующих соотношений:*

5.1) $p - 1 = 2 \cdot 3^\beta$, *где натуральное* $\beta \geqslant 1$, *и* $p + 1 = 2^a \cdot q^b$, *где целые* $a \geqslant 2$ *и* $b \geqslant 0$ *(если* $b = 0$, *то* $a \geqslant 3$*), простое* $q > 3$;

5.2) $p - 1 = 2 \cdot q^\beta$, *где натуральное* $\beta \geqslant 1$, *простое* $q > 3$, *и* $p + 1 = 2^a \cdot 3^b$, *где натуральные* $a \geqslant 2$ *и* $b \geqslant 1$;

5.3) $p - 1 = 2^\alpha$, *где натуральное* $\alpha > 2$, *и* $p + 1 = 2 \cdot 3^b$, *где натуральное* $b > 1$.

Полученный список групп совпадает со списком групп теоремы 2.1 [1].

Следствие. *Если в неразрешимой группе с единичной подгруппой Фраттини каждая собственная подгруппа четного порядка примарна или бипримарна, то в группе примарны или бипримарны все собственные подгруппы.*

Литература

1. Левищенко С. С. *Конечные квазибипримарные группы* // В сб.: Группы, определяемые свойствами системы подгрупп. Киев: Институт математики АН УССР, 1979. С. 83–97.

НИЛЬ-ИНДЕКСЫ ОБРАЗОВ КОРНЕВЫХ ПОДГРУПП В НЕПРИВОДИМЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛИНЕЙНЫХ И СИМПЛЕКТИЧЕСКИХ ГРУПП

И.Д. Супруненко

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
suprunenko@im.bas-net.by

Найдены ниль-индексы образов корневых подгрупп в неприводимых представлениях специальных линейных групп и образов длинных корневых подгрупп в неприводимых представлениях симплектических групп в положительной характеристике. Назовем ниль-индексом унипотентной линейной группы минимальное число n, для которого произведение $(x_1 - 1) \ldots (x_n - 1) = 0$ для любых элементов $x_1, \ldots, x_n$ нашей группы. Далее K — алгебраически замкнутое поле характеристики $p > 0$, $G = A_r(K)$ или $C_r(K)$, ω_i, $1 \leqslant i \leqslant r$, — фундаментальные веса группы G, $\mathrm{Ni}_\varphi(H)$ — ниль-индекс подгруппы $\varphi(H)$ для унипотентной подгруппы H и неприводимого представления φ группы G.

Теорема. *Пусть* $G = A_r(K)$ *или* $C_r(K)$, $H \subset G$ *— корневая подгруппа,* φ *— неприводимое представление группы* G. *При* $G = C_r(K)$ *предположим, что подгруппа* H *состоит из длинных корневых элементов.*

1) *Пусть* φ p*-ограничено и его старший вес равен* $\sum_{i=1}^r a_i\omega_i$. *Положим* $a = \sum_{i=1}^r a_i$ *и запишем* $a = \sum_{j=0}^k a_j p^j$, *где* a_j *— целые числа,* $0 \leqslant a_j < p$, $a_k > 0$ *при*