

Учреждение образования  
«Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»

Кафедра общей и теоретической физики

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ)

Электронный учебно-методический комплекс  
для студентов 3 курса специальности «Физика и информатика»  
(6 семестр)

Брест  
БрГУ имени А.С. Пушкина  
2020



Начало

Содержание



Страница 1 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

УДК 530.121(075.8)  
ББК 22.313.32я73  
С32

*Рекомендовано редакционно-издательским советом  
Учреждения образования  
«Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»*

*Рецензенты*

Кафедра физики факультета электронно-информационных систем  
Учреждения образования  
«Брестский государственный технический университет»  
Зав. кафедрой кандидат физико-математических наук М.М. Барковская  
Кандидат педагогических наук, доцент кафедры  
методики преподавания физико-математических дисциплин  
Учреждения образования «БрГУ имени А.С. Пушкина» А.С. Ивкович

Пособие соответствует разделу курса теоретической физики «Специальная теория относительности» и рассчитано на 20 лекционных часов и 10 часов практических занятий

Предназначено для студентов 3 курса специальности «Физика и информатика» (6 семестр)



Начало

Содержание



Страница 2 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

С 32 Серый, А.И. Теоретическая физика (Специальная теория относительности) / А.И. Серый, З.Н. Серая [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые, граф. дан. (2,75 Мб). – Брест : БрГУ имени А.С. Пушкина, 2020. – 1 электронн. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: ПК Pentium I или выше; 32 Мб ОЗУ; Windows XP; SVGA 65536 и более цв. ; 1024x768 ; 4x CD-ROM дисковод ; мышь.

УДК 530.121(075.8)

ББК 22.313.32я73

С32



*Начало*

*Содержание*



*Страница 3 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>6</b>
<b>ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН</b>	<b>8</b>
<b>Тема 1. Основные положения СТО</b>	<b>10</b>
1.1. Объект, предмет и методы СТО. Структура СТО. Связь СТО с другими разделами физики. . . . .	10
1.2. Краткая историческая справка о создании СТО. Экспериментальные основания СТО. . . . .	17
1.3. Постулаты Эйнштейна. Относительный характер одновременности и длины в СТО. . . . .	64
<b>Тема 2. Релятивистская кинематика</b>	<b>73</b>
2.1. Преобразования Лоренца. Релятивистский эффект замедления времени.	73
2.2. Релятивистский эффект сокращения длин. Сложение скоростей в СТО.	85
<b>Тема 3. Четырехмерный математический аппарат СТО. Релятивистская электродинамика</b>	<b>93</b>
3.1. Четырехмерный интервал. Времениподобные и пространственноподобные интервалы. . . . .	93
3.2. Пространство Минковского. Элементы векторной и тензорной алгебры и анализа в пространстве Минковского. . . . .	101
3.3. Четырехмерный вектор плотности тока. Тензор электромагнитного поля. Четырехмерный вектор силы Лоренца. Сила Минковского. Инварианты электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца. Эффект Доплера и абберация света. . . . .	114



[Начало](#)

[Содержание](#)

[◀](#) [▶](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

Страница 4 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

<b>Тема 4. Релятивистская динамика</b>	<b>129</b>
4.1. Релятивистская инвариантность законов природы. Уравнение движения в четырехмерной форме. Трехмерное релятивистское уравнение движения . . . . .	129
4.2. Релятивистская связь между массой и энергией, энергией и импульсом. Дефект массы и энергия связи . . . . .	137
4.3. Законы сохранения энергии и импульса в СТО. Экспериментальные подтверждения следствий СТО. . . . .	145
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b>	<b>153</b>
<b>СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ</b>	<b>266</b>
<b>ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧАМ</b>	<b>287</b>
<b>ТЕСТЫ</b>	<b>306</b>
<b>ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ</b>	<b>307</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	<b>309</b>



*Начало*

*Содержание*



*Страница 5 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*



# ВВЕДЕНИЕ

Данный электронный учебно-методический комплекс (далее – ЭУМК) предназначен, прежде всего, для студентов специальности «Физика и информатика», хотя может быть использован и студентами других специальностей при изучении курса физики, если такой предусмотрен учебным планом.

При составлении ЭУМК была использована учебная программа по дисциплине «Теоретическая физика» (раздел «Специальная теория относительности») (регистрационный № УД-29-001-15/уч.), составленная на основе образовательного стандарта «Высшее образование. Первая ступень. Специальность 1-02 05 02 Физика и информатика. Квалификация преподаватель», утвержденного и введенного в действие постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 30.08.2013 № 87. В соответствии с программой, на изучение раздела «Специальная теория относительности» отводится 20 часов лекций и 10 часов практических занятий.

ЭУМК направлен на достижение основной дидактической цели – самообразования. В то время как объем научной (и, соответственно, учебной) информации непрерывно растет, количество часов, отводимых учебными планами на преподавание традиционно изучаемых дисциплин, постепенно сокращается. В связи с этим необходимо, чтобы учебные дисциплины, которые еще остаются актуальными, преподавались на должном научном уровне, полноценно и кратко.

[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 6 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

При этом успешная организация самостоятельной работы студентов является необходимым условием для глубокого изучения материала студентами.

В структуру ЭУМК входят 4 составляющие: 1) теоретическая, содержащая лекционный материал; 2) практическая, содержащая задачи к практическим занятиям с ответами; 3) контроля знаний, включающая тесты по лекционному материалу и вопросы для самоконтроля к практическим занятиям; 4) вспомогательная, включающая тематический план и список литературы.

Изложение теоретического материала в ЭУМК приводится в последовательности, в целом характерной для учебных пособий по специальной теории относительности. Электронный тест для закрепления теоретического материала дается по каждой из 4 тем. Для практических занятий по темам, предусмотренным учебной программой, составлены задачи и ответы к ним; вопросы для самоконтроля позволяют студентам выбрать правильные методы решения задач.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 7 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)



# ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№	Название темы, перечень изучаемых вопросов	ЛК	ПР
Специальная теория относительности		20	10
1.	<b>Основные положения СТО.</b> Объект, предмет и методы СТО. Структура СТО. Связь СТО с другими разделами физики. Краткая историческая справка о создании СТО. Экспериментальные основания СТО. Постулаты Эйнштейна. Относительный характер одновременности и длины в СТО.	4	
2.	<b>Релятивистская кинематика.</b> Преобразования Лоренца. Релятивистский эффект замедления времени. Релятивистский эффект сокращения длин. Сложение скоростей в СТО.	4	4

Начало

Содержание



Страница 8 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

3.	<p><b>Четырехмерный математический аппарат СТО. Релятивистская электродинамика.</b> Четырехмерный интервал. Времениподобные и пространственноподобные интервалы. Пространство Минковского. Элементы векторной и тензорной алгебры и анализа в пространстве Минковского. Четырехмерный вектор плотности тока. Тензор электромагнитного поля. Четырехмерный вектор силы Лоренца. Сила Минковского. Инварианты электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца. Эффект Доплера и абберация света.</p>	6	3
4.	<p><b>Релятивистская динамика.</b> Релятивистская инвариантность законов природы. Уравнение движения в четырехмерной форме. Трехмерное релятивистское уравнение движения. Релятивистская связь между массой и энергией, энергией и импульсом. Дефект массы и энергия связи. Законы сохранения энергии и импульса в СТО. Экспериментальные подтверждения следствий СТО.</p>	6	3



Начало

Содержание



Страница 9 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

# Тема 1. Основные положения СТО

## 1.1. Объект, предмет и методы СТО. Структура СТО. Связь СТО с другими разделами физики.

### Объект, предмет и методы СТО.

Специальная теория относительности (СТО) – это теория, описывающая универсальные пространственно-временные свойства физических процессов в тех областях пространства-времени, в которых можно пренебречь влиянием гравитационных полей на свойства пространства-времени.

Данная формулировка требует ряда уточняющих замечаний, которые перечислим ниже. Первые 3 замечания касаются соотношений между СТО и общей теорией относительности (ОТО). Остальные замечания касаются соотношений между теорией относительности и всеми остальными разделами физики.

1.1. В тех случаях, когда влиянием гравитационных полей нельзя пренебречь, вместо СТО для исследования аналогичных вопросов применяется ОТО, хотя у нее есть альтернативы, наиболее известной из которых является релятивистская теория гравитации (РТГ).

1.2. Специальную теорию относительности было бы правильнее назвать частной теорией относительности, поскольку она не столь универсальна, как ОТО. Данное широко распространенное название появилось в результате неудачного перевода немецкого слова «speziell» (частный) как «специальный».

1.3. Несмотря на то, что СТО не столь универсальна, как ОТО, в школьных и вузовских курсах физики предпочтение в подавляющем большинстве случаев отдается именно ей, поскольку: а) она более проста с математической точки зрения; б) явления, описываемые в рамках ОТО, но не описываемые в рамках СТО, не находят столь широкого применения, как явления, с объяснением которых справляется СТО.



Начало

Содержание



Страница 10 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

2.1. Говоря об универсальности пространственно-временных свойств, которые исследуются в рамках СТО и ОТО применительно к физическим процессам, следует подчеркнуть, что теория относительности обладает примерно такой же степенью универсальности по отношению к другим теориям, как, например, закон сохранения энергии по отношению к другим законам физики. Вместе с тем, это не означает, что СТО и ОТО могут заменить собой все остальные физические теории, поскольку предмет исследования СТО ограничивается именно пространственно-временными свойствами физических процессов (пусть и любой природы), в то время как предмет физики (с точки зрения всевозможных ее разделов) этими вопросами не ограничивается.

2.2. Любые физические теории (разделы физики) могут быть охарактеризованы объектами, предметом и методами исследования. Если для одних теорий (разделов) более четко определены объекты исследования (например, для физики твердого тела, атома, атомного ядра и элементарных частиц), то для других – предмет исследования (например, движение для механики), а для третьих – методы исследования (например, для статистической физики). В СТО (и ОТО) более конкретно определяется предмет исследования (универсальные пространственно-временные свойства физических процессов), поэтому теорию относительности нередко называют (для краткости) физической теорией пространства-времени. Более подробное обсуждение этого вопроса вынесено в [Приложение 1.1.1](#).

2.3. Релятивистскими (от лат. *relativus* – относительный) явлениями или эффектами называются явления, объяснение которых невозможно без использования постулатов СТО или следствий из них. Более подробное обсуждение понятия «релятивистский эффект» вынесено в [Приложение 1.1.2](#). Вместе с тем, теория относительности может объяснить и ряд явлений (законов), описываемых в рамках других теорий. Но это, как правило, ведет к совершенно неоправданным математическим усложнениям без какой-либо практической пользы. Например, при описании движения макроскопических тел с реально достижимыми на



Начало

Содержание



Страница 11 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Земле скоростями можно пользоваться уравнениями релятивистской динамики, но результаты будут мало отличаться от тех, которые могут быть получены с использованием более простых (в том числе в математическом смысле) уравнений нерелятивистской динамики. Более того, эти отличия настолько малы, что, как правило, не имеют практического значения либо вовсе не выходят за рамки точности проводимых измерений.

## Структура СТО

Структуризация курса СТО имеет значение для методики ее изложения в школьном и, особенно, вузовском курсе физики. Здесь можно выделить следующие важные вопросы. 1. Целостное или раздельное изложение материала. 2. Перечень затрагиваемых тем и порядок их изложения.

Что касается первого вопроса, то изучаемый нами курс является примером целостного изложения. Вместе с тем, можно, например, излагать релятивистскую механику в курсе механики, а релятивистскую электродинамику в курсе электродинамики (этот подход реализуется, например, в вузовском курсе физики А.Н. Матвеева). О преимуществах и недостатках каждого подхода более подробно говорится в **Приложении 1.1.3**.

Что касается второго вопроса, то его важность обусловлена тем, что понимание логики последовательности изложения тем в курсе СТО способствует повышению уровня подготовки по данной дисциплине. Отметим, что порядок следования тем в изучаемом нами курсе является довольно характерным для курсов СТО, хотя и не единственно возможным. Порядок изложения в целом соответствует общей логике изложения большинства физических теорий (разделов физики), когда можно выделить основные этапы, указанные в таблице 1.1.1.



Начало

Содержание



Страница 12 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.1.1 – Соответствие структуры курса СТО (при целостном изложении) общей логике изложения физических теорий

Этап	Особенности для СТО
1. Экспериментальные предпосылки создания теории (в том числе борьба с заблуждениями теоретического характера, если таковые были распространены)	1. История накопления экспериментальных фактов, ставших основанием для формулировки постулатов СТО (в том числе борьба с теорией эфира); в отличие от других разделов физики, этот вопрос, как правило, подробно рассматривается именно в курсе СТО, а не истории физики
2. Формулировка основных положений теории	2. Формулировка постулатов СТО
3. Следствия из основных положений теории	3.1. Преобразования Лоренца как следствие постулатов СТО. 3.2. Предсказываемые эффекты (в механике и электродинамике), являющиеся прямым следствием преобразований Лоренца. 3.3. Влияние указанных эффектов на релятивистское уравнение движения. 3.4. Вывод формулы о взаимосвязи массы и полной энергии, а также объяснение дефекта массы
4. Экспериментальное подтверждение следствий теории	4. Экспериментальное подтверждение следствий СТО, указанных в п. 3.2 и 3.4.

Структуризация СТО возможна (преимущественно на этапах 3 и 4) также в связи с различными подходами к классификации исследуемых явлений: а) явления обусловлены кинетической энергией (т.е. движением) или потенциальной



Начало

Содержание



Страница 13 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

энергией взаимодействия частей системы между собой; б) явления объясняются следствиями из преобразований Лоренца для 4-мерных векторов (тензоров 1-го ранга) или 4-мерных тензоров 2-го ранга; в) явления объясняются следствиями из преобразований Лоренца для величин, относящихся к механике, электродинамике или (реже) термодинамике (релятивистская термодинамика редко включается в курсы СТО, и в нашем курсе она изучаться не будет). Кроме того, изложение СТО может быть структурировано на основе объектов исследования, поскольку экспериментальная проверка эффектов СТО имеет свои особенности применительно к полям (прежде всего – электромагнитным) и веществу (с дополнительными особенностями для микроскопических и макроскопических объектов).

Дополнительное обсуждение данного вопроса вынесено в [Приложение 1.1.4](#).

### Связь СТО с другими разделами физики

Можно выделить 3 основных типа связей СТО с другими разделами физики.

Первый тип проявляется в непосредственном применении преобразований Лоренца к величинам, которые уже были ранее введены в физику в других ее разделах (к длинам, промежуткам времени, импульсам и волновым векторам, силовым характеристикам электромагнитных полей, термодинамическим величинам). Т.е. в уже существующие разделы физики вводятся новые методы и принципы (прежде всего – релятивистской инвариантности). В этом случае говорят о релятивистской механике, релятивистской электродинамике, релятивистской термодинамике. Их можно изучать как в рамках единого курса СТО (т.е. считать частью СТО в силу сходства предмета исследования), так и по отдельности (соответственно, в курсах механики, электродинамики, термодинамики в силу одинаковости объектов исследования в каждом случае), о чем уже говорилось выше.

Второй тип проявляется в применении тех или иных формул, являющихся следствием преобразований Лоренца, в других разделах физики, без внесения каких-либо новых методов и принципов. Например, в статистической физике для



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 14 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

энергии отдельной частицы можно использовать как нерелятивистскую формулу (полученную в классической механике), так и релятивистскую (полученную в СТО). В этом случае статистическая физика из нерелятивистской становится релятивистской. При этом сами методы расчета тех или иных величин не меняются, новые принципы (в дополнение к уже существующим или вместо них) не вводятся, поэтому релятивистская статистическая физика, как правило, не считается частью СТО.

Третий тип проявляется при построении новых теорий, в которых принципы и методы СТО участвуют наравне с принципами и методами, заимствованными из других разделов физики. Примерами могут служить релятивистская квантовая механика или квантовая теория поля. В этих случаях новая теория не является частью СТО, поскольку опирается не только на принципы СТО.

Сказанное выше можно частично обобщить в виде таблицы 1.1.2.

Таблица 1.1.2 – Типы связей СТО с другими теориями

Тип	1	2	3
1.1. Сущность	непосредственное применение преобразований Лоренца к величинам, которые уже были ранее введены в физику в других ее разделах	применение тех или иных формул, являющихся следствием преобразований Лоренца, в других разделах физики	при построении новых теорий



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 15 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

1.2. Методы и принципы СТО	вводятся в соответствующие разделы физики	не вводятся в соответствующие разделы физики	участвуют наравне с принципами и методами, заимствованными из других разделов физики
2.1. Примеры	релятивистская механика, релятивистская электродинамика, релятивистская термодинамика	релятивистская статистическая физика	релятивистская квантовая механика, квантовая теория поля
2.2. Считаются ли они частью СТО	да (как правило)	нет (как правило)	нет (потому что при построении теории задействованы не только принципы СТО)

Дополнительное обсуждение данного вопроса вынесено в [Приложение 1.1.5.](#)

Вопросы о структуре СТО и ее связи с другими разделами физики тесно переплетены с вопросами классификации задач, имеющих отношение к СТО. Более подробное обсуждение этих вопросов вынесено в [Приложение 1.1.6.](#)



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 16 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)

## 1.2. Краткая историческая справка о создании СТО. Экспериментальные основания СТО.

### Краткая историческая справка о создании СТО

Фундаментом для создания СТО послужили: а) классическая механика Галилея–Ньютона (в которой «краеугольным камнем» был принцип относительности Галилея с вытекавшими из него преобразованиями Галилея); б) классическая электродинамика (в которой «краеугольным камнем» были уравнения Максвелла). В связи с тем, что последняя возникла позже, перечислим основные вопросы (имеющие отношение к СТО), которые еще не были решены (или даже сформулированы) в эпоху становления механики Галилея–Ньютона.

1. Каково значение скорости света, насколько оно велико хотя бы по порядку величины? 2. Какова природа света? 3. Как влияет (если вообще влияет) на скорость света наличие (и движение) материальной среды, а также движение источника и приемника? 4. Требуется ли для распространения света (электромагнитных волн) особая среда (эфир) по аналогии требованием наличия материальной среды для распространения механических волн? 5. Какова скорость распространения взаимодействий и как она соотносится со скоростью света? 6. Какие преобразования и принципы должны применяться за пределами области применимости преобразований Галилея и принципа относительности Галилея?

В **Приложение 1.2.1** вынесено более подробное обсуждение вопросов, связанных с периодизацией истории становления СТО и причинами, по которым вопрос становления СТО обсуждается не только в курсе истории физики, но и в курсе основ СТО.

Один из вариантов периодизации, опирающийся на перечисленные выше 6 вопросов, представлен ниже в виде сопоставительных таблиц.



Начало

Содержание



Страница 17 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 1.2.1 – История развития предпосылок СТО в 17-18 веках

Вопросы	1-я половина 17 века	2-я половина 17 века – конец 18-века
1	Галилей выдвинул идею постановки опытов, результаты неопределенные; Кеплер, Декарт и Ферма считали, что $c \rightarrow \infty$	первые удачные астрономические попытки Ремера (1676 г.) и Брадлея (1727 г.)
2	гипотеза Декарта (свет – колебательный процесс в эфире)	гипотеза Ньютона (свет – поток частиц) как альтернатива гипотезе эфира, развиваемой Гюйгенсом
3	уже были сторонники представлений об эфире	появились противники представлений об эфире
4	молчаливо предполагалось, что она равна бесконечности	
5	считалось, что преобразования Галилея должны быть применимы всегда	

Таблица 1.2.2 – История развития предпосылок СТО с начала 19 по начало 20 века

Вопросы	1-я половина 19 века	2-я половина 19 века – начало 20 века
1	опыт Физо с зубчатым колесом (1849 г.)	опыты Фуко и Майкельсона с вращающимися зеркалами (1862 г. и позже)



Начало

Содержание



Страница 18 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

2	свет – электромагнитная волна (опыты Гука, Френеля, Юнга, Фуко и др.); Малюс и Био – сторонники корпускулярной теории	свет – электромагнитная волна (система уравнений Максвелла в 1864 г.), опыты Герца 1888 г.
3	опыт Фуко по измерению скорости света от покоящегося источника в покоящейся воде (1850 г.)	опыт Физо по измерению скорости света в движущейся жидкости (1851 г.) и гипотеза частичного увлечения эфира; баллистическая гипотеза, выдвинутая Ритцем и опровергнутая впоследствии де Ситтером
4	успехи волновой теории света укрепили позиции сторонников теории эфира	отрицательные результаты опытов Майкельсона по поиску эфирного ветра и привилегированной системы отсчета побудили Эйнштейна провозгласить отказ от эфира
5	окончательный ответ еще не был получен	скорость распространения взаимодействий конечна и не может быть больше скорости света в вакууме



Начало

Содержание



Страница 19 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

6	преобразования Галилея еще считались универсальными	неудачные попытки применения преобразований Галилея к уравнениям Максвелла стимулировали поиск новых преобразований, которыми стали преобразования Лоренца (сначала они были получены путем подгонки под эксперимент, а затем как следствие постулатов СТО)
---	---	---

Дополнительное обсуждение указанных вопросов вынесено в [Приложение 1.2.2.](#)

### Экспериментальные основания СТО

В качестве экспериментальных оснований СТО обычно (в первую очередь) рассматриваются следующие группы экспериментов и наблюдений.

1. Опыты по измерению скорости света (в вакууме и воздухе). 2. Опыты по измерению скорости света в покоящейся и движущейся среде. 3. Опыты по обнаружению движения Земли относительно гипотетического эфира. 4. Наблюдения, связанные с проверкой справедливости баллистической гипотезы.

Систематизация основных сведений по вопросам, связанным измерениями скорости света в вакууме, вынесена в [Приложение 1.2.3.](#) Систематизация основных сведений, связанных с другими экспериментальными основаниями СТО, вынесена в [Приложение 1.2.4.](#)

Здесь следует сделать такие важные замечания. 1. Следует отличать экспериментальные основания СТО от мысленных экспериментов, демонстрирующих относительность одновременности и длины (которые могут быть



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 20 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

объяснены без использования преобразований Лоренца), а также от эффектов (и их экспериментальных подтверждений), объясняемых, как правило, через следствия из преобразований Лоренца. Более подробное обсуждение данного вопроса вынесено в [Приложение 1.2.5](#). 2. Следует различать опыты, поставленные в разное время с участием одних и тех же экспериментаторов с разными (вообще говоря) целями и задачами (во избежание путаницы). 3. При изучении каждого опыта в первую очередь следует выделять информацию о: а) схеме эксперимента; б) результатах эксперимента (вполне определенных или отрицательных); в) интерпретации результатов (в том числе с позиций проверяемых гипотез). Рекомендации по составлению подробных характеристик каждого опыта вынесены в [Приложение 1.2.6](#).

Теперь рассмотрим некоторые эксперименты более подробно.

Сначала рассмотрим некоторые эксперименты, относящиеся к первой группе (т.е. опыты по измерению скорости света в вакууме или в среде, показатель преломления которой мало отличается от единицы). Эксперименты этой группы можно разделить на следующие подгруппы: кинематические астрономические методы (1А), кинематические времяпролетные методы с прерыванием светового луча (1Б), некинематические методы с измерением электрических зарядов и электрической постоянной (1В), некинематические методы на основе измерений частоты и длины световой волны (1Г). Если для опытов, относящихся к подгруппам 1А и 1Б, вопросы о природе света (корпускулярная или волновая) и связи оптических явлений с электродинамикой не имеют принципиального значения, то опыты, относящиеся к подгруппе 1В, основаны на тесной взаимосвязи оптических и электромагнитных явлений, а опыты, относящиеся к подгруппе 1Г, основаны на представлениях о волновой (а не корпускулярной) природе света.

В каждой подгруппе есть свои примеры, которые ниже рассмотрим подробнее.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 21 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)

## 1А.1. Наблюдения Ремера (1676 год) за спутником Юпитера Ио.

Известно, что лунные затмения возможны вследствие того, что Земля отбрасывает тень в направлении, противоположном направлению на Солнце, и Луна иногда оказывается в этой тени, вследствие чего прямые солнечные лучи на нее не попадают. Аналогичные ситуации могут происходить и со спутниками других планет. После изобретения Галилеем телескопа соответствующие наблюдения стали доступными. В частности, датский астроном Ремер в течение длительного времени наблюдал за крупными спутниками Юпитера (в особенности Ио), отмечая моменты выхода Ио из тени Юпитера.

Он заметил, что промежуток времени между двумя такими последовательными моментами выхода возрастает, если Земля удаляется от Юпитера, и уменьшается, если Земля приближается к Юпитеру. Ремер сделал вывод, что этот эффект кажущийся, поскольку обусловлен конечной скоростью распространения света. Это позволило ему сделать первую в истории удачную попытку оценки значения скорости света в космическом вакууме.

Для получения такой оценки можно, приближенно считая орбиту Юпитера круговой (т.е. считая, что расстояние между ним и Солнцем постоянно), перейти к системе отсчета, жестко связанной с отрезком, соединяющим центры Солнца и Юпитера. Далее можно воспользоваться рисунком 1.2.1 (на котором пропорции не выдержаны), где введены следующие обозначения:  $S$  – Солнце,  $J$  – Юпитер,  $I$  – Ио (после выхода из тени Юпитера, которая обозначена соответствующим конусом),  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z'_1$  и  $Z'_2$  – положение Земли в разные моменты времени (соответствующие расстояния между Землей и Ио равны  $Z_1I = r_1$ ,  $Z_2I = r_2$ ,  $Z'_1I = r'_1$ ,  $Z'_2I = r'_2$ ).

Пусть Земля находится в положении  $Z_1$  в момент времени  $T_1$ , и в этот момент земной наблюдатель отмечает выход Ио из тени Юпитера. На самом деле Ио вышел из тени Юпитера в более ранний момент времени  $t_1$ , который связан с  $T_1$  соотношением



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 22 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

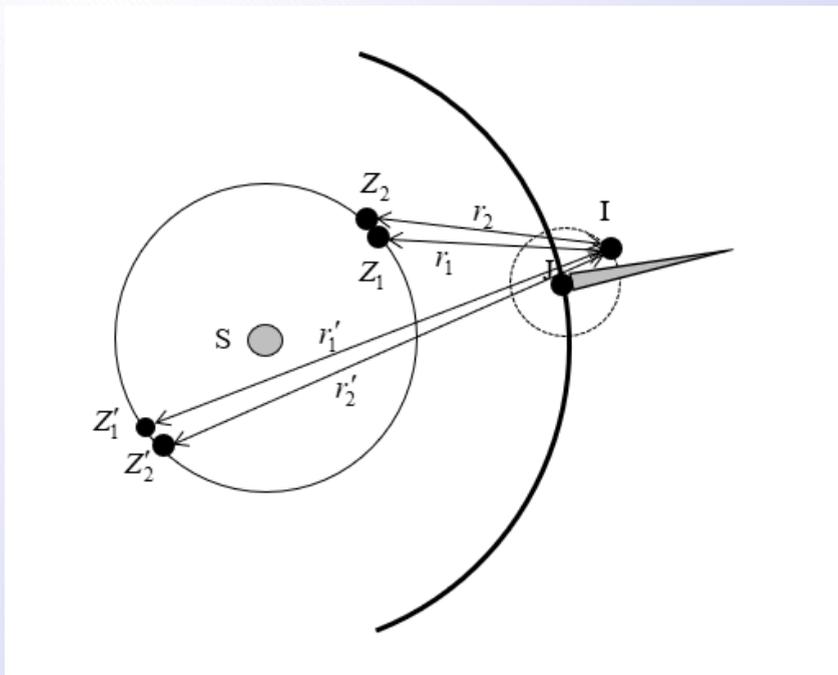


Рисунок 1.2.1: Взаимное положение Солнца, Земли, Юпитера и Ио в различные моменты времени.

Начало

Содержание



Страница 23 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

$$T_1 = t_1 + r_1/c, \quad (1.2.1)$$

где  $c$  – искомая скорость света, которую из (1.2.1) определить еще нельзя. Рассуждая аналогично для положения Земли в момент  $T_2$  (когда Ио выходит из тени Юпитера в следующий раз) получаем:

$$T_2 = t_2 + r_2/c. \quad (1.2.2)$$

Тогда можно ввести наблюдаемый период обращения Ио

$$T_{набл} = T_2 - T_1 \quad (1.2.3)$$

и истинный период обращения Ио

$$T_{ист} = t_2 - t_1. \quad (1.2.4)$$

Тогда из (1.2.1)–(1.2.4) можно получить соотношение

$$T_{набл} = T_{ист} + (r_2 - r_1)/c. \quad (1.2.5)$$

Из (1.2.5) скорость света  $c$  определить все еще нельзя, поскольку неизвестно значение  $T_{ист}$ . Современные астрономы, используя справочное значение скорости  $c$  и зная  $T_{набл}$ ,  $r_1$  и  $r_2$ , смогли бы из (1.2.5) легко найти  $T_{ист}$  (причем не обязательно для Ио). Но следует помнить, что Ремер находился в совершенно иной ситуации, когда значение  $c$  еще не было известно. Поэтому он поступил иначе (тем более, что нас здесь интересует, как он находил  $c$ , а не  $T_{ист}$ ). Проведя измерения для 2 других положений Земли (как показано на рис. 1.2.1), он получил еще одно соотношение, аналогичное (1.2.5):

$$T'_{набл} = T_{ист} + (r'_2 - r'_1)/c. \quad (1.2.6)$$



Начало

Содержание



Страница 24 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Из (1.2.5) и (1.2.6) можно исключить  $T_{уст}$  и получить соотношение

$$c = \frac{(r_2 - r_1) - (r'_2 - r'_1)}{T_{набл} - T'_{набл}}. \quad (1.2.7)$$

Величины, стоящие в правой части (1.2.7), считаются известными (существуют методы измерения межпланетных расстояний, в которых не требуется знание скорости света). Результат вычислений по формуле (1.2.7) будет тем точнее, чем больше числитель и знаменатель будут отличаться от нуля. Этого можно достичь, если первую пару измерений проводить во время удаления Земли от Юпитера (тогда  $r_2 - r_1 > 0$  и, соответственно,  $T_{набл} > T_{уст}$ ), а вторую пару измерений – тогда, когда Земля приближается к Юпитеру (тогда  $r'_2 - r'_1 < 0$  и, соответственно,  $T'_{набл} < T_{уст}$ ). Именно такая последовательность положений Земли изображена на рис. 1.2.1. Легко видеть, что в этом случае числитель и знаменатель в (1.2.7) могут быть только положительными. Кроме того, такие последовательности измерений вполне реалистичны, поскольку сидерический период обращения Ио вокруг Юпитера (менее 2 суток) значительно меньше периода обращения Земли вокруг Солнца.

Ремер располагал не совсем точными данными по  $r_1, r_2, r'_1, r'_2$ , поэтому полученное им значение скорости света (которое в разных источниках меняется от  $c \approx 2.14 \cdot 10^8$  м/с до  $c \approx 2.27 \cdot 10^8$  м/с) оказалось заниженным по сравнению с принятым на сегодня значением ( $c \approx 2.9979 \cdot 10^8$  м/с), хотя и верным по порядку величины.

### 1А.2. Наблюдения Брадлея (1725–1728 гг.).

Брадлей (в ином варианте перевода – Брэдли) наблюдал изменение положения звезд друг относительно друга на небесной сфере с течением времени. Прежде чем говорить о результатах его наблюдений, отметим следующее.

В первом приближении считается (и во многих случаях это вполне приемлемо для практического применения), что звездное небо равномерно вращается вокруг неподвижных точек (полюсов мира) причем справедливы утверждения:



Начало

Содержание



Страница 25 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

1. Наблюдаемое угловое расстояние от любой звезды до обеих этих точек не меняется с течением времени. 2. Угловое расстояние между любыми двумя звездами (без учета новых и сверхновых) также не меняется с течением времени. Более точные измерения и длительные наблюдения показывают, что это на самом деле не так.

Отклонения от п. 1, называемые предварением равноденствий (с периодом почти 26 тысяч лет) и обусловленные лунно-солнечной и планетарной прецессией, были замечены еще в древности. Сюда же относится и нутация земной оси, период которой соответствует периоду обращения лунных узлов (18,6 года) и которая по величине гораздо меньше (большая полуось эллипса, которую описывают полюса мира, не превосходит  $19''$ ). Еще меньший вклад (который во многих случаях можно не учитывать) вносят процессы, происходящие в недрах Земли и на ее поверхности (прежде всего, землетрясения). Ни один из вышеперечисленных факторов к курсу СТО не относится.

Отклонения от п. 2 также обусловлены разными факторами. Во-первых, это абберация звезд (не путать с абберацией оптических систем), которая была открыта Бадлеем в XVIII в. и относится к релятивистским эффектам. Ее сущность будет разъяснена ниже. Угловое смещение всех без исключения звезд на небесной сфере вследствие абберации в течение года достигает  $20,5''$  (и носит периодический характер). Бадлею было легко в том смысле, что другие факторы, относящиеся к отклонению от п. 2, в его времена еще не могли быть замечены, поскольку точность современных ему измерительных приборов еще не была достаточной для этого. Например, вследствие относительного движения солнечной системы и других звезд (прежде всего, ближайших) угловое расстояние таких (а не всех подряд) звезд не превосходит  $10,5''$  за год (как у звезды Барнарда, которая была обнаружена в 1916 г.), причем это движение не является периодическим (и обычно называется собственным движением звезд). Кроме того, годичный параллакс (который существенно больше горизонтального) даже для ближайших звезд не превосходит  $1''$  и стал доступным для измерений лишь в XIX в. (хотя Бадлей



Начало

Содержание



Страница 26 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

занимался поиском именно этого параллакса, а нашел не то, что искал).

Итак, Брайдлей наблюдал звезду в одном из приполярных созвездий (т.е. соседних с Малой Медведицей) и обнаружил, что положение звезды при ее наблюдении около зенита меняется в течение года. Брайдлей установил, что на самом деле эта звезда совершает круговое движение с периодом в один год с наблюдаемым на небосклоне угловым радиусом  $41''$ . Измерения показали, что в результате обращения Земли вокруг Солнца точки кажущегося расположения любых звёзд на небе должны описывать, вообще говоря, эллипсы (которые в предельных случаях вырождаются в окружность или отрезок прямой). Большая полуось эллипса для всех звезд одинакова и равна  $20,5''$ . Малая полуось у всех звезд, вообще говоря, разная, поскольку зависит от угла  $\theta$  между направлением на звезду и направлением скорости движения Земли по орбите  $v$ . Если быть точнее, то малая полуось равна  $20,5'' \sin \lambda$ , где  $\lambda$  – эклиптическая широта светила.

Звездная абберация, наблюдаемая Брайдлеем, не связана ни с одним из факторов, перечисленных выше. Она обусловлена только движением Земли по орбите вокруг Солнца и конечностью скорости света (см. рис. 1.2.2). Есть также суточная (обусловленная вращением Земли вокруг своей оси) и вековая (обусловленная движением Солнечной системы вокруг ядра Галактики) абберации, но их вклады по сравнению с годичной малы (потому что малы соответствующие скорости движения по сравнению со скоростью движения Земли по орбите), поэтому их можно не учитывать.

Качественно явление абберации (для звезды, находящейся около зенита) можно объяснить также при помощи следующей аналогии. Если человек стоит с зонтом под дождем, капли которого падают вертикально, то и зонт он должен держать вертикально. Если же человек движется, то зонт ему уже приходится держать под некоторым углом к вертикали. Аналогия с абберацией света может быть построена, если капли дождя заменить на лучи света, зонт – на телескоп, правильное направление зонта (чтобы капли дождя попадали на него) – на правильное



Начало

Содержание



Страница 27 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

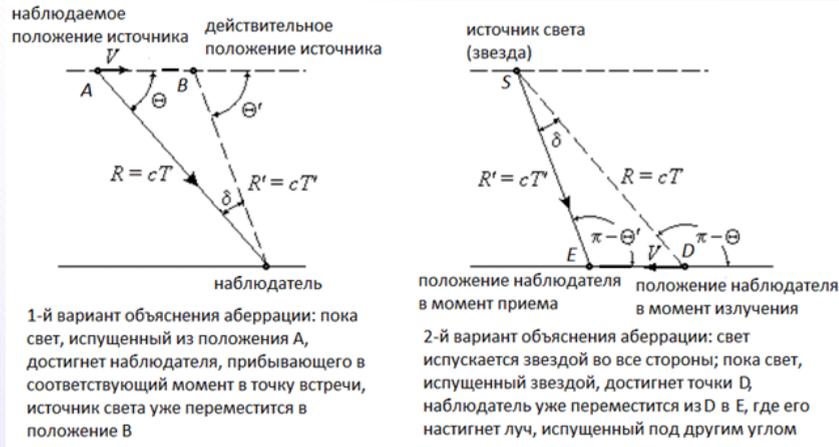


Рисунок 1.2.2: Иллюстрация явления аберрации.

направление телескопа (чтобы свет от звезды попадал на него), а скорость движения человека – на скорость движения Земли по орбите. Недостатком этой аналогии является то обстоятельство, что для света классический закон сложения скоростей (как для капель дождя и движущегося человека) применять нельзя (этот вопрос затрагивается в опытах 4-й группы).

Формула, которую использовал Брайлей для вычисления скорости света, может быть найдена из следующих соображений (см. рис. 1.2.2, 2-й вариант). Если наблюдатель движется со скоростью  $v$ , то  $DE = vT$ , и тогда, согласно теореме синусов, получаем:

$$\frac{vT}{\sin \delta} = \frac{cT}{\sin(\pi - \Theta')}, \quad (1.2.8)$$

откуда следует, что

$$\frac{v}{c} \sin \Theta' = \sin \delta, \quad (1.2.9)$$



Начало

Содержание



Страница 28 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Если абберационный эллипс вырождается в окружность, то  $\Theta' = \pi/2$ , и тогда, учитывая малость угла  $\nu$ , можно приближенно записать

$$\delta \approx \frac{\nu}{c}. \quad (1.2.10)$$

Учитывая, что  $\nu \approx 30$  км/с,  $\delta \approx 41''$ , Брайдей получил значение скорости света, которое в разных источниках меняется от  $c \approx 3,01 \cdot 10^8$  м/с до  $c \approx 3,08 \cdot 10^8$  м/с. Хорошее согласие результата с современными данными (причем даже более точное, чем в более позднем опыте Физо с зубчатым колесом) обусловлено тем, что при малых углах соотношение (1.2.10) можно получить из более строгих соотношений (см. п. 3.3), которые являются следствиями постулатов СТО. Брайдей получил формулу (1.2.10) на основе векторного сложения скорости света и движения Земли по орбите. При этом в литературе можно встретить и утверждения о том, что Брайдей осуществил это в рамках корпускулярной теории Ньютона, и утверждения о том, что он это сделал в рамках гипотезы полностью увлекаемого эфира (см. Приложение 1.2.4). Ни одна из этих теорий не согласуется с другими экспериментами, составляющими фундамент СТО. Таким образом, случай с формулой (1.2.10) является примером того, как ошибочные рассуждения приводят к верной формуле (с ограниченной областью применимости).

Следует также отметить, что строгое математическое объяснение аберрации (см. п. 3.3) основано на следствиях из преобразований Лоренца (см. п. 2.1), поэтому этот эффект обычно относят к экспериментальным подтверждениям следствий СТО. Вместе с тем, его можно отнести и к экспериментальным основаниям СТО, поскольку он был обнаружен до создания СТО и на нем основан 1 из способов измерения скорости света (что имеет непосредственное отношение ко 2-му постулату СТО).

### 1Б.1. Опыт Физо (1849 г.) (прерывание светового луча зубчатым колесом)

Это первый удачный опыт по измерению скорости света в воздухе с использованием источника света земного происхождения. Этот опыт не следует



Начало

Содержание



Страница 29 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

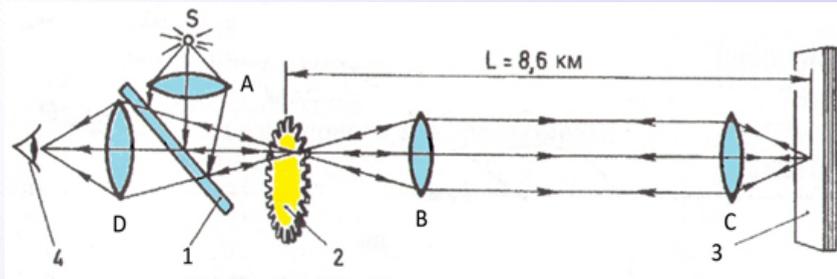


Рисунок 1.2.3: Схема опыта Физо 1849 г.

путать с опытом А.И.Л. Физо 1851 г. по измерению скорости света в движущейся жидкости (см. также Приложение 1.2.4).

Схема опыта изображена на рис. 1.2.3.

В данном опыте свет от источника  $S$ , проходя через линзу  $A$ , попадал на полупрозрачное зеркало  $1$  и после отражения проходил через просветы между зубьями вращающегося колеса  $2$ . Затем, пройдя через линзы  $B$  и  $C$ , свет отражался от зеркала  $3$ , расположенного на расстоянии  $L = 8,6$  км от колеса и возвращался назад. Требовалось подобрать такую минимальную частоту вращения колеса, при которой к моменту возврата светового луча на его пути был бы не зубец, а следующий просвет (соседний по отношению к тому, через который луч первоначально прошел в сторону зеркала). При выполнении этого условия луч, вернувшись к полупрозрачному зеркалу  $1$ , проходил через него и линзу  $D$  (окуляр), попадая в глаз наблюдателя  $4$ .

Для определения значения скорости света Физо исходил из следующих соображений. Свет, проходя через зубчатое колесо и возвращаясь обратно, проходит путь  $2L$  за время  $t$ , поэтому

$$c = 2L/t. \quad (1.2.11)$$



Начало

Содержание



Страница 30 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Время  $t$  связано с углом поворота  $\varphi$  и угловой скоростью вращения колеса  $\omega$  соотношением

$$\varphi = \omega t. \quad (1.2.12)$$

С другой стороны, угол  $\varphi$  должен соответствовать повороту на 1 зубец, поэтому если  $n$  – общее количество зубцов в колесе, то выполняется соотношение

$$\varphi = 2\pi/n. \quad (1.2.13)$$

Из (1.2.11) – (1.2.13) следует, что

$$c = Ln\omega/\pi. \quad (1.2.14)$$

В опыте Физо было  $n = 720$ ,  $\omega = 50.4\pi$  рад/с. Полученное значение скорости света (которое в разных источниках меняется от  $c \approx 3.12 \cdot 10^8$  м/с до  $c \approx 3.15 \cdot 10^8$  м/с, но чаще встречается значение  $c \approx 3.133 \cdot 10^8$  м/с) оказалось завышенным по сравнению с принятым на сегодня значением ( $c \approx 2.9979 \cdot 10^8$  м/с), зато более близким к современному значению, чем у Ремера (хотя и несколько менее близким по сравнению с результатами Брайля).

Во 2-й половине XX в. с изобретением лазеров метод Физо был модифицирован: в качестве источника света стали использовать лазер, а в качестве прерывателя светового сигнала – ультразвуковой или интерференционный модулятор. Это позволило существенно повысить точность измерений (достичь современных значений).

### 1Б.2. Опыты с вращающимися зеркалами.

Следует отметить, что эти опыты связаны, по крайней мере, с тремя фамилиями. Во-первых, идею опытов предложил Ф. Араго в 1838 г., но практическая реализация натолкнулась на различные трудности, которые механику Бреге, занимавшемуся изготовлением необходимых приборов, удалось преодолеть лишь к 1850 г. При этом Араго по состоянию здоровья уже не смог их осуществить и ограничился



Начало

Содержание



Страница 31 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

рекомендациями, которые принял на вооружение, в частности, Ж.Б.Л. Фуко. Вторых, Фуко и осуществил первую постановку в 1850 г. (с повтором в 1862 г. в усовершенствованном виде); при этом не следует путать это опыт с опытом Фуко 1850 г. по измерению скорости света в покоящейся воде (этот опыт относится ко 2-й группе). В-третьих, дальнейшим совершенствованием опытов в течение многих лет (в том числе уже после 1905 г., который официально считается годом создания СТО) занимался, в первую очередь, А.А. Майкельсон, в связи с чем эти опыты в литературе иногда называют опытами Майкельсона. Поэтому не следует путать данные опыты с опытами Майкельсона (и соавторов) по обнаружению мирового эфира (эти опыты относятся к 3-й группе и будут рассмотрены далее). Во избежание указанной путаницы можно называть эти опыты опытами Араго–Фуко–Майкельсона, отмечая основной вклад всех трех ученых в их разработку и совершенствование.

Главное преимущество замены зубчатого колеса на вращающееся зеркало заключалось в том, что такая замена позволила сократить расстояния, применяемые в эксперименте с 8,6 км до 20 м (у Фуко в 1862 г.) и получить при этом более точный результат. Впрочем, Майкельсон для достижения еще большей точности впоследствии увеличил расстояния до 35 км, чем превзошел Физо примерно в 4 раза.

Схема опыта в простейшем варианте изображена на рис. 1.2.4.

Луч света от источника  $S$ , проходя через полупрозрачное зеркало  $M_1$  и линзу  $L_1$  (коллиматор), отражается от плоского зеркала  $M_2$  и попадает на вогнутое зеркало  $M_3$ . Отразившись от зеркала  $M_3$ , луч проделывает обратный путь до зеркала  $M_1$  и, отразившись от него, попадает в окуляр  $L_2$  с микрометром.

Если зеркало  $M_2$  неподвижно, то луч, вернувшись к зеркалу  $M_1$  с правой стороны, попадет на него в той же точке, в которой он вышел из него первоначально (т.е. после прихода от источника  $S$ ). Если же привести зеркало  $M_2$  во вращение, то отраженный луч после  $M_2$  будет двигаться по другой траектории, которая



Начало

Содержание



Страница 32 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

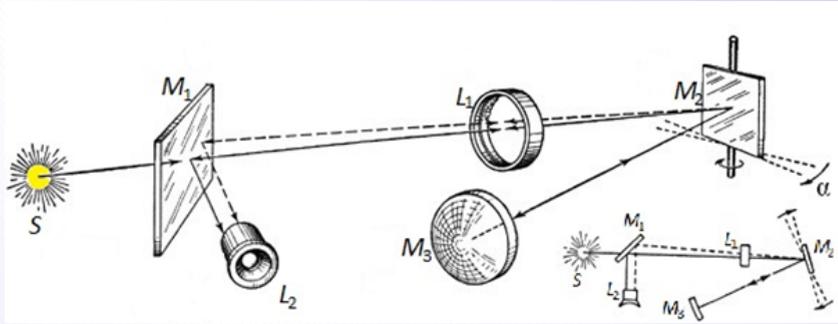


Рисунок 1.2.4: Схема опыта Араго–Фуко–Майкельсона (в простейшем варианте) по измерению скорости света методом вращающихся зеркал

на рисунке изображена пунктирной, а не сплошной линией (в отличие от первоначальной траектории). Следовательно, он попадет на  $M_1$  в другой точке, поэтому и в окуляре  $L_2$  будет наблюдаться в другой позиции.

Можно показать (см. рис. 1.2.5), что смещение  $\beta$  луча соответствует удвоенному значению угла  $\alpha$  поворота зеркала за время, пока луч преодолевает расстояние  $M_2M_3$  и обратно. Таким образом,

$$\alpha' = 2\alpha. \quad (1.2.15)$$

Для определения значения скорости света Фуко (не без влияния опыта Физо 1849 г.) исходил из следующих соображений. Свет, проходя расстояние  $L = M_2M_3$  и возвращаясь обратно, проходит путь  $2L$  за время  $t$ , поэтому

$$c = 2L/t, \quad (1.2.16)$$

что по внешнему виду аналогично соотношению (1.2.11). Время  $t$  связано с углом



Начало

Содержание



Страница 33 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

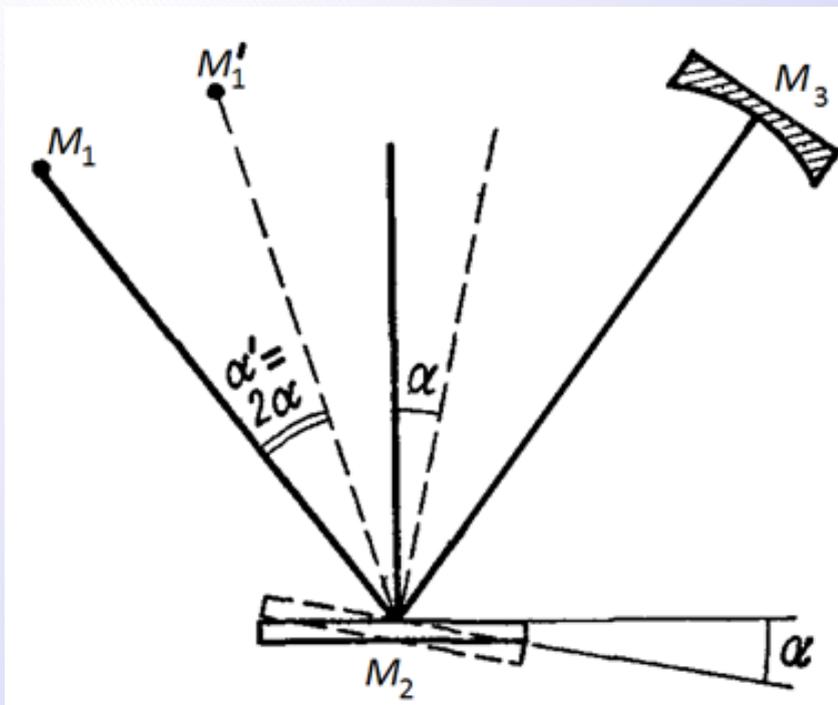


Рисунок 1.2.5: Обоснование соотношения (1.2.15).

Начало

Содержание



Страница 34 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

поворота  $\alpha$  и угловой скоростью вращения  $\omega$  зеркала  $M_2$  соотношением

$$\alpha = \omega t, \quad (1.2.17)$$

что по внешнему виду аналогично соотношению (1.2.12). Из (1.2.15) – (1.2.17) получаем, что

$$c = 4L\omega/\alpha'. \quad (1.2.18)$$

Если смещение луча в окуляре  $L_2$  равно  $D$ , а зеркало  $M_1$  находится в фокальной плоскости коллиматора  $L_1$ , фокусное расстояние которого  $f$ , то справедливо соотношение

$$D = ftg\alpha', \quad (1.2.19)$$

откуда при малых  $\alpha'$  приближенно получаем

$$\alpha' \approx D/f. \quad (1.2.20)$$

Подставляя (1.2.20) в (1.2.18), получаем:

$$c = 4Lf\omega/D. \quad (1.2.21)$$

Фуко в 1850 г. и в 1862 г. при  $L = 20$  м и  $\omega = 1024\pi$  рад/с получил значение  $c \approx (2.980 \pm 0.005) \cdot 10^8$  м/с.

Не вдаваясь в подробности, отметим, что в усовершенствованном варианте Майкельсона (схема опыта приведена на рис. 1.2.6) вместо одного вращающегося зеркала использовались зеркала, которые находились на вращающейся 8-гранной призме  $P$ , а одно из неподвижных зеркал  $M_1$  (в горной местности) находилось от призмы на расстоянии 35 км. Свет от источника  $L$  после прохождения пути  $PM_1M_2M_1P$  попадал в объектив  $O$  не при любых частотах вращения призмы, а только подобранных соответствующим образом.



Начало

Содержание



Страница 35 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

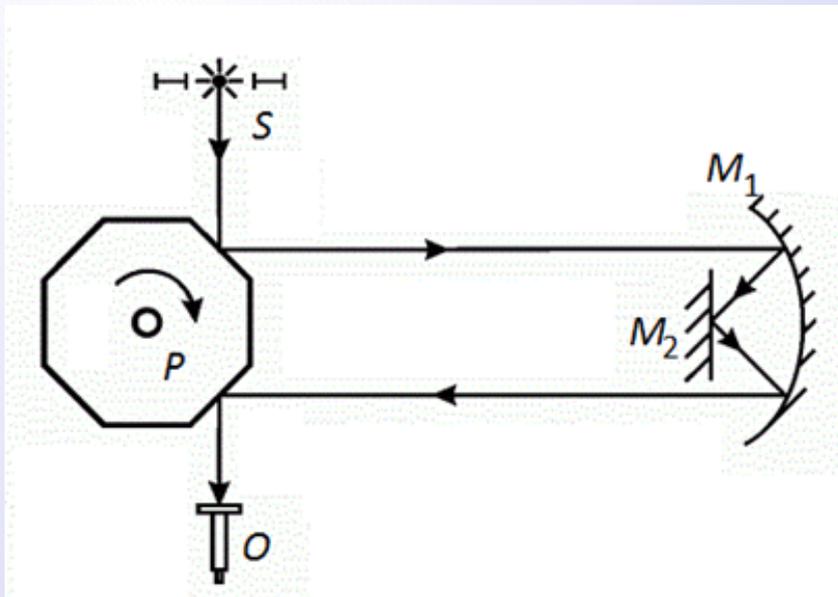


Рисунок 1.2.6: Усовершенствованная схема Майкельсона.

Начало

Содержание



Страница 36 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Используя указанную схему, Майкельсон в 1926 г. получил значение  $c \approx (2.99796 \pm 0.00004) \cdot 10^8$  м/с. Этот результат в пределах погрешности (которая была снижена до 4 км/с) уже соответствовал принятому на сегодняшний день значению.

Отметим также, что аналогичные опыты ставили М.-А. Корню в 1874-75 гг. ( $c \approx 2.9999 \cdot 10^8$  м/с, по другим данным  $c \approx 3.0033 \cdot 10^8$  м/с), С. Ньюком в 1891 г. ( $c \approx (2.9981 \pm 0.0005) \cdot 10^8$  м/с), Перротин в 1901 г. ( $c \approx 2.99777 \cdot 10^8$  м/с). Ф.Г. Пиз и Пирсона в 1932 г., т.е. уже после кончины Майкельсона ( $c \approx 2.99774 \cdot 10^8$  м/с). Таким образом, последние опыты Майкельсона оказались самыми точными среди опытов такого типа. Справедливости ради следует отметить, что Майкельсон начинал свои исследования в 1878 г. совместно с Ньюкомом (и опубликовал первые результаты в 1880 г.), но в дальнейшем их пути разошлись. Ф.Г. Пиз в 1924–1928 и 1930 гг. готовил оборудование для экспериментов Майкельсона.

Отметим, что в рассуждениях, приводящих к формуле (1.2.21), не учитывается эффект Доплера (см. п. 3.3) при отражении луча от вращающегося зеркала. Поэтому в случае некогерентного света опыты указанного типа позволяют определить его групповую, а не фазовую скорость. Если же удастся достичь высокой степени монохроматичности света (что стало возможным несколько десятилетий спустя с созданием лазеров), то разница между групповой и фазовой скоростями становится несущественной.

### 1В. Определение скорости света на основе значений электромагнитных постоянных

Уже в годы построения Дж. К. Максвеллом теории электромагнетизма стало возможным вычислить скорость света в вакууме некинематическими способами. Один из них заключается в сравнении величины электрического заряда какого-либо объекта (например, конденсатора) в электростатических и магнитных единицах (отношение этих значений дает скорость света).

На это впервые в 1856 г. совместно обратили внимание немецкие физики Р.Г.А. Кольрауш (1809–1858) и В.Э. Вебер (1804–1891). Их не следует путать



Начало

Содержание



Страница 37 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

с двумя другими (жившими чуть позже) немецкими физиками с такими же фамилиями (В.Ф.Г. Кольрауш (1840–1910), Г.Ф. Вебер (1843–1912)), сведения о совместной научной деятельности которых отсутствуют. Р.Г.А. Кольрауш и В.Э. Вебер получили значение  $c \approx 3.1 \cdot 10^8$  м/с.

С точки зрения единиц СИ идея метода заключается в следующем. Воспользуемся известным из электродинамики соотношением

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}, \quad (1.2.22)$$

где  $\varepsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная (которую можно определить путём измерения ёмкости конденсатора при известных его размерах) а  $\mu_0$  – магнитная постоянная, значение которой в точности принимается равным  $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Этот метод использовали в 1907 г. Роза и Дорси и получили значение скорости света  $c \approx (2.99710 \pm 0.00022) \cdot 10^8$  м/с. Погрешность, с которой было определено значение скорости света (22 км/с) оказалась меньше, чем в ранних опытах подгруппы 1Б, но больше, чем в поздних опытах Майкельсона (из той же подгруппы)).

Измерения, аналогичные измерениям Вебера–Кольрауша и Розы–Дорси, проводили Максвелл в 1868 г. ( $c \approx 2.88 \cdot 10^8$  м/с), Томсон в 1883 г. ( $c \approx 2.82 \cdot 10^8$  м/с). Точность этих результатов была меньше, чем у Розы и Дорси.

### 1Г.1. Определение скорости света на основе измерений длины волны и частоты с помощью резонатора.

Ещё один способ определения скорости света основан на одновременных независимых измерениях частоты электромагнитного излучения в вакууме  $\nu$  и его длины волны  $\lambda$ . Тогда скорость света может быть найдена из простой формулы

$$c = \lambda\nu. \quad (1.2.23)$$

Указанная цель может быть достигнута с помощью объёмного резонатора (такие резонаторы широко применялись в радиофизике с начал XX в.). Алгоритм



Начало

Содержание



Страница 38 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



действий по определению  $\lambda$  и  $\nu$  состоит из следующих основных этапов. 1. Размеры резонатора определяются с как можно большей точностью. 2. Регулировкой частоты  $\nu$  определяется такое значение  $\nu$ , при котором в резонаторе создается стоячая волна (по аналогии с измерением скорости звука методом стоячей волны). 3. Производится подсчёт числа полуволн на длине резонатора. 4. Подсчитанное на этапе 3 количество полуволн сравнивается с линейными размерами резонатора, определенными на этапе 1, что позволяет определить длину волны  $\lambda$  исследуемого излучения. 5. По формуле (1.2.23) определяется значение скорости света. 6. При необходимости делается поправка на различие между скоростью света в воздухе и вакууме (см. формулу (1.2.24), относящуюся к опыту Фуко 1850 г. подгруппы 2А).

Эксперименты в соответствии с указанным алгоритмом поставили, в частности, Л. Эссен и А.К. Гордон-Смит в 1946 г. Они нашли частоту излучения для различных нормальных мод (с разным количеством полуволн) в объемном микроволновом резонаторе, линейный размер которого был измерен с точностью  $\pm 0.8$  мкм. Скорость света, найденная ими затем по формуле (1.2.23), составила  $c \approx (2.99792 \pm 0.00003) \cdot 10^8$  м/с (т.е. с точностью до 3 км/с, что было несколько лучше, чем в последних экспериментах Майкельсона с вращающимися зеркалами). Повтор эксперимента в 1950 г. дал результат  $c \approx (2.997925 \pm 0.000001) \cdot 10^8$  м/с (т.е. с точностью до 100 м/с). Таким образом, точность результата удалось повысить на порядок.

### 1Г.2. Определение скорости света на основе измерений длины волны методом интерферометрии (с заданной или измеряемой частотой).

Интерферометрия – это метод исследования, основанный на явлении интерференции (сложении) волн. Он применяется не только для измерения скорости света, да и вообще не только для электромагнитных волн (поскольку явление интерференции наблюдается и в акустике).

Нахождение скорости света методом интерферометрии происходит по следующему алгоритму. 1. Формируется когерентный пучок электромагнитного

Начало

Содержание



Страница 39 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

излучения с подобранной частотой  $\nu$ . 2. Пучок излучения делится пространственно на два (или более) пучка тем или иным устройством, а затем эти пучки сводятся вместе. 3. Складываясь снова, лучи образуют интерференционную картину в какой-либо области пространства (например, на экране). 4. По расстоянию между максимумами (или минимумами) можно однозначно определить длину волны  $\lambda$  (максимумы интерференционной картины будут наблюдаться, когда разность хода лучей равна целому числу длин волн, и минимумы – когда эта разность равна полуцелому числу длин волн). 5. По формуле (1.2.23) определяется значение скорости света. 6. При необходимости делается поправка на различие между скоростью света в воздухе и вакууме (см. формулу (1.2.24), относящуюся к опыту Фуко 1850 г. подгруппы 2А).

До появления лазеров для определения скорости света методом интерферометрии использовались источники когерентного радиоизлучения. В 1958 г. К. Фрум использовал микроволновый интерферометр и электрооптический затвор (ячейку Керра). Частота излучения  $\nu$  определялась путём сравнения с высшими гармониками стандартного кварцевого осциллятора. Для измерения  $\lambda$  использовался интерферометр Майкельсона. Излучение от клистрона с частотой в 24 ГГц разделялось в интерферометре на два пучка. Положение зеркала определялось с точностью 3 мкм. Фрум получил значение скорости света  $c \approx (2.997925 \pm 0.000001) \cdot 10^8$  м/с, т.е. такой же результат, как Эссен и Гордон-Смит в 1946 г. с использованием микроволнового резонатора (см. 1Г.1). В экспериментах Фрума основные погрешности возникали вследствие дифракционных явлений в интерферометре и наличия эхо, создаваемого неподвижными предметами в лаборатории.

Эксперименты по определению скорости света с использованием ячейки затвора Керра проводились и до Фрума, но были менее точными (в т.ч. по сравнению с самыми точными опытами Майкельсона с вращающимися зеркалами). Так, Миттельштедта в 1928 г. получил значение  $c \approx 2.99778 \cdot 10^8$  м/с, а Андерсон в 1941



Начало

Содержание



Страница 40 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

г. получил значение  $c \approx 2.99782 \cdot 10^8$  м/с.

В 1970-е гг. стало возможным, не меняя общей сути метода, в качестве источника когерентного излучения использовать лазеры с высокой стабильностью спектра (вместо радиоизлучения), а также атомные часы (вместо кварцевого осциллятора).

Так, в 1972 г. Эвансон (другой вариант перевода – Ивенсен) использовал гелий-неоновый лазер, генерирующий излучение с  $\lambda = 3,39$  мкм. Длина волны излучения измерялась с помощью интерферометрического сравнения с эталоном длины, т.е. с длиной волны оранжевого излучения криптона (иными словами, был использован криптоновый стандарт частоты). Методами нелинейной оптики (генерация излучения с суммарными и разностными гармониками) частоту излучения  $\nu$  удалось сравнить с эталоном времени (с цезиевым стандартом частоты).

В литературных источниках приводятся сведения о следующих результатах: а)  $c \approx (2.997924562 \pm 0.000000011) \cdot 10^8$  м/с; б)  $c \approx (2.997924562 \pm 0.000000008) \cdot 10^8$  м/с; в)  $c \approx (2.997924574 \pm 0.000000010) \cdot 10^8$  м/с. Таким образом, это самая высокая точность и достигнутых на тот момент (она равна приблизительно 1 м/с и на 2 порядка превосходит точность, достигнутую ранее в экспериментах Эссена и Гордона-Смита, а также Фрума).

Современное справочное значение скорости света в вакууме ( $c \approx 2.99792458 \cdot 10^8$  м/с) было принято в 1983 г.

Перейдем к рассмотрению экспериментов, в которых исследовался вопрос о том, как влияет на значение скорости света относительно лабораторной системы отсчета наличие среды с показателем преломления, заметно отличным от единицы, а также движение такой среды относительно лабораторной системы отсчета. Эти эксперименты можно условно разделить на 2 подгруппы – эксперименты с покоящейся средой (2А) и эксперименты с движущейся средой (2Б).

2А. Опыт Фуко (1850 г.) по определению скорости света в покоящейся воде.

Схема эксперимента аналогична схеме простейшего варианта опыта Араго–Фуко–Майкельсона по измерению скорости света методом вращающихся зеркал (см.



Начало

Содержание



Страница 41 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

рис. 1.2.4). Разница заключается в том, что на участке  $M_2M_3$  располагалась кювета с водой.

Физо установил, что если  $c$  – скорость света в вакууме,  $n$  – показатель преломления воды,  $u$  – скорость света в воде, то справедливо соотношение

$$u = c/n. \quad (1.2.24)$$

Позднее было установлено, что соотношение (1.2.24) справедливо для любых веществ. Важность данного результата заключается также в следующем. 1. Формула (1.2.24) нашла свое применение, в частности, при дальнейшем повышении точности измерений скорости света в воздухе, когда пересчет результатов на случай вакуума стал необходимым даже несмотря на то, что показатель преломления воздуха мало отличается от единицы (особенно это касается экспериментов подгруппы 1Г). 2. Результат (1.2.24) подтвердил волновую природу света, поскольку корпускулярная теория (не путать с квантовой!) предсказывала, что скорость  $u$  является произведением величин  $c$  и  $n$ , а не их частным.

Вместе с тем, убедительное доказательство волновой природы света стимулировало новые эксперименты, связанные с поиском эфира, которые в итоге не увенчались успехом.

2Б. Опыт Физо (1851 г.) по определению влияния движения жидкости на скорость распространяющегося в ней света.

Этот опыт не следует путать с опытом Физо 1849 г. по измерению скорости света в воздухе с использованием зубчатого колеса (см. также Приложение 1.2.4).

Схема опыта представлена на рис. 1.2.7.

Можно выделить следующие этапы. 1. Световой луч от источника  $S$  направлялся на полупрозрачное зеркало  $M_1$ , где происходило разделение исходного луча на 2 части. 2а. Луч 1 (условно обозначенный красным цветом) после отражения от зеркала  $M_1$  и зеркала  $M_2$  проходил через движущуюся воду (расстояние около 1,5 м) по направлению ее движения (указано синими стрелками), а после отражения от



Начало

Содержание



Страница 42 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

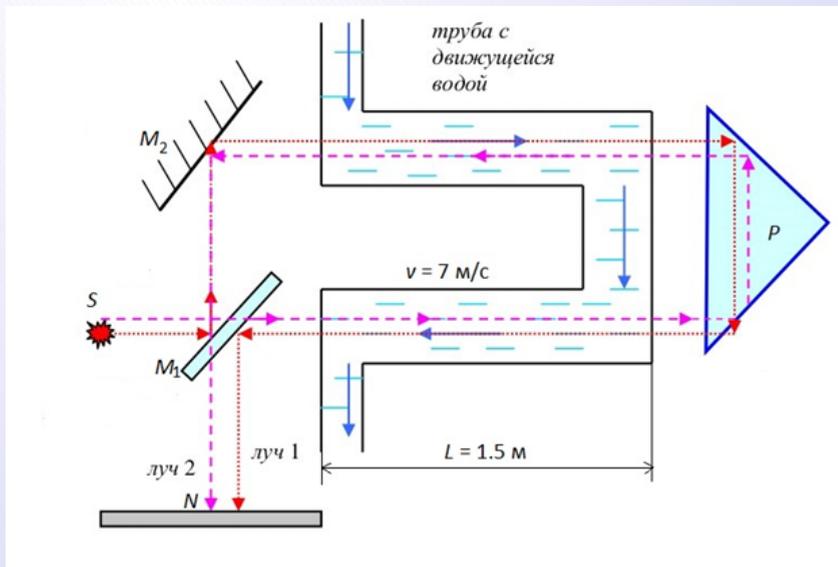


Рисунок 1.2.7: Схема опыта Физо 1851 г.

Начало

Содержание



Страница 43 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



поворотной призмы  $P$  снова пропускаться через движущуюся воду по направлению ее движения; после отражения от полупрозрачного зеркала  $M_1$  (только уже с другой его стороны) он попадал к месту наблюдения  $N$ . 2б. Луч 2 (условно обозначенный сиреневым цветом), проходя сквозь полупрозрачное зеркало  $M_1$  (на рис. 1.2.7 это выглядит как «слева направо») проходил через движущуюся воду против направления ее движения, а после отражения от поворотной призмы  $P$  снова пропускаться через движущуюся воду против направления ее движения; после отражения от зеркала  $M_2$  он проходил сквозь полупрозрачное зеркало  $M_1$  (теперь уже перпендикулярно направлению первого прохождения; на рис. 1.2.7 это выглядит как «сверху вниз») и попадал к месту наблюдения  $N$ . 3. Лучи 1 и 2, прибывшие к месту наблюдения  $N$ , создавали интерференционную картину, анализ которой привел к следующему результату.

Если  $c$  – скорость света в вакууме,  $n$  – показатель преломления среды (в данном случае – воды),  $v$  – скорость среды относительно лаборатории,  $u$  – скорость света относительно лаборатории, то справедливо соотношение

$$u = c/n \pm \alpha v, \alpha = 1 - 1/n^2, \quad (1.2.25)$$

где положительный знак соответствует совпадению направлений движения света и среды, а отрицательный – случаю, когда эти направления противоположны.

Можно показать, что с точки зрения наблюдаемой интерференционной картины описываемый эффект относится к эффектам первого порядка по  $v/c$  (см. Приложение 1.2.7).

Поскольку в те годы большинство физиков еще не было готово к отказу от теории эфира, формула (1.2.25) была интерпретирована следующим образом. Если бы эфир был неподвижным и не увлекался движущейся средой, то было бы  $\alpha = 0$ , т.е. 2-е слагаемое в правой части (1.2.25) отсутствовало бы; если бы эфир полностью увлекался движущейся средой, то было бы  $\alpha = 1$ . Поскольку (1.2.25) не соответствует ни одному из указанных случаев, была выдвинута гипотеза

Начало

Содержание



Страница 44 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

о частичном увлечении эфира движущейся средой (т.е. эфиру приписывались упругие свойства), а величина  $\alpha$  была названа коэффициентом увлечения Френеля (который ранее предсказал соотношение (1.2.25)). Благодаря такой интерпретации удалось сохранить право на применение классического закона сложения скоростей по отношению к свету и движущейся среде.

Указанный опыт был повторен Майкельсоном в 1886 г., который внес в схему, изображенную на рис. 1.2.7, некоторые изменения. Так, вместо поворотной призмы использовались еще 2 зеркала, расположенные так, чтобы достигался такой же эффект двукратного отражения. Кроме того, было добавлено еще одно зеркало, а также изменено взаимное расположение зеркал  $M_1$  и  $M_2$ , места наблюдения  $N$  и источника  $S$ .

В 1895 г. Лоренц показал, что в (1.2.25) требуется внести поправку, которая обусловлена зависимостью показателя преломления от частоты, т.е. дисперсией. В результате вместо (1.2.25) получаем

$$u = c/n \pm \alpha v, \alpha = 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda dn}{nd\lambda}. \quad (1.2.26)$$

Указанная поправка была экспериментально подтверждена Зеemanом в 1914 г., который повторил указанный опыт Физо 1851 г. с еще большей точностью измерений.

После создания СТО, в которой произошел отказ как от эфира, так и от классического сложения скоростей, оказалось, что результат (1.2.25) все равно может быть получен, но уже на основе релятивистского закона сложения скоростей, причем СТО дает более точный результат, а (1.2.25) – это приближенная формула, которая применима, когда  $v \ll c$  (см. задачу 2.4). В опыте Физо было  $v = 7$  м/с, что существенно меньше скорости света.

Важность результата (1.2.25) заключается в том, что с ним пришлось считаться при интерпретации результатов более поздних экспериментов с участием



Начало

Содержание



Страница 45 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Майкельсона по обнаружению эфира (которые в нашем курсе условно отнесены к 3-й группе; см. также [Приложение 1.2.4](#)). В связи с этим во многих курсах СТО сведения об эксперименте Физо 1851 г. излагаются рядом со сведениями об опытах по обнаружению эфира. Это касается и наблюдений Брайля (см. 1А.2), поскольку в то время они также интерпретировались в рамках гипотезы эфира, только неподвижного (хотя известно, что Брайль мог объяснить аберрацию и в рамках корпускулярной теории света). В связи с указанным обстоятельством опыты Физо (1851 г.) и Брайля могут быть отнесены также к 3-й группе. Кроме того, интерпретация результатов этих опытов с позиций теории эфира уже приводит к серьезным противоречиям: так, при объяснении результатов наблюдений Брайля эфир неподвижен, а у Физо эфир частично увлекается движущейся средой. Эти противоречия после опытов Майкельсона (в т.ч. совместно с Морли) только усугубились.

К рассмотрению этих экспериментов мы и перейдем.

Опыты 3-й группы можно условно разделить на следующие подгруппы: эксперименты, показавшие изотропный характер скорости света в вакууме (или в воздухе, показатель преломления которого близок к единице) с использованием источника света земного происхождения (3А); эксперименты, показавшие однородный характер скорости света в вакууме (или в воздухе, показатель преломления которого близок к единице) с использованием источника света земного происхождения (3Б); эксперименты с источниками света неземного происхождения (3В).

Основная особенность этих экспериментов заключалась в применении интерферометрии (хотя интерференционную картину анализировал и Физо в эксперименте 1851 г.). На момент постановки исторически первых экспериментов, относящихся к 3-й группе, интерферометрия еще не использовалась непосредственно для измерения скорости света в вакууме (это произошло лишь во 2-й половине XX в.), хотя значение верхнего предела скорости движения Земли относительно



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 46 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

эфира, которое позволяли определить эти методы уже в 1880-е годы, было меньше значения скорости движения Земли по орбите. Что же касается кинематических методов, которые применялись для измерения скорости света (эксперименты групп 1 и 2), то на тот момент они еще были далеки от такой точности (погрешность была гораздо выше значения скорости движения Земли по орбите), поэтому применять их для проверки влияния движения Земли по орбите на скорость света в те годы не было смысла. К тому времени, когда Майкельсону удалось снизить погрешность кинематических методов определения скорости света до 4 км/с (см. 1Б.2), интерференционные методы поиска эфира все равно были впереди по точности.

### 3А.1. Опыты Майкельсона (1881) и Майкельсона–Морли (1887)

В основу этих опытов был положен метод интерферометрии, который ранее уже использовался Физо (в опыте 1851 г. (2Б) с движущейся водой), а также позднее в опытах типа 1Г.2 по измерению скорости света. В отличие от упомянутого опыта Физо, Майкельсон использовал новый интерферометр, который сам же и сконструировал для проведения своих экспериментов (интерферометр Майкельсона). Этот интерферометр впоследствии был использован и в ряде опытов типа 1Г.2.

Первый опыт был поставлен в 1881 г., причем свет распространялся в воздухе. Т.к. для воздуха  $n \rightarrow 1$ , то, согласно (1.2.25), должно быть  $\alpha \rightarrow 0$ , т.е. движение Земли не должно приводить к увлечению эфира у ее поверхности. Отсюда, в свою очередь, следует, что раз нет увлечения эфира, то должен наблюдаться эфирный «ветер» (если эфир существует).

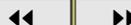
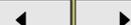
Схем эксперимента приведена на рис. 1.2.8.

Можно выделить следующие этапы. 1. Световой луч (условно обозначенный синим цветом) от источника  $S$  направлялся на полупрозрачную пластину  $P_1$ , где происходило разделение исходного луча на 2 части. 2а. Луч 1 (условно обозначенный оранжевым цветом) после отражения от противоположной стороны пластины  $P_1$



Начало

Содержание



Страница 47 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

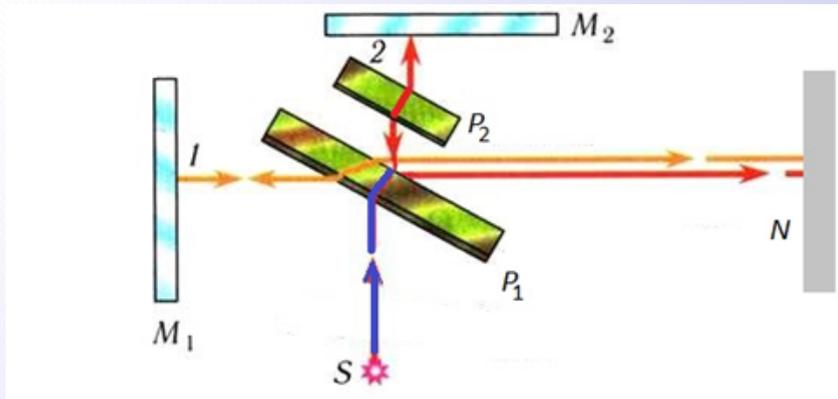


Рисунок 1.2.8: Схема опыта Майкельсона.

далее отражался от зеркала  $M_1$  и после повторного прохождения через пластину  $P_1$  попадал к месту наблюдения  $N$ . 2б. Луч 2 (условно обозначенный красным цветом), проходя сквозь полупрозрачную пластину  $P_1$ , далее проходил через компенсаторную пластину  $P_2$ , а после отражения от зеркала  $M_2$  повторно проходил через ту же пластину  $P_2$ , после чего, отразившись от пластины  $P_1$ , попадал к месту наблюдения  $N$ . 3. Лучи 1 и 2, прибывшие к месту наблюдения  $N$ , создавали интерференционную картину.

Длина плеча интерферометра равнялась 1,2 м, компенсаторная пластинка  $P_2$  установлена для выравнивания оптических длин путей луча 1 и луча 2. Длина волны света, генерируемого источником, равнялась  $\lambda = 5,9 \cdot 10^2$  нм.

Предсказывалось, что даже если скорость эфирного ветра минимальна и равна скорости движения Земли по орбите вокруг Солнца ( $v = 30$  км/с; ситуация осложняется тем, что не исключено движение относительно эфира всей Солнечной системы как единого целого), то смещение интерференционных полос при повороте интерферометра должно достигать 0,04 полосы.



Начало

Содержание



Страница 48 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



Несмотря на то, что чувствительность установки позволяла обнаружить смещение на 0,01 полосы, анализ интерференционной картины показал, что указанное смещение не обнаруживается. Из этого можно было заключить, что даже если эфирный ветер существует, его скорость относительно Земли не превосходит 18 км/с (т.е. было установлено верхнее ограничение на скорость эфирного ветра).

Для данного эксперимента первостепенное значение имел поворот установки, что можно было сделать достаточно быстро. Вместе с тем, наблюдения проводились, как правило, в течение 6 месяцев. Это делалось с целью зарегистрировать такие моменты времени, когда скорость Земли относительно гипотетического эфира минимальна.

Можно показать, что с точки зрения наблюдаемой интерференционной картины описываемый эффект должен был бы относиться к эффектам второго порядка по  $v/c$  (см. Приложение 1.2.7).

Не меняя принципиальной схемы опыта, Майкельсон совместно с Э. У. Морли повторил измерения в 1885–87 гг. (этот опыт с тех пор называется опытом Майкельсона–Морли). Благодаря многократных отражений от 16 зеркал эффективная длина плеча интерферометра возросла до 11 м. Во избежание деформаций, которые могли возникать при вращении и вызывать небольшое смещение интерференционных полос (тем самым подавая ложный сигнал о якобы обнаруженном эффекте), экспериментальная установка была смонтирована на тяжелой цементной плите, которая плавала в сосуде с ртутью (пары ртути очень токсичны, поэтому такие эксперименты очень опасны для здоровья и жизни). Источником света служила зеленая ртутная лампа с  $\lambda = 546,1$  нм.

На этот раз предсказывалось смещение интерференционных полос при повороте интерферометра на 0,4 полосы. В действительности максимальное наблюдавшееся смещение, обусловленное неустранимыми случайными помехами, было равно 0,02 полосы, а среднее – существенно меньше 0,01 полосы. Был сделан вывод, что даже если эфирный ветер существует, его скорость относительно Земли не превосходит 7 км/с (т.е. было уменьшено прежнее верхнее ограничение на скорость эфирного

Начало

Содержание



Страница 49 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

ветра).

Обсуждение формулировки вывода, сделанного по результатам опытов Майкельсона (1881 г.) и Майкельсона–Морли, вынесено в [Приложение 1.2.8](#).

Сравнительная характеристика основных интерпретаций отрицательного результата опыта Майкельсона–Морли дана в [Приложении 1.2.4](#). Одна из них сводится к полному увлечению эфира движущейся Землей, что находится в противоречии с интерпретациями наблюдений Брадлея (см. 1А.2), где эфир предполагается неподвижным, а также опыта Физо 1851 г. (см. 2Б), где эфир предполагается частично увлекаемым. Еще одна из интерпретаций связана с так называемой баллистической гипотезой, согласно которой в данной ИСО скорость света, испущенного источником, движущимся в данной ИСО, должна быть векторной суммой скорости источника в данной ИСО и скорости света, испущенного покоящимся источником (опыты, относящиеся к проверке этой гипотезы, в нашем курсе отнесены к 4-й группе).

Результат опыта Майкельсона показывает, что в земной системе отсчета скорость света (точнее говоря, средняя скорость света в двух прямо противоположных направлениях) в вакууме изотропна, т.е. не зависит от направления распространения света. Данное утверждение можно распространить на все ИСО. Это, однако, не является доказательством того, что само значение скорости света одинаково во всех ИСО. Прямая проверка этого утверждения на тот момент была затруднительна, поскольку погрешность, с которой в те годы определялось значение скорости света, еще заметно превосходила скорость движения Земли по орбите ( $v = 30$  км/с).

Опыты Майкельсона (1881 г.) и Майкельсона–Морли повторяли разные исследователи (в частности, Морли совместно с Миллером в 1902–1904 гг.). Для уменьшения возможного увлечения эфира установка поднималась в горы, но это не приводило к каким-либо ожидаемым изменениям. Одну из последних проверок совершил Ф.Г. Пиз в 1929 г. К началу 1930-х гг. было установлено, что если эфирный ветер и существует, то его скорость не может превышать 1,5 км/с.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 50 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

### 3А.2. Опыты, основанные на сравнении частот мазеров и лазеров

Эти опыты, не меняя принципиальной схемы опытов Майкельсона (1881 г.) и Майкельсона–Морли, существенно упростили ее инженерно-техническую реализацию и повышали точность результатов. Такие опыты стали возможными с появлением мазеров и лазеров.

Один из известных экспериментов такого типа был поставлен в 1958 г. учеными Колумбийского университета (Седекхольм и др.).

Этот эксперимент заключался в сравнении частот 2 одинаковых мазеров, излучавших по направлению движения Земли и против этого направления. Предсказывалось, что при наличии эфирного ветра должно наблюдаться различие между частотами, почти в 500 раз превышающее точность измерений. Частоты, однако, остались одинаковыми с точностью  $\sim 10^{-9}\%$ , т.е. результат опыта оказался отрицательным.

Другой известный опыт такого типа был поставлен в 1964 г. (Джасея, Джаван, Муррей, Таунс).

В этом эксперименте использовались 2 гелий-неоновых лазера (вместо мазеров), установленные на поворотной платформе перпендикулярно друг другу (а не прямо противоположно). Схема опыта изображена на рис. 1.2.9.

Световой пучок от лазера  $L_1$  проходил через полупосеребрянное зеркало  $M$ , а пучок от лазера  $L_2$  отражался от того же зеркала. После этого пучки шли параллельно, попадая в фотоэлектронный умножитель  $F$ , установленный на той же платформе, и создавая в нем фототок.

Предсказывалось, что: а) в случае небольшого различия между частотами пучков должны возникнуть биения фототока, причем частота биений должна соответствовать радиодиапазону, что можно легко зарегистрировать анализатором  $A$ ; б) частота биений должна меняться при вращении прибора (если в исходном положении один из лазеров ориентирован вдоль направления движения Земли, а другой – перпендикулярно, то при повороте установки на  $90^\circ$ , то должно, согласно



Начало

Содержание



Страница 51 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

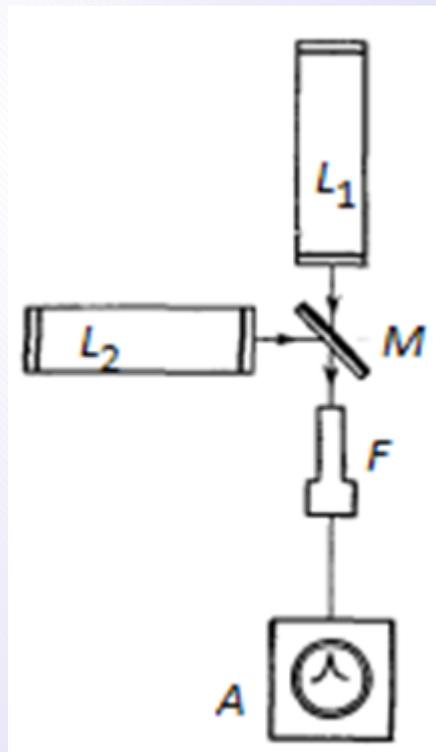


Рисунок 1.2.9: Схема опыта 1964 г.

Начало

Содержание



Страница 52 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

теории неподвижного эфира, наблюдаться изменение разности частот лазеров примерно на 3 МГц из-за орбитального движения Земли).

Предсказанный эффект изменения разности частот не был обнаружен, причем погрешность измерений оставляла несколько Гц. Был сделан вывод, что скорость эфирного ветра, если он существует, не может превышать 30 м/с (замечания относительно формулировок такого типа вынесены в [Приложение 1.2.8](#)). Таким образом, по сравнению с опытом Майкельсона–Морли точность результата была повышена в 50 раз.

### ЗБ. Эксперимент Кеннеди–Торндайка (1932 г.)

Данный эксперимент был призван ответить на вопрос о том, является ли численное значение скорости света одинаковым в различных системах отсчета; т.е., в отличие от опытов Майкельсона (1881 г.) Майкельсона–Морли, в данном случае исследовался вопрос об однородности, а не изотропности пространства по отношению к значению скорости света. До того момента прямая проверка этого вопроса не осуществлялась, хотя в 1-м постулате СТО, который на тот момент уже давно был сформулирован, утверждение об однородности пространства содержится в явном виде.

Вопрос об однородности пространства по отношению к значению скорости света равносителен вопросу об отсутствии преимущественной системы отсчета по отношению к распространению света (независимо от того, какие свойства приписываются эфиру; с точки зрения гипотезы эфира, которая еще поддерживалась некоторыми физиками, хотя уже была отвергнута в СТО, это равносильно вопросу о том, являются ли свойства эфира одинаковыми во всех точках пространства).

Как и в опытах Майкельсона (1881 г.) и Майкельсона–Морли, был использован интерферометр Майкельсона (неподвижный относительно Земли), но с той разницей, что длины плеч интерферометра уже не были равны, а отличались на 16 см. Наблюдение интерференционной картины продолжалось 6 месяцев, в течение



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 53 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

которых Земля успевала переместиться из исходного положения в диаметрально противоположную точку своей орбиты. Тем самым удалось произвести наблюдения во множестве систем отсчета, которые отличались друг от друга положением и ориентацией в пространстве (т.е. наблюдение в течение 6 месяцев имело первостепенную важность). Следует отметить, что Майкельсон также проводил эксперименты в течение 6 месяцев, но с той целью, чтобы определить возможные моменты, в которые скорость эфирного ветра минимальна (если учитывать движение всей Солнечной системы как целого относительно предполагаемого эфира), т.е. у него 6-месячный срок наблюдения стоял не на 1-м месте, а на 2-м (после необходимости поворачивать установку).

Предсказывалось, что если скорость света различна в этих системах отсчета, то будет наблюдаться регулярное смещение интерференционных полос. Вопреки предсказаниям, смещение носило случайный характер и не превосходило 0.3% ширины полосы.

Был сделан вывод, что скорость света в вакууме относительно Земли одинакова (с точностью до 2 м/с) во всех положениях Земли в пространстве. Следовательно, для скорости света преимущественной системы отсчета не существует.

### ЗВ. Опыт Томашека (Майкельсона–Томашека) (1926 г.).

Отметим также, что опыт Майкельсона был модифицирован Томашеком в 1926 г. (уже после создания СТО), где вместо источника света, покоящегося относительно Земли, был использован свет далеких звезд. Результаты снова оказались отрицательными – смещения интерференционных полос не было. Этот эксперимент можно отнести как к категории экспериментов по поиску эфира (поскольку он был их прямым продолжением), так и к следующей категории экспериментов, связанных с опровержением баллистической гипотезы (поскольку если бы она была верна, то и результаты опыта Томашека (его можно назвать и опытом Майкельсона–Томашека) были бы иными).

К рассмотрению этой категории опытов мы и перейдем.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 54 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)



Эксперименты и наблюдения в 4-й группе можно также разделить на подгруппы – астрономические наблюдения и эксперименты (4А), а также эксперименты в области микромира (4Б). В каждой из этих подгрупп существуют разные примеры, которые ниже рассмотрим подробнее.

4А.1. Наблюдение де Ситтера (1913 г.), показавшее несостоятельность баллистической гипотезы.

Хотя рассуждения (обоснованные астрономическими наблюдениями), опровергающие баллистическую гипотезу, были предложены голландским астрономом де Ситтером через несколько лет после создания СТО, этот пример нередко относят к истории формирования СТО, поскольку в те годы сторонниками СТО были еще далеко не все физики (к примеру, Айвс и Стилуэлл, экспериментально обнаружившие поперечный эффект Доплера (см. п. 3.3) на рубеже 1930-х – 40-х годов, пытались интерпретировать его с позиций теории эфира).

Пример, предложенный де Ситтером, основан на наблюдении двойных звезд, когда они вращаются вокруг общего центра масс.

Пример де Ситтера представляет собой доказательство от противного. Не нарушая сути доказательства, предположим, что одна из звезд, входящих в двойную систему, движется вокруг общего центра масс по круговой орбите с постоянной скоростью  $v$ , как показано на рис. 1.2.10.

Предположим, что баллистическая гипотеза верна. Тогда звезда, находясь в положении  $S_1$ , удаляется от Земли. Но тогда скорость света, испущенного звездой в сторону земного наблюдателя, должна быть равной

$$c_1 = c - v. \quad (1.2.27)$$

Находясь в положении  $S_2$ , звезда приближается к Земле. Но тогда скорость света, испущенного звездой в сторону земного наблюдателя, должна быть равной

$$c_2 = c + v. \quad (1.2.28)$$

Начало

Содержание



Страница 55 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

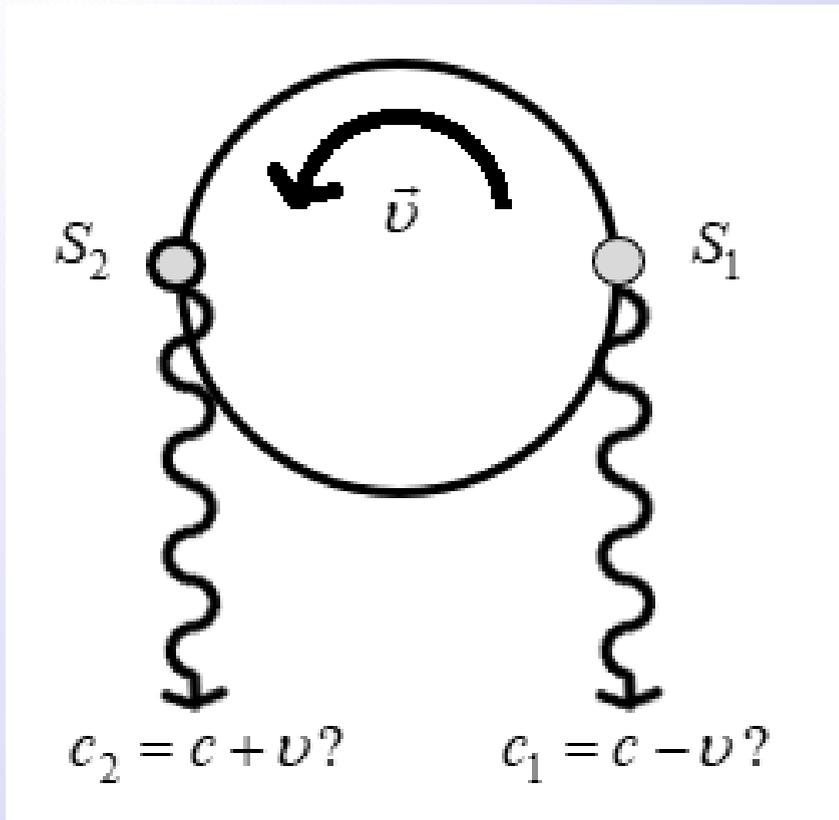


Рисунок 1.2.10: Иллюстрация к примеру де Ситтера.



Начало

Содержание



Страница 56 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Пусть начало отсчета времени соответствует нахождению второй звезды в положении  $S_1$ . Если расстояние до земного наблюдателя равно  $L$ , и на пути движения света к земному наблюдателю нет никаких интенсивных полей тяготения (для исключения эффекта гравитационного линзирования), то «медленный» свет, испущенный из положения  $S_1$ , достигнет земного наблюдателя в момент времени

$$t_1 = L/c_1. \quad (1.2.29)$$

В положении  $S_2$  звезда находится в момент времени  $T/2$ , где  $T$  – период ее обращения по круговой орбите. Тогда «быстрый» свет, испущенный из положения  $S_2$ , достигнет земного наблюдателя в момент времени

$$t_2 = T/2 + L/c_2. \quad (1.2.30)$$

Легко показать, что оказываются возможными ситуации, когда  $t_2 \leq t_1$ , если выполняется соотношение

$$\frac{2Lv}{c^2 - v^2} \geq T/2. \quad (1.2.31)$$

Видно, что при заданном  $L$  с ростом  $v$  числитель в (1.2.31) растет, а знаменатель уменьшается, стремясь к нулю при  $v \rightarrow c$ , что формально позволяет выполнить указанное неравенство при любых значениях  $T$  в правой части (1.2.31). В действительности необходимо учитывать, какие значения  $v$  реально достижимы в двойных звездных системах. При скоростях  $v$ , реалистичных для звезд, входящих в двойные системы, указанное неравенство может быть выполнено для достаточно больших  $L$ . В этом случае свет, испущенный из положения  $S_2$  (т.е. в более поздний момент времени) должен достичь земного наблюдателя раньше, чем свет, испущенный из положения  $S_1$  (т.е. в более ранний момент времени). Т.е. звезда должна быть видна на небе одновременно в разных позициях.

Данные рассуждения никогда не подтверждались наблюдениями, т.е. мы приходим к противоречию. Таким образом, утверждение о несостоятельности баллистической гипотезы доказано.



Начало

Содержание



Страница 57 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



При этом следует отметить, что одни и те же астрономические объекты могут наблюдаться одновременно в разных позициях благодаря так называемому гравитационному линзированию (уже упомянутому выше). Но такие примеры существенно отличаются от той картины, которая бы наблюдалась для тесных двойных систем в случае справедливости баллистической гипотезы. Перечислим основные отличия. 1. В случае гравитационного линзирования «двойники» получаются у большого количества объектов (в пределах какого-то участка небесной сферы), среди которых есть не только двойные системы. 2. При отдельном наблюдении каждой такой двойной системы (имеющей «двойника») не будет наблюдаться ничего, предсказываемого баллистической гипотезой. 3. Участки небесной сферы, имеющие «двойников», неподвижны относительно друг друга (если не происходит никаких изменений в самих гравитационных линзах). 4. Наблюдаемое угловое расстояние между «двойниками» заметно больше углового расстояния между звездами в двойных системах. 5. Перемещение «двойников» (и исходных объектов) возможно благодаря собственным движениям самих астрономических объектов (звезд, галактик и т.д.), но характеристики этого движения существенно отличаются от характеристик движения звезд в двойных системах. 6. Если считать наличие «двойников» подтверждением баллистической гипотезы, то остается неясным, почему это явление происходит только в отдельных участках небесной сферы.

Кроме того, эффект гравитационного линзирования обусловлен наличием интенсивных полей тяготения, учет которых не предполагается в СТО, поскольку релятивистские эффекты, связанные с такими полями, являются предметом исследования общей теории относительности, а не СТО. В связи с этим подробное обсуждение этих вопросов выходит за рамки нашего курса.

#### 4А.2. Наблюдения кривых блеска двойных звезд.

Для этих наблюдений даже не обязательно, чтобы 2 звезды были визуально различимы. Достаточно установить закономерность изменения блеска

[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 58 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

(интенсивности излучения) с течением времени. Как и в примере де Ситтера, здесь используется доказательство от противного.

Для одиночной звезды, которая не относится к цефеидам (т.е. не пульсирует) блеск не меняется с течением времени, т.е. если по оси абсцисс отложить время, а по оси ординат – интенсивность света, испущенного звездой, то соответствующий график выйдет как прямая, параллельная горизонтальной оси. При наблюдении какой-либо двойной звездной системы (когда луч зрения проходит почти параллельно плоскости орбит звезд) на указанном графике должны появляться изменения (см. таблицу 1.2.3).

Таблица 1.2.3 – Предполагаемые искажения графика зависимости интенсивности излучения от времени в двойных звездных системах по сравнению с одиночными неп пульсирующими звездами

Типы искажения	«Провалы»	Дополнительные сложные отклонения от горизонтальной прямой между «провалами»
Чем обусловлены	тем, что одна звезда периодически затмевает другую	различием между значениями времени (1.2.29) и (1.2.30) (если бы баллистическая гипотеза была верна)
Наблюдаются ли	да (для любых двойных систем, где происходят такие затмения)	нет, никогда



Начало

Содержание



Страница 59 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Какой вывод позволяют сделать относительно баллистической гипотезы	к баллистической гипотезе это не имеет отношения	баллистическая гипотеза ошибочна
--	--	----------------------------------

Следует отметить, что пример де Ситтера и пример, связанный с кривой блеска, все же, следует отнести к косвенным методам подтверждения независимости скорости света от движения источника. После создания СТО появились и примеры прямого подтверждения.

4А.3. Эксперименты Бонч-Бруевича и Молчанова (1956 г.).

В этих экспериментах измерялась скорость света, испущенного от противоположных краев Солнца (которое, как известно, вращается; см. рис. 1.2.11). Линейная скорость вращения участков поверхности Солнца (так можно говорить условно, т.к. у Солнца нет четко выделенной поверхности) на экваторе равна  $v \approx 2.3$  км/с. Если бы баллистическая гипотеза была верна, то скорости света лучей, испущенных от противоположных краев Солнца, различались бы на  $2v \approx 4.6$  км/с, и точность измерений, существовавшая на тот момент, позволила бы обнаружить такую разницу. Но указанная разница обнаружена не была.

4Б. Измерение скорости гамма-квантов, испущенных возбужденными атомными ядрами и распадающимися (аннигилирующими) элементарными частицами.

Для этой группы экспериментов точная дата обычно не указывается, поскольку они неоднократно проводились с разными атомными ядрами и элементарными частицами. Гамма-кванты отличаются от видимого света лишь частотой, а по своей физической природе они не отличаются от электромагнитных волн, к которым относится и свет. Для того, чтобы существующая точность измерений позволила обнаружить зависимость  $c$  от  $v$  (если такая зависимость существует), значение  $v$  должно быть достаточно большим, поэтому такие движущиеся источники света, как, например, лампочка на подставке, для этих целей не годятся. Что же касается



Начало

Содержание

◀ ▶

◀◀ ▶▶

Страница 60 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

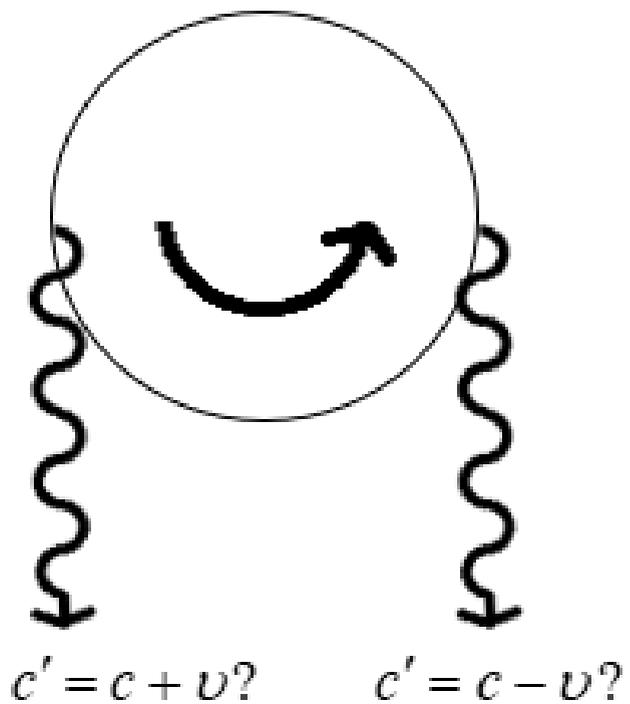


Рисунок 1.2.11: Иллюстрация к эксперименту Бонч-Бруевича и Молчанова.

Начало

Содержание



Страница 61 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

объектов микромира, то для них субсветовые скорости вполне достижимы.

Так, учёным Д. Саде в 1963 г. были опубликованы результаты о проведенной серии опытов по измерению скоростей гамма-квантов (в большинстве случаев – двух), возникающих при аннигиляции электронов и позитронов. Скорости электронов и позитронов менялись в пределах от 0 до  $c/2$  (ранее аналогичный опыт проводили Кеннеди и Торндайк, причем не следует путать эти эксперименты с их же экспериментом 1932 г. по поиску преимущественной ИСО – см. ЗБ). В 1964 г. Т. Альвегером с сотрудниками проводились также измерения скоростей гамма-квантов, возникающих при распаде нейтральных пионов  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  (для которых этот канал распада является основным). Для нейтральных пионов была достигнута скорость 0.99975c. Имеются также сведения о специальных экспериментах, в которых сравнивались скорости гамма-квантов, испущенных движущимися возбужденными ядрами углерода  $^{12}\text{C}^*$  и неподвижными возбужденными ядрами кислорода  $^{16}\text{O}^*$ .

Оказалось, что даже при таких больших скоростях электронов, позитронов и нейтральных пионов (а также возбужденных атомных ядер) скорость испущенных ими гамма-квантов в лабораторной ИСО не отличалась от  $c$  в пределах погрешностей экспериментов.

Приведенная классификация основных опытов, имеющих отношение к экспериментальным основаниям СТО (не путать с экспериментальными подтверждениями следствий СТО – см. п. 4.3) наталкивается на некоторые трудности, связанные с тем, что некоторые опыты могут быть одновременно отнесены к разным группам (поскольку отдельно взятый опыт не обязан сводиться к решению только одного вопроса). Так, например, опыт Брадлея может быть отнесен не только к 1-й, но и к 3-й группе, поскольку он представляет интерес не только для определения значения скорости света, но и для гипотезы эфира (хотя он ставился не поисков эфира, а в большей степени для первого вопроса, но в еще большей степени – для обнаружения годичных параллаксов звезд). Опыт Физо 1851 г. может быть отнесен не только ко 2-й, но также и к 3-й группе, поскольку



Начало

Содержание



Страница 62 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

он поскольку он представляет интерес не только для определения значения скорости света в движущейся среде, но и для гипотезы эфира (хотя он ставился не для поисков эфира, в существовании которого в те годы мало кто сомневался). Аналогичные рассуждения, касающиеся опыта Майкельсона–Томашека 1926 г. (который может быть отнесен как к 3-й, так и к 4-й группе) были приведены выше. В связи с этим в ряде курсов СТО результаты указанных опытов (и интерпретация этих результатов) излагаются вместе интерпретацией результатов опытов 3-й группы (Майкельсона и Майкельсона–Морли) по поиску эфира (где этот вопрос был первоочередным).

Приведенные в данном параграфе примеры призваны продемонстрировать, что: 1) методология научного поиска, несмотря на постоянное совершенствование (в том числе с точки зрения альтернативных путей решения одной и той же проблемы), не застрахована от ошибок, в том числе теоретического характера (в частности, метод аналогий в науке не всегда ведет по правильному пути, что наиболее наглядно было продемонстрировано на примере безуспешных поисков эфира); 2) постулаты какой-либо теории на момент ее создания могут иметь лишь косвенное обоснование, а прямая экспериментальная проверка может быть осуществлена позднее; 3) логика изложения той или иной теории не всегда в точности совпадает с хронологией соответствующих открытий, что связано с философской проблемой соотношения исторического и логического.

Подводя итоги, можно сделать следующие выводы. 1. Сочетание различных свойств эфира, которые ему приписывались, слишком экзотичны по сравнению с сочетанием свойств любых известных материальных объектов. 2. Даже если считать существование эфира с такими свойствами допустимым, то интерпретация результатов экспериментов по его обнаружению приводит к противоречивым выводам; при этом противоречия оказываются настолько непримиримыми, что единственный радикальный путь решения проблемы заключается в отказе от концепции эфира.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 63 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

### 1.3. Постулаты Эйнштейна. Относительный характер одновременности и длины в СТО.

Перед изложением постулатов СТО следует повторить принцип относительности Галилея, лежащий в основе классической механики, поскольку в СТО этот принцип получил обобщение и следует уяснить, в чем это обобщение заключается.

Существуют разные формулировки принципа относительности Галилея (что неизбежно влечет за собой наличие разных формулировок принципа относительности Эйнштейна). Приведем некоторые из них.

*А. Никакими механическими опытами, проводимыми в замкнутой системе, нельзя установить, покоится ли данная ИСО или движется равномерно и прямолинейно относительно других ИСО.*

*Б. Любые механические явления в различных ИСО при одинаковых начальных условиях протекают одинаково.*

*В. Все законы механики одинаково формулируются для всех ИСО.*

*Г. Любые уравнения, описывающие законы механики, ковариантны относительно преобразований координат и времени при переходе от одной ИСО к другой.*

Здесь следует сделать такие предварительные замечания. 1. В литературе встречаются формулировки, в которых вместо «ИСО» используется словосочетание «система координат»; такую замену нельзя признать корректной, поскольку система отсчета включает не только систему координат, но и эталон времени, поэтому она не тождественна системе координат. 2. Иногда в литературе употребляются словосочетания типа «уравнения инвариантны» и «законы ковариантны», хотя существует мнение, что слово «инвариантны» в большей степени подходит для законов, а слово «ковариантны» – для уравнений.

Указанные замечания относятся и к формулировкам принципа относительности Эйнштейна (см. ниже).



Начало

Содержание



Страница 64 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Под преобразованиями координат в формулировке  $\Gamma$  понимают преобразования Галилея.

Обобщение принципа относительности Галилея было продиктовано следующими соображениями. С точки зрения физической природы сил, встречающихся в механике, нет такого понятия, как «механическое взаимодействие», но есть силы, относящиеся к гравитационному или электромагнитному взаимодействию. Что касается сильного и слабого взаимодействий (обнаруженных уже после создания СТО), то их «неклассические» свойства (невозможность корректного описания с использованием сил) не противоречили принципу относительности Эйнштейна, поэтому оказалось возможным распространить указанный принцип и на них (что свидетельствует об удачной формулировке самого принципа, поскольку формулировка оказалась более глубокой, чем это представлялось на момент ее появления).

Более подробное обсуждение параллелей между парадигмами классической механики и СТО вынесено в [Приложение 1.3.1](#).

Кроме того, отрицательные результаты опытов Майкельсона (и соавторов) по обнаружению эфира (и вообще привилегированной ИСО по отношению к распространению света) также потребовали обобщения в виде отдельного постулата, у которого отсутствует аналог в классической механике.

Таким образом, в основе СТО лежат 2 постулата.

**Первый постулат** аналогичен принципу относительности Галилея, поэтому допускает, как минимум, 4 основные формулировки (аналогичные приведенным выше).

1А. Никакими физическими опытами, проводимыми в замкнутой системе, нельзя установить, покоится ли данная ИСО или движется равномерно и прямолинейно относительно других ИСО.

1Б. Любые физические явления в различных ИСО при одинаковых начальных условиях протекают одинаково.



Начало

Содержание



Страница 65 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

1В. Все законы природы одинаково формулируются для всех ИСО.

1Г. Любые уравнения, описывающие законы природы, ковариантны относительно преобразований координат и времени при переходе от одной ИСО к другой.

Что касается формулировки 1Г, то она может встречаться в литературе и сама по себе является верной. Но если в ней сразу конкретизировать, что под преобразованиями координат и времени понимаются преобразования Лоренца, то такая формулировка уже не может считаться исходной (в отличие от 1А – 1В), поскольку сами преобразования Лоренца выводятся с использованием обоих постулатов СТО (при этом для первого постулата более удобными обычно считаются формулировки 1Б и 1В). Вывод преобразований Лоренца изложен в п. 2.1.

В формулировке 1А под физическими опытами могут пониматься не только механические, но и оптические, электрические, магнитные и т.д.

**Второй постулат** может быть сформулирован следующим образом.

*Скорость света в вакууме: а) не зависит от скорости движения источника света; б) одинакова во всех ИСО по всем направлениям; в) является предельной скоростью передачи взаимодействий в природе.*

Здесь следует сделать такие замечания.

1. Встречаются формулировки, в которых также говорится о том, что скорость света не зависит от движения приемника света. Это уточнение лишено смысла с точки зрения стороннего наблюдателя, не связанного ни с источником, ни с приемником; в ИСО, связанной с приемником, такое утверждение может считаться следствием комбинирования части (а) приведенной выше формулировки и формулировки 1В первого постулата СТО.

2. Встречаются формулировки, в которых также приводится приблизительное предельное значение скорости света в вакууме ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с). Такое дополнение может вызвать нарекания, поскольку приведенное значение не является точным, да и справочное значение известно с конечной точностью. В связи с этим возникает



Начало

Содержание



Страница 66 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

вопрос о целесообразности постулирования той информации, которая, возможно, еще будет уточняться.

3. Утверждение о том, что скорость распространения гравитационных волн в вакууме равна скорости света, на сегодняшний день носит гипотетический характер и пока экспериментально не подтверждено. Если же будет доказано, что эта скорость больше скорости света в вакууме, то часть (в) приведенной выше формулировки необходимо будет подвергнуть пересмотру.

4. Если в приведенной выше формулировке не уточнять, что она относится именно к вакууму (встречаются и такие формулировки), то это приводит к грубым ошибкам, поскольку при наличии среды (тем более движущейся или анизотропной) ситуация существенно усложняется (соответствующие примеры были рассмотрены в п. 1.2).

5. Следует отличать утверждение о предельной скорости передачи взаимодействий от утверждения о предельной скорости каких-либо процессов вообще. Второй постулат не утверждает, что сверхсветовых скоростей не может быть в принципе. Он лишь утверждает, что причинное воздействие не может переноситься со сверхсветовой скоростью (это касается и примеров, когда такое воздействие переносится каким-либо физическим телом). Если, к примеру, солнечный зайчик движется по стене, то можно создать условия, при которых это движение будет происходить со сверхсветовой скоростью, но такое движение никак не сможет быть использовано для передачи информации с такой скоростью от одной части стены к другой.

Отметим, что в литературе по СТО под принципом относительности Эйнштейна иногда понимается только 1-й постулат, а иногда оба постулата вместе. Второй постулат иногда называется принципом постоянства скорости света.

Обсуждение основных ошибок, связанных с постулатами СТО (в том числе более подробное обсуждение ошибочных трактовок самих постулатов и некоторых следствий из них), вынесено также в [Приложение 1.3.2](#).



Начало

Содержание



Страница 67 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Помимо экспериментов, обсуждаемых в п. 1.2, можно привести ряд примеров, объясняющих, почему в СТО происходит отказ от преобразований Галилея. Рассмотрим один из них.

Пусть ИСО  $K'$  (с системой координат  $O'x'y'z'$ ) движется относительно ИСО  $K$  (с системой координат  $Oxyz$ ) с постоянной скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x, x'$ . Пусть с точки зрения наблюдателя, покоящегося в  $K$ , в момент времени  $t = 0$  точки  $O$  и  $O'$  совпали, и в этот же момент в начале координат каждой из ИСО (т.е. в точке совпадения) произошла вспышка света.

С точки зрения наблюдателя, покоящегося в  $K$ , в ИСО  $K$  свет, согласно 2-му постулату СТО, распространяется со скоростью  $c$ . Если преобразования Галилея справедливы, то с точки зрения того же наблюдателя скорость света в ИСО  $K'$  должна быть равной  $c' = c - v$ , т.е.  $c' \neq c$ . Таким образом, возникает противоречие между принципом относительности Галилея и вторым постулатом СТО.

Разрешение возникшего противоречия напрямую связано с относительностью понятия одновременности. Если в классической механике предполагалась, что время течет одинаково во всех ИСО, т.е.  $t' = t$ , то в СТО приходится признать, что время уже не является абсолютным, т.е. течет по-разному в различных ИСО. А это значит, что промежуток времени между одними и теми же событиями различен в разных ИСО. Следовательно, события, одновременные в одной ИСО, не являются одновременными в другой ИСО.

Рассмотрим мысленный эксперимент, демонстрирующий относительность понятия одновременности (см. рисунок 1.3.1).

Пусть ИСО  $K'$  (с системой координат  $O'x'y'z'$ ) движется относительно ИСО  $K$  (с системой координат  $Oxyz$ ) с постоянной скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x, x'$ .

Пусть в ИСО  $K'$  находится источник света  $S$  (например, лампа в темной комнате) и два приемника  $A$  и  $B$  (которые находятся, например, у противоположных стен темной комнаты) на равном расстоянии друг от друга. С точки зрения наблюдателя



Начало

Содержание



Страница 68 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

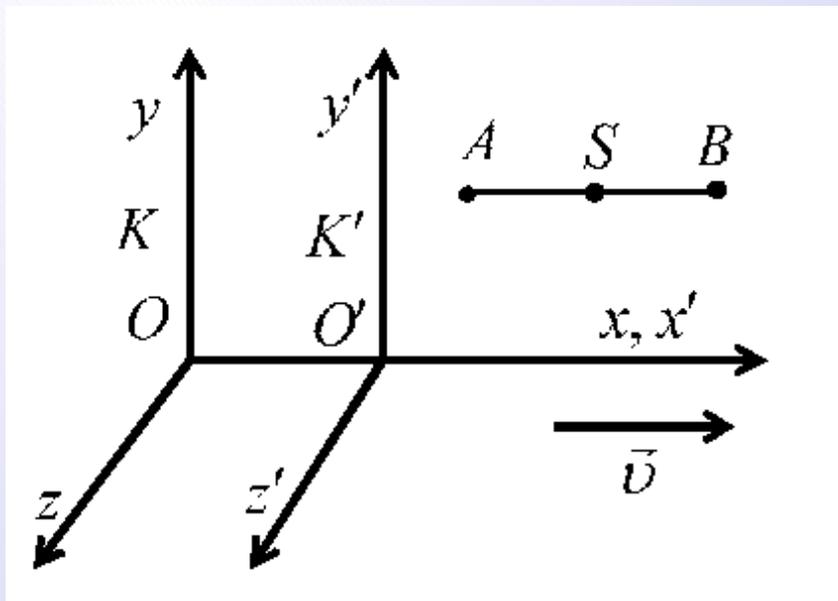


Рисунок 1.3.1: К иллюстрации относительности понятия одновременности

Начало

Содержание



Страница 69 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

в ИСО  $K'$  свет достигнет приемников  $A$  и  $B$  одновременно. Но с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$  приемник  $A$  движется навстречу лучу, а приемник  $B$  удаляется от него. Поэтому в ИСО  $K$  свет достигнет приемника  $A$  раньше. Т.е. события, одновременные в ИСО  $K'$ , перестают быть одновременными в ИСО  $K$ .

Здесь следует сделать важное замечание. Для измерения координат и времени какого-либо события в данной ИСО физика-экспериментатор (которого для краткости называют наблюдателем в данной ИСО) должен иметь в распоряжении определенные измерительные приборы и инструменты. Основными приборами обычно считаются жесткие стержни (для построения декартовой прямоугольной системы координат) и часы.

Но не следует забывать, что при помощи линеек и часов наблюдатель имеет возможность определить координаты и время только тех событий, которые происходят в непосредственной близости от него. По этой причине время, отсчитываемое часами данного наблюдателя, принято называть **местным временем**, или **собственным временем наблюдателя**. Что касается более удаленных событий, то необходимо учитывать время, затрачиваемое световым или радиосигналом на прохождение пути от места события к наблюдателю. Для определения координат и времени таких удаленных от событий удобно применять радиолокационный метод. Этот метод заключается в том, что наблюдатель посылает короткие световые или радиосигналы в направлении места, в котором происходят интересующие его события. Чтобы наблюдатель имел возможность получить информацию с места событий, на месте события должен находиться отражатель, сразу же возвращающий назад сигнал, пришедший от наблюдателя. Если по часам наблюдателя сигнал отправлен в момент времени  $\tau_1$ , а отраженный сигнал принят в момент времени  $\tau_2$ , то наблюдатель сделает вывод, что событие произошло в момент времени

$$t = (\tau_1 + \tau_2) / 2, \quad (1.3.1)$$



Начало

Содержание



Страница 70 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

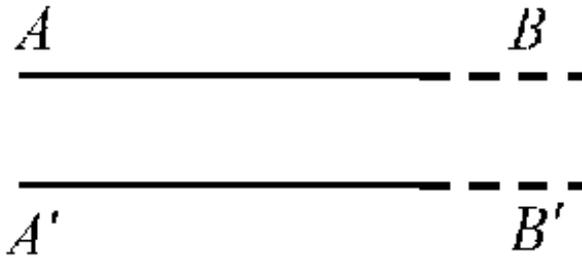


Рисунок 1.3.2: К иллюстрации относительности понятия длины

а расстояние  $r$  от наблюдателя до места события равно

$$r = c(\tau_2 - \tau_1)/2. \quad (1.3.2)$$

Перейдем к вопросу об относительности понятия длины в СТО.

Для начала вспомним, что в классической механике длина жесткого стержня (отрезка) инвариантна относительно преобразований Галилея; иными словами, она постоянна во всех ИСО, т.е. понятие длины в классической механике абсолютно и не зависит от выбора ИСО.

Можно показать, что в СТО из относительности понятия одновременности следует, что и понятие длины становится относительным.

Если 2 стержня ( $AB$  и  $A'B'$ ) покоятся в ИСО  $K$ , то их длины считаются равными, если с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$  конец  $A$  совпадает с концом  $A'$ , а конец  $B$



Начало

Содержание



Страница 71 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

совпадает с концом  $B'$ . Такое совпадение может продолжаться неограниченно долго, поскольку отрезки покоятся.

Иначе обстоит дело, когда отрезок  $AB$  по-прежнему покоится в ИСО  $K$ , а отрезок  $A'B'$  движется относительно  $AB$  в направлении, которое параллельно длинам этих отрезков. Сравнение отрезков возможно, когда отрезок  $A'B'$  будет пролетать мимо отрезка  $AB$  (см. рисунок 1.3.2). С точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$  отрезки  $AB$  и  $A'B'$  будут равными, если одновременно произойдут 2 совпадения: совпадение конца  $A$  с концом  $A'$ , а конца  $B$  – с концом  $B'$ . Но выше было показано, что понятие одновременности в СТО является относительным, а не абсолютным, как это было в классической механике. Поэтому с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$ , в которой покоится стержень  $A'B'$ , указанные совпадения уже не будут одновременными; следовательно, и длины стержней  $AB$  и  $A'B'$  с точки наблюдателя в ИСО  $K'$  уже не будут одинаковыми. Рассуждая аналогично, получаем, что если указанные совпадения будут одновременными с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$ , то они не будут одновременными с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$ . Таким образом, понятие длины в СТО становится, как и понятие одновременности, относительным.

Как и в примере, иллюстрирующем относительность одновременности, в случае с относительностью длины следует сделать замечание относительно регистрации наблюдателем совпадений разных концов стержней. Наблюдатель может заранее поставить в соответствующих точках датчики, чтобы соответствующие моменты времени были зарегистрированы локально, без поправок, связанных с путешествием от места события к наблюдателю. В противном случае, если наблюдатель будет со стороны следить за движущимся стержнем и за совпадением его концов с концами покоящегося стержня, то ситуация будет усложняться конечными размерами стержня и различным расстоянием от разных его точек до наблюдателя (которое при этом еще и меняется во времени). Все это приводит к так называемой aberrации типа Риндлера–Вайскопфа, о которой будет сказано также в п. 3.3.



Начало

Содержание



Страница 72 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

## Тема 2. Релятивистская кинематика

### 2.1. Преобразования Лоренца. Релятивистский эффект замедления времени.

Пусть  $x, y, z, t$  – пространственные координаты и момент времени какого-либо события в инерциальной системе отсчета (ИСО)  $K$ , а  $x', y', z', t'$  – пространственные координаты и момент времени того же события в ИСО  $K'$ .

Вспомним, что если ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ , то в классической механике указанные величины связаны преобразованиями Галилея:

$$x' = x - vt, y' = y, z' = z, t' = t. \quad (2.1.1)$$

Но эти преобразования несовместимы с постулатами Эйнштейна, поэтому в СТО их применение некорректно. Следовательно, необходимо найти такие преобразования для координат и моментов времени одного и того же события в 2 разных ИСО, которые были бы совместимы с постулатами Эйнштейна.

Пусть ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ , причем параллельными друг другу остаются оси  $y$  и  $y'$ , а также  $z$  и  $z'$ . Отсюда следует, что

$$y' = y, z' = z. \quad (2.1.2)$$

Т.е. для этих координат преобразования Лоренца не отличаются от преобразований Галилея. Иначе обстоит дело с координатами  $x$  и  $x'$ , а также с моментами времени. Покажем это.

Обратим внимание на то, что в СТО пространство и время, как и в классической механике, однородны, т.е. их свойства одинаковы во всех точках во все моменты



Начало

Содержание



Страница 73 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

времени. Это согласуется с первым постулатом СТО. Тогда искомые преобразования (формулы для которых мы пытаемся найти) должны быть линейными.

Докажем это (от противного) на примере координаты.

Предположим, что

$$x' = \alpha x^2. \quad (2.1.3)$$

Если сместить начало отсчета ИСО  $K$  в какую-либо другую точку, например, в  $x_0$ , то получим

$$\bar{x} = x - x_0. \quad (2.1.4)$$

Подставляя (2.1.4) в (2.1.3), получаем:

$$\bar{x}' = \alpha \bar{x}^2 = \alpha (x - x_0)^2 = \alpha x^2 + \alpha x_0^2 - 2\alpha x x_0. \quad (2.1.5)$$

Из (2.1.5) видно, что параметры преобразований зависят от конкретного выбора точки  $x_0$ , а это противоречит упомянутому выше требованию однородности пространства. Поскольку мы пришли к противоречию, то искомые преобразования должны быть линейными.

Дальнейшая конкретизация формул для преобразований основана на следующих рассуждениях. Так как относительное движение систем  $K$  и  $K'$  происходит со скоростью  $v$ , то уравнению  $x' = 0$  в ИСО  $K'$  соответствует уравнение  $x = vt$  в ИСО  $K$ . Аналогично, уравнению  $x = 0$  в ИСО  $K$  соответствует уравнение  $x' = -vt'$  в ИСО  $K'$ . Из приведенных рассуждений и требований линейности можно записать, что

$$x' = \Gamma' (x - vt), \quad (2.1.6)$$

где  $\Gamma'$  – некоторый коэффициент, который не зависит ни от  $x$ , ни от  $t$  (исходя из требований однородности пространства и времени), ни от направления относительной скорости движения (исходя из требования изотропности пространства). Таким образом,  $\Gamma'$  может зависеть только от модуля относительной скорости движения систем  $K$  и  $K'$ .



Начало

Содержание



Страница 74 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

По аналогии с (2.1.6) можно также записать:

$$x = \Gamma (x' + vt'), \quad (2.1.7)$$

где  $\Gamma$  – также некоторый коэффициент, который не зависит ни от  $x'$ , ни от  $t'$ , ни от направления относительной скорости движения (исходя из требований, указанных после (2.1.6)), но зависит от модуля относительной скорости движения систем  $K$  и  $K'$ .

Следующим этапом будет нахождение величин  $\Gamma$  и  $\Gamma'$ . Во-первых, из принципа относительности Эйнштейна следует, что

$$\Gamma = \Gamma', \quad (2.1.8)$$

поскольку все ИСО равноправны при описании физических явлений. Иными словами, если

$$x' = f(x, t, v), \quad (2.1.9)$$

то

$$x = f(x', t', -v), \quad (2.1.10)$$

где  $f$  – одна и та же функция. Из (2.1.6) и (2.1.8) следует, что

$$x' = \Gamma (x - vt). \quad (2.1.11)$$

Для нахождения конкретного выражения для  $\Gamma$  воспользуемся вторым постулатом СТО (о постоянстве скорости света в вакууме во всех ИСО). Пусть момент времени  $t = t' = 0$  соответствует совпадению начал координат систем  $K$  и  $K'$  (т.е.  $x = x' = 0$ ). Предположим, что в этот момент в общем начале координат происходит световая вспышка. Тогда с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$  в момент времени  $t$  световой сигнал достигнет точки

$$x = ct, \quad (2.1.12)$$



Начало

Содержание



Страница 75 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

а с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$  в момент времени  $t'$  световой сигнал достигнет точки

$$x' = ct'. \quad (2.1.13)$$

(поскольку скорость света в ИСО  $K'$ , в соответствии со 2-м постулатом СТО, такая же, как и в ИСО  $K$ ). Подставляя правую часть (2.1.12) в левую часть (2.1.7) и в правую часть (2.1.11) (вместо  $x$ ), а правую часть (2.1.13) в левую часть (2.1.11) и правую часть (2.1.7) (вместо  $x'$ ), получаем соотношения

$$ct' = \Gamma(ct - vt), \quad ct = \Gamma(ct' + vt'). \quad (2.1.14)$$

Перемножая левые и правые части равенств (2.1.14), получаем:

$$c^2 tt' = \Gamma^2 tt' c^2 (1 - v^2/c^2). \quad (2.1.15)$$

Из (2.1.15) после несложных преобразований получаем окончательное выражение для  $\Gamma$ :

$$\Gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}, \quad \beta = v/c. \quad (2.1.16)$$

Подставляя (2.1.16) в (2.1.7) и (2.1.11), получаем:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (2.1.17)$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.18)$$

Остается найти формулы преобразований для  $t'$  через  $x$  и  $t$ , а также для  $t$  через  $x'$  и  $t'$ .

Выразим  $t'$  из (2.1.7):

$$t' = -\frac{x'}{v} + \frac{x}{\Gamma v}. \quad (2.1.19)$$



Начало

Содержание



Страница 76 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Соотношение (2.1.19) нельзя считать достижением поставленной цели, поскольку  $t'$  в (2.1.19) зависит от  $x$  и  $x'$ , а не от  $x$  и  $t$ . Поэтому остается подставить в (2.1.19) вместо  $x'$  правую часть (2.1.17), и тогда после несложных преобразований получаем:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.20)$$

Объединяя (2.1.2), (2.1.17) и (2.1.20), получаем:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.21)$$

Преобразования (2.1.21) называются **преобразованиями Лоренца**. Мы вывели их на основе постулатов СТО, которые были сформулированы в 1905 г. Сам Лоренц получил эти преобразования в 1904 г., не опираясь на постулаты СТО, а из других соображений. Соответственно, он вкладывал в них не такой смысл, какой им придается сегодня (подробное обсуждение этого вопроса представляет интерес лишь для истории физики).

Для удобства запоминания алгоритма вывода преобразований Лоренца можно воспользоваться таблицами, вынесенными в **Приложение 2.1.1**.

Из (2.1.21) неразрывно следует связь между пространственными координатами и временем. Они как бы «перемешиваются» и образуют четырехмерный пространственно-временной континуум, в котором разворачиваются все физические события. Это одна из причин, по которой в СТО говорят не отдельно о пространстве и отдельно о времени, а о едином пространстве-времени.

При  $v \ll c$  (что соответствует  $\beta \ll 1$ ) формулы (2.1.21) переходят в (2.1.1).

Найдем преобразование, обратное по отношению к (2.1.20). Наши рассуждения могут быть аналогичны тем, которые использовались при выводе (2.1.20).



Начало

Содержание



Страница 77 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Выразим  $t$  из (2.1.11):

$$t = \frac{x}{v} - \frac{x'}{\Gamma v}. \quad (2.1.22)$$

Соотношение (2.1.22) нельзя считать достижением поставленной цели, поскольку  $t$  в (2.1.22) зависит от  $x$  и  $x'$ , а не от  $x'$  и  $t'$ . Поэтому остается подставить в (2.1.22) вместо  $x$  правую часть (2.1.18), и тогда после несложных преобразований получаем:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.23)$$

Объединяя (2.1.2), (2.1.18) и (2.1.23), получаем систему **обратных преобразований Лоренца**:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, y = y', z = z', t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.24)$$

Системы (2.1.21) и (2.1.24) взаимно симметричны и отличаются друг от друга лишь знаком при  $v$ . Кроме того, при  $v > c$  правые части выражений (2.1.17), (2.1.18), (2.1.20), (2.1.23) теряют физический смысл, поскольку становятся мнимыми (подкоренное выражение в  $\sqrt{1 - \beta^2}$  становится отрицательным). Последнее обстоятельство неразрывно связано с тем фактом, что движение материальных объектов со скоростью, большей скорости распространения света в вакууме, невозможно. Несмотря на то, что в некоторых моделях квантовой теории поля присутствуют так называемые тахионы, скорость движения которых больше скорости света в вакууме, их существование не доказано, и этот вопрос выходит за рамки нашего курса.

Одним из релятивистских эффектов, который можно объяснить следствиями из преобразований Лоренца, является эффект замедления времени. Прежде чем



Начало

Содержание



Страница 78 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

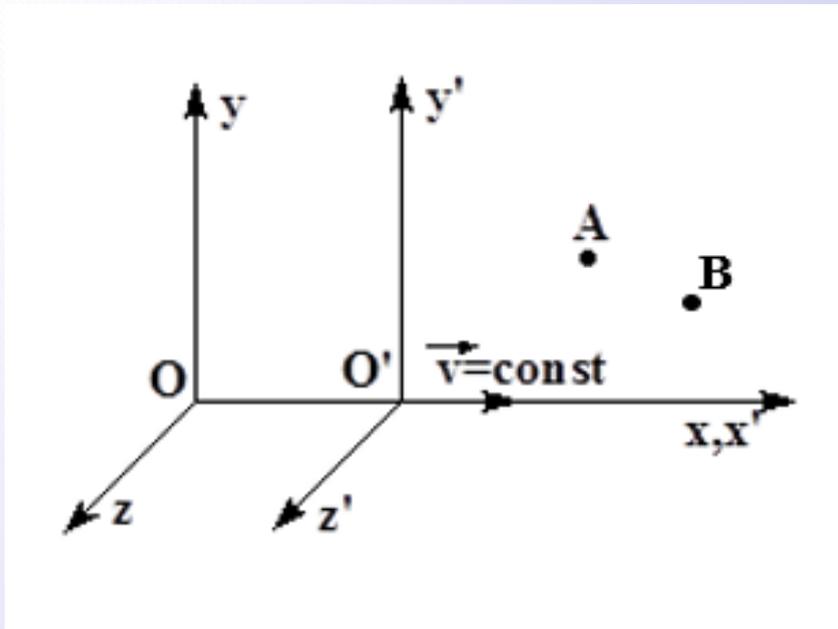


Рисунок 2.1.1: К иллюстрации понятия относительности одновременности и эффекта замедления времени

приступить к его объяснению, следует вывести соотношения для временного интервала между двумя какими-либо событиями с точки зрения наблюдателей в разных ИСО.

В п. 1.3 уже рассматривался вопрос об относительности понятия одновременности, но на качественном уровне. Теперь, после получения формул для преобразований Лоренца, у нас есть возможность исследовать данный вопрос с помощью математических формул.

Пусть в точках  $A$  и  $B$  (см. рисунок 2.1.1) произошли 2 события. Введем обозначения



Начало

Содержание



Страница 79 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

(см. таблицу 2.1.1) для их пространственных координат и моментов времени в двух ИСО –  $K$  и  $K'$ , где ИСО  $K'$  движется относительно  $K$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$  (эти направления совпадают). Также введем обозначения для разности координат этих событий вдоль осей  $x$  и  $x'$ , а также для разности моментов времени.

Таблица 2.1.1 – Обозначения координат и моментов времени для двух событий в разных ИСО

ИСО	Событие		Разность	
	в точке	в точке $B$	координат вдоль осей $x$ и $x'$	моментов времени
$K$	$x_1, y_1, z_1, t_1$	$x_2, y_2, z_2, t_2$	$\Delta x = x_2 - x_1$	$\Delta t = t_2 - t_1$
$K'$	$x'_1, y'_1, z'_1, t'_1$	$x'_2, y'_2, z'_2, t'_2$	$\Delta x' = x'_2 - x'_1$	$\Delta t' = t'_2 - t'_1$

Применяя к моментам времени в ИСО  $K$  преобразования Лоренца (2.1.24), получаем:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{v}{c^2}x'_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2}x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t'_2 - t'_1 + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.25)$$

Соотношение (2.1.25) для интервала времени между двумя событиями в ИСО  $K$  носит самый общий характер, когда с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$  вышеупомянутые события разделены как пространственным интервалом  $\Delta x'$  (без учета возможного различия между координатами вдоль двух остальных осей), так и временным  $\Delta t'$ , т.е. они произошли в разных пространственных точках и в разные моменты времени.

У соотношения (2.1.25) есть 2 важных частных случая.

Случай I. Предположим, что  $\Delta t' = 0$ , т.е. события произошли одновременно с



Начало

Содержание



Страница 80 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$ . Тогда из (2.1.25) следует, что

$$\Delta t = \frac{v}{c^2} \cdot \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.26)$$

Таким образом, если в ИСО  $K'$  события одновременны, то в ИСО  $K$  они, вообще говоря, не являются одновременными (это и демонстрирует **относительность понятия одновременности**). Исключение составляет случай, когда  $\Delta x' = 0$  (аналогично для разностей координат по двум остальным направлениям). Это означает, что в ИСО  $K'$  2 события слились в одно, и в этом случае его нельзя разделить временным интервалом ни в ИСО  $K$ , ни в какой-либо другой ИСО.

Что касается одновременности 2 событий с точки зрения наблюдателя, покоящегося в ИСО  $K'$  (в этой ИСО неподвижными являются точки, в которых произошли события), то здесь следует сделать важное замечание, вынесенное в **Приложение 2.1.2**.

Случай II. Предположим, что  $\Delta x' = 0$ , т.е. с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$  события произошли в одной пространственной точке (если считать их координаты равными также вдоль двух остальных направлений). Тогда из (2.1.25) получаем:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2.1.27)$$

Сделаем пояснения для величин, входящих в (2.1.27) (см. таблицу 2.1.2).



Начало

Содержание



Страница 81 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Таблица 2.1.2 – Пояснения для величин, входящих в (2.1.27)

Величина	$\Delta t'$	$\Delta t$
Это промежуток времени между событиями	в ИСО $K'$ , в которой они происходили в одной и той же пространственной точке	в ИСО $K$ , относительно которой $K'$ движется со скоростью $v$
Как измеряется этот промежуток времени	одними и теми же часами, расположенными в одной и той же пространственной точке ИСО $K'$	по крайней мере, двумя часами, расположенными в разных пространственных точках ИСО $K$
Примечание	этот промежуток времени называется собственным временем	из (2.1.27) видно, что этот промежуток времени больше собственного, т.е. имеет место замедление времени

Можно использовать следующее правило для запоминания. Промежуток времени меньше в той ИСО, в которой он может быть измерен с использованием меньшего количества приборов (т.е. часами в количестве только одного экземпляра). Наоборот, в той ИСО, в которой требуется наличие часов в количестве более 1 экземпляра, измеряемый промежуток времени больше.

Иными словами, если по окончании измерений наблюдатели, проводившие эти измерения в ИСО  $K$  и  $K'$ , будут обсуждать результаты, то наблюдатель, проводивший измерения в ИСО  $K'$ , должен будет сделать вывод, что его часы отсчитали меньший промежуток времени, чем у наблюдателя, проводившего измерения в  $K$ , т.е. у наблюдателя в  $K'$  часы шли медленнее, что и отражает суть **эффекта замедления времени**.

Отметим, что в литературе встречаются иные способы объяснения эффекта замедления времени, основанные на непосредственном применении постулатов СТО



Начало

Содержание



Страница 82 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

без применения преобразований Лоренца (например, мысленный эксперимент с отражением светового луча от движущегося зеркала), но обсуждение этих вопросов выходит за рамки нашего курса.

Рассуждения, связанные с получением соотношений (2.1.26) и (2.1.27), можно обобщить в виде сравнительной таблицы 2.1.3.

Таблица 2.1.3 – Основные следствия из соотношения (2.1.25)

Случай	$\Delta t' = 0$	$\Delta x' = 0$
Т.е. с точки зрения наблюдателя в ИСО $K'$	события произошли одновременно	события произошли в одной пространственной точке (если считать их координаты равными также вдоль двух остальных направлений)
К какой формуле мы приходим в результате	(2.1.26)	(2.1.27)
Что демонстрирует соответствующая формула	относительность понятия одновременности	эффект замедления времени

Важным также является вопрос о способе синхронизации часов. Ответ на этот вопрос существенно различен в классической механике и в СТО. Основные различия приведены в сравнительной таблице 2.1.4.

Отметим, что в учебной литературе можно найти сведения и о других способах синхронизации часов, но подробный обзор и анализ этих способов выходит за рамки нашего курса.



Начало

Содержание



Страница 83 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 2.1.4 – Синхронизация часов в классической механике и СТО

Раздел физики	Классическая механика	СТО
Скорость сигналов (не обязательно световых)	считается бесконечно большой	является конечной
Способ синхронизации	часы $A$ , посылая сигнал часам $B$ , мгновенно запускают их	отрезок, соединяющий часы $A$ и $B$ , делится пополам, в середине отрезка помещается источник света; световой сигнал, испущенный в разные стороны, достигает часов $A$ и $B$ одновременно, и они синхронизируются
Зависит ли этот способ от того, движутся или покоятся двое часов в ИСО, в которой осуществляется синхронизация	нет, потому что скорость сигналов считается бесконечно большой	да, т.к. необходимо, чтобы часы $A$ и $B$ покоились относительно данной ИСО $K$ ; в другой ИСО $K'$ , которая движется относительно исходной, наблюдателю кажется, что часы $A$ и $B$ не синхронизированы, поскольку свет в $K'$ движется (в соответствии со 2-м постулатом СТО) с той же скоростью $c$ , что и в ИСО $K$ , но при этом одни часы движутся навстречу сигналу, а другие удаляются от мета вспышки



Начало

Содержание



Страница 84 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## 2.2. Релятивистский эффект сокращения длин. Сложение скоростей в СТО.

Еще одним эффектом, который можно объяснить следствием из преобразований Лоренца, является **релятивистский эффект сокращения длин**.

Пусть некоторый стержень расположен вдоль оси абсцисс и покоится в ИСО  $K'$ . Длина стержня в этой ИСО находится по формуле

$$l' = x'_2 - x'_1, \quad (2.2.1)$$

где  $x'_1$  и  $x'_2$  координаты начала и конца стержня, измеренные в этой ИСО. Они не меняются со временем (которое в ИСО  $K'$  обозначается как  $t'$ ), поскольку стержень неподвижен.

Пусть ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  со скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$  (см. рисунок 2.2.1).

С точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$  длина стержня равна

$$l = x_2 - x_1, \quad (2.2.2)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – координаты начала и конца стержня, измеренные в ИСО  $K$  в один и тот же момент времени (которое в этой ИСО обозначается как  $t$ ).

Применяя преобразования Лоренца (2.1.17) к  $x'_1$  и  $x'_2$  в (2.2.1), получаем:

$$l' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.2.3)$$

Сопоставляя (2.2.3) и (2.2.2), получаем:

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (2.2.4)$$



Начало

Содержание



Страница 85 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

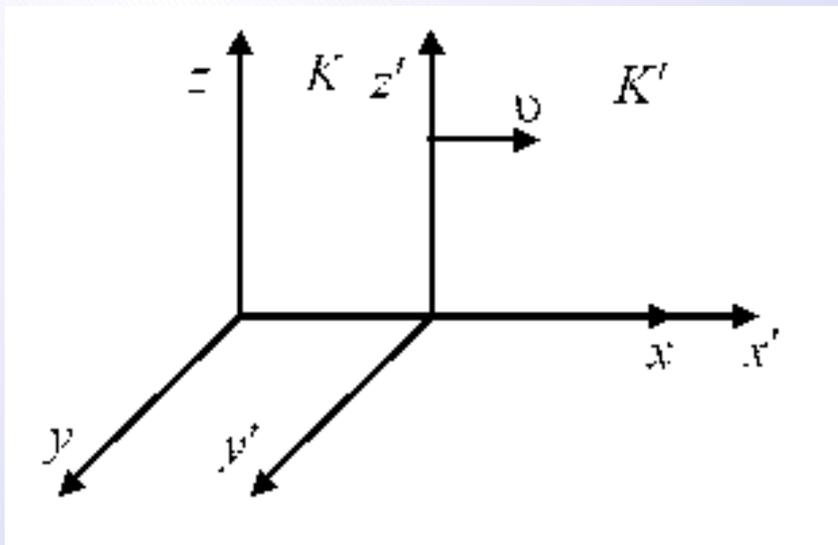


Рисунок 2.2.1: Характер движения ИСО  $K'$  относительно ИСО  $K$

Начало

Содержание



Страница 86 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1) длина стержня  $l$ , измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется, оказывается меньше длины  $l'$ , измеренной в системе, относительно которой стержень покоится (покоящийся стержень всегда длиннее движущегося);

2) линейный размер тела, движущегося относительно ИСО с постоянной скоростью  $v$ , уменьшается в направлении движения в  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  раз, т.е. эффект сокращения длины тем больше, чем больше скорость  $v$ . Он становится заметным при субсветовых скоростях (т.е. скоростях, близких к скорости света в вакууме).

3) линейные размеры тела максимальны в той ИСО, относительно которой тело покоится.

Длина  $l'$  часто называется собственной длиной и обозначается как  $l_0$ . Тогда (2.2.4) можно переписать в виде

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (2.2.5)$$

Из (2.1.2) следует, что

$$y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1, z'_2 - z'_1 = z_2 - z_1. \quad (2.2.6)$$

Это означает, что поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех ИСО.

С эффектом релятивистского сокращения длин связан, например, такой парадокс как парадокс шеста и сарая (когда длина летящего шеста чуть больше длины сарая). В этом случае в ИСО, связанной с сараем, достаточно быстро движущийся шест должен поместиться в сарай, а в ИСО, связанной с шестом, это будет невозможно по той причине, что сокращаться будут продольные размеры сарая, быстро движущегося относительно стержня). Данный парадокс разрешается с использованием относительности понятия одновременности (с точки зрения совпадения концов шеста и дверей сарая в ИСО, связанных с шестом и сараем). Для



Начало

Содержание



Страница 87 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

строгих рассуждений можно применить так называемые диаграммы Минковского. Подробное обсуждение данного вопроса выходит за рамки нашего курса.

Лоренцево сокращение длины не является единственно возможной разновидностью изменения длины в физике. Более подробное обсуждение этого вопроса вынесено в [Приложение 2.2.1](#).

Таким образом, в релятивистской физике, в отличие от классической нерелятивистской, по отдельности не сохраняется ни расстояние между двумя событиями (с точки зрения разных ИСО), ни временные промежутки между теми же событиями. При этом, однако, сохраняется комбинация этих величин, называемая временным интервалом (о котором подробнее будет сказано в [п. 3.1](#)). Это является еще одной причиной, по которой в СТО говорят о едином пространстве-времени вместо того, чтобы говорить отдельно о пространстве и отдельно о времени (о другой причине было сказано в [п. 2.1](#)).

Покажем, что релятивистские эффекты замедления времени и сокращения длин оказывают влияние на классический закон сложения скоростей.

Пусть ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  со скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ . Пусть некоторая материальная точка движется с точки зрения наблюдателей, покоящихся в обеих ИСО. В ИСО  $K$  положение точки в каждый момент времени  $t$  определяется координатами  $(x, z)$ , а в системе  $K'$  в момент времени  $t'$  ее положение определяется координатами  $(x', y', z')$ .

Выразим проекции вектора скорости рассматриваемой точки на оси  $x, y, z$  в ИСО  $K$  и на оси  $x', y', z'$  в ИСО  $K'$  :

$$u_x = \frac{dx}{dt}, u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt}, \quad (2.2.7)$$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, u'_y = \frac{dy'}{dt'}, u'_z = \frac{dz'}{dt'}. \quad (2.2.8)$$



Начало

Содержание



Страница 88 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

В нерелятивистском случае выполняется классический закон сложения скоростей

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}, \quad (2.2.9)$$

который по компонентам можно расписать следующим образом:

$$u'_x = u_x - v, u'_y = u_y, u'_z = u_z. \quad (2.2.10)$$

Покажем теперь, что в релятивистском случае классический закон сложения скоростей в СТО не выполняется.

Для установления взаимосвязи между (2.2.7) и (2.2.8) в релятивистском случае запишем преобразования Лоренца для дифференциалов координат и времени в ИСО  $K$  на основе (2.1.24):

$$dx = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, dy = dy', dz = dz', dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.2.11)$$

Теперь в правых частях соотношений (2.2.7) можно выразить  $dx, dy, dz, dt$  через правые части (2.2.11). Тогда после несложных преобразований, учитывая (2.2.8), получаем:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}, u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}, u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}. \quad (2.2.12)$$

Если же вместо преобразований (2.1.24) использовать преобразования (2.1.21), то тогда вместо (2.2.11) получаем:

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, dy' = dy, dz' = dz, dt' = \frac{dt - \frac{v}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.2.13)$$



Начало

Содержание



Страница 89 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Теперь в правых частях соотношений (2.2.8) можно выразить  $dx', dy', dz', dt'$  через правые части (2.2.13). Тогда после несложных преобразований, учитывая (2.2.7), получаем:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}, u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}, u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}. \quad (2.2.14)$$

В частном случае, когда материальная точка движется в ИСО  $K'$  вдоль оси  $x'$ , а ИСО  $K'$  движется относительно  $K$  со скоростью  $v$  (при этом положительные направления осей  $x$  и  $x'$  совпадают), получаем, что

$$u'_x = u'; u_x = u. \quad (2.2.15)$$

Тогда закон сложения скоростей (2.2.12) примет вид

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}, \quad (2.2.16)$$

а закон сложения скоростей (2.2.14) примет вид

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u}. \quad (2.2.17)$$

Легко видеть, что при  $v \ll c$  и  $u \ll c$  релятивистский закон сложения скоростей (2.2.16)–(2.2.17) переходит в классический (2.2.9)–(2.2.10). Для этого просто нужно пренебречь вторыми слагаемыми в знаменателях правых частей формул (2.2.16) и (2.2.17) по сравнению с единицей.

Отметим, что релятивистский закон сложения скоростей находится в согласии со вторым постулатом Эйнштейна. Для простоты это можно показать на примере формул (2.2.16) и (2.2.17).



Начало

Содержание



Страница 90 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Действительно, если в (2.2.16) положить  $u' = c$ , то все равно получим

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c^2}c} = c, \quad (2.2.18)$$

т.е. одинаковый результат для обеих ИСО. Если же в (2.2.17) положить  $u = c$ , то все равно получим

$$u' = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c^2}c} = c, \quad (2.2.19)$$

т.е. снова одинаковый результат для обеих ИСО.

Следовательно, если, например, поезд движется со скоростью  $v$  и в вагоне в направлении движения поезда распространяется световая волна, то ее скорость относительно Земли все равно равна  $c$ , а не  $v + c$ .

Скорость света в вакууме является предельно возможным значением скорости материальных тел в какой-либо ИСО. Если складываемые скорости сколь угодно близки к скорости света  $c$ , то их результирующая скорость всегда меньше или равна  $c$ . Покажем это на примере предельного случая, когда

$$u' = v = c. \quad (2.2.20)$$

Подставляя (2.2.20) в (2.2.18), получаем:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'} = \frac{c + c}{1 + \frac{c}{c^2}c} = \frac{2c}{2} = c. \quad (2.2.21)$$

Вместе с тем, в литературе можно встретить утверждения типа: «при сложении любых скоростей результат не может превышать скорости света в вакууме», «скорость света в вакууме есть предельная скорость, которую невозможно



Начало

Содержание



Страница 91 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

превысить». Эти утверждения следует признать недостаточно корректными, если не сделать следующие уточнения: 1) при сложении или вычитании скоростей 2 объектов имеется в виду скорость их относительного движения в ИСО, в которой один из объектов покоится; 2) скорость какого-либо материального объекта относительно какой-либо ИСО не может быть больше скорости света в вакууме. Если же за относительным движением 2 тел (либо источника и приемника света) следит сторонний наблюдатель, то ситуация усложняется. Обсуждение соответствующих замечаний было вынесено в [Приложение 1.3.2](#).



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 92 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)

## Тема 3. Четырехмерный математический аппарат СТО. Релятивистская электродинамика

### 3.1. Четырехмерный интервал. Времениподобные и пространственноподобные интервалы.

Всякое событие происходит в пространстве (т.е. характеризуется местом, где оно произошло) и во времени (т.е. характеризуется моментом времени, когда оно произошло). Следовательно, с математической точки зрения событие характеризуется тремя пространственными координатами  $x, y, z$  и одной временной координатой  $t$ . Поэтому для изучения динамики различных процессов часто пользуются воображаемым четырехмерным пространством-временем (т.е. пространство и время объединяются в единый континуум), на осях которого откладывают координаты  $x, y, z$  и время  $t$ . Примером может служить четырехмерное пространство-время Минковского, которое будет подробнее изучено в следующем параграфе.

Все реальные события происходят в конечной области пространства и имеют конечную протяженность во времени (даже в области микромира это выполняется вследствие соотношения неопределенностей). Но если пространственными размерами области локализации события можно пренебречь, а также можно пренебречь длительностью события во времени, то можно сопоставить этому событию точку в четырехмерном пространстве-времени. Такие точки называются **мировыми точками**. История всякой материальной точки описывается в четырехмерном пространстве-времени некоторой линией, которая называется **мировой линией**.

Рассмотрим в четырехмерном пространстве-времени два произвольных события. Пусть в некоторой ИСО  $K$  первое из них имеет координаты и время  $x_1, y_1, z_1, t_1$ , а



Начало

Содержание



Страница 93 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

второе –  $x_2, y_2, z_2, t_2$ . Введем обозначения

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1, \Delta t = t_2 - t_1, \quad (3.1.1)$$

$$(\Delta l)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2. \quad (3.1.2)$$

Теперь можно ввести величину (где  $c$  – скорость света в вакууме)

$$S = \sqrt{(\Delta l)^2 - c^2 (\Delta t)^2}. \quad (3.1.3)$$

Будем называть величину  $S$  **четырёхмерным интервалом между событиями**.

Если перейти к другой ИСО  $K'$ , которая движется относительно  $K$ , то указанная пара событий будет, соответственно, характеризоваться координатами и временем  $x'_1, y'_1, z'_1, t'_1$  и  $x'_2, y'_2, z'_2, t'_2$ . По аналогии с (3.1.1) и (3.1.2) введем обозначения

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1, \Delta y' = y'_2 - y'_1, \Delta z' = z'_2 - z'_1, \Delta t' = t'_2 - t'_1, \quad (3.1.4)$$

$$(\Delta l')^2 = (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2. \quad (3.1.5)$$

Тогда с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$  интервал между этими событиями равен

$$S' = \sqrt{(\Delta l')^2 - c^2 (\Delta t')^2}. \quad (3.1.6)$$

При составлении (3.1.6) по аналогии с (3.1.3) было учтено, что скорость света  $c$ , в соответствие со 2-м постулатом СТО, не меняется при переходе от ИСО  $K$  к ИСО  $K'$ .

Можно показать (см. **задачу 2.11**), что интервал между двумя данными событиями одинаков во всех ИСО, т.е. является инвариантом относительно преобразований Лоренца:

$$S' = S. \quad (3.1.7)$$



Начало

Содержание



Страница 94 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Заметим, в классической механике соотношение (3.1.7) также выполняется, но это обусловлено тем, что по отдельности сохраняется длина отрезка и промежуток времени:

$$\Delta l = \Delta l', \Delta t = \Delta t'. \quad (3.1.8)$$

Поэтому использование соотношения (3.1.7) не дает ничего нового в классической механике. Между тем, в СТО соотношения (3.1.8) не выполняются (т.к. наблюдаются эффекты сокращения длин и замедления времени), а соотношение (3.1.7) выполняется, поэтому играет важную роль в СТО.

Из инвариантности четырехмерного интервала следует, что:

- 1) если квадрат интервала (и сам интервал) равен нулю в какой-либо ИСО, то он равен нулю и в любой другой ИСО;
- 2) если квадрат интервала отрицателен (а сам интервал является мнимым) в какой-либо ИСО, то он отрицателен и в любой другой ИСО;
- 3) если квадрат интервала (и сам интервал) положителен в какой-либо ИСО, то он положителен и в любой другой ИСО.

Интервал, равный нулю, называется **светоподобным**. С таким интервалом связаны события, состоящие из последовательного прохождения световой волной (световым лучом) различных пространственных точек.

Теперь рассмотрим случай, когда

$$(\Delta l)^2 \leq c^2 (\Delta t)^2. \quad (3.1.9)$$

Соотношение (3.1.6) является условием того, что одно событие является или, вообще говоря, может являться причиной другого. Это следует из того, что расстояние, проходимое световым сигналом за время, разделяющее эти 2 события, больше расстояния между точками, в которых эти события произошли. С учетом (3.1.1) и (3.1.9), соответствующий интервал является мнимым и называется **времениподобным**.



Начало

Содержание



Страница 95 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Далее рассмотрим случай, когда

$$(\Delta l)^2 \geq c^2 (\Delta t)^2. \quad (3.1.10)$$

С учетом (3.1.1) и (3.1.10), соответствующий интервал вещественный. События, разделенные таким интервалом, принципиально не могут иметь причинно-следственных отношений. Такой интервал называется **пространственноподобным**.

Если 2 события разделены времениподобным интервалом в некоторой ИСО  $K$ , то можно подобрать такую ИСО  $K'$ , в которой эти 2 события происходят в одной пространственной точке. В этом случае  $(\Delta l')^2 = 0$ , но при этом  $c^2 (\Delta t')^2 \neq 0$ , поэтому, в соответствии с (3.1.6),  $(S')^2 < 0$ , и интервал остается времениподобным (мнимым).

При этом нельзя подобрать ИСО  $K'$ , в которой было бы  $\Delta t' = 0$  (т.е. события были бы одновременными). Предположим обратное. Пусть такая ИСО  $K'$  существует. Тогда  $c^2 (\Delta t')^2 = 0$ . Но с учетом того, что, вообще говоря,  $(\Delta l')^2 \geq 0$ , получаем (в соответствии с (3.1.6)), что  $S' \geq 0$ , т.е. интервал становится светоподобным или пространственноподобным, что противоречит следствиям, вытекающим из его инвариантности.

Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что если в ИСО  $K$  2 события разделены пространственноподобным интервалом, то можно подобрать такую ИСО  $K'$ , в которой эти события происходят одновременно. При этом нельзя подобрать ИСО  $K'$ , в которой было бы  $\Delta l' = 0$  (т.е. события происходили бы в одной пространственной точке).

Сказанное выше можно обобщить в виде следующей таблицы.



Начало

Содержание



Страница 96 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 3.1.1 – Сравнительная характеристика основных 3 типов интервалов

Интервал	Светоподобный	Времениподобный	Пространственноподобный
С математической точки зрения	равен нулю	мнимый	вещественный
$S^2$	$= 0$	$< 0$	$> 0$
Происхождение названия	связано с последовательным прохождением светового луча через разные точки	ни в одной ИСО временную часть нельзя обратить в ноль	ни в одной ИСО пространственную часть нельзя обратить в ноль
Прочие особенности	события, связанные таким интервалом, лежат на образующих светового конуса (одно из них соответствует началу координат)	можно подобрать ИСО, в которой $\Delta t' = 0$	можно подобрать ИСО, в которой $\Delta t' = 0$

Пусть какое-либо событие произошло на оси  $x$  в точке  $x = 0$  в момент времени  $t = 0$ . Выберем в плоскости  $(x, t)$  прямоугольную декартову систему координат. Событие  $A$  соответствует началу координат, другим событиям соответствуют



Начало

Содержание



Страница 97 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

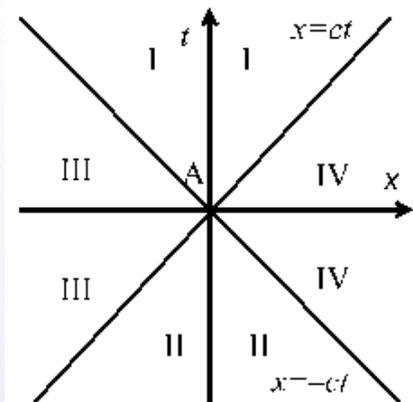


Рисунок 3.1.1: Проекция светового конуса на плоскость  $(x, t)$ .

различные точки на этой плоскости (см. рисунок 3.1.1).

Проведем прямые  $x = \pm ct$ , которые соответствуют распространению световых сигналов вдоль оси  $x$ , испущенных из точки  $x = 0$  в момент времени  $t = 0$  в двух возможных направлениях. События, которым соответствуют точки на этих прямых, связаны с событием  $A$  светоподобными интервалами. Указанные прямые, для которых  $S^2 = x^2 - c^2t^2$ , разделяют плоскость  $(x, t)$  на 4 квадранта – I, II, III, IV (см. рисунок 3.1.1). Рассмотрим их основные характеристики подробнее.

I. В этой области  $S^2 < 0$ . Интервал между любым событием  $B$  в области I и данным событием  $A$  является времениподобным. Для всех этих событий  $t_B - t_A = t_B > 0$ , т.е. все они произойдут позже события  $A$ , и никаким выбором ИСО это изменить нельзя. Область I есть область абсолютного будущего по отношению к  $A$ . Событие  $A$ , в принципе, может быть причиной любого события  $B$  в области I.



Начало

Содержание



Страница 98 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

II. В этой области  $S^2 < 0$ , как и в области II. Интервал между любым событием  $B$  в области II (как и в области I) и данным событием  $A$  является времениподобным. Но теперь, в отличие от области I, для всех этих событий  $t_B - t_A = t_B < 0$ , т.е. все они произойдут раньше события  $A$ , и никаким выбором ИСО это изменить нельзя. Область II есть область абсолютного прошлого по отношению к  $A$ . Любое событие  $B$  в области II, в принципе, может быть причиной события  $A$ .

В областях III и IV  $S^2 > 0$ , т.е. любое событие  $B$  в одной из этих областей отделено от события  $A$  пространственноподобным интервалом и не может быть связано с событием  $A$  причинно-следственными связями.

Сказанное можно обобщить в виде таблицы 3.1.2.

Таблица 3.1.2 – Сравнительная характеристика областей I, II, III и IV на рисунке 3.1.1

Область	I	II	III, IV
Для любого события $B$ из этой области	$S_{AB}^2 < 0$		$S_{AB}^2 > 0$
Т.е. интервал между событием и событием	времениподобный		пространственноподобный
При этом разность $t_B - t_A$	положительна	отрицательна	может быть и положительной, и отрицательной
Причинно-следственные связи	$A$ может быть причиной	может быть причиной	такие связи между и невозможны



Начало

Содержание



Страница 99 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Название области	область абсолютного будущего по отношению к	область абсолютного прошлого по отношению к	область абсолютно удаленных событий по отношению к
------------------	---	---	--

Мы рассмотрели самый простой случай одной пространственной координаты. Его главное достоинство в том, что множество точек, характеризующихся одной пространственной координатой и одним моментом времени, отображаются на плоскости (в данном случае это плоскость  $(x, t)$ ), что само по себе удобно. При использовании всех трех пространственных измерений получается переход от указанной плоскости к 4-мерному пространству-времени, наглядное отображение которого весьма затруднительно. При этом вместо линий  $x = \pm ct$  присутствует 4-мерный конус, который называется световым. Название обусловлено тем, что уравнение, описывающее распространение света, имеет вид

$$-c^2t^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 0. \quad (3.1.11)$$



Начало

Содержание



Страница 100 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

### 3.2. Пространство Минковского. Элементы векторной и тензорной алгебры и анализа в пространстве Минковского.

Ранее было показано, что в СТО пространство и время неразрывно связаны друг с другом. Это видно как на примере перемешивания пространственных координат и времени в преобразованиях Лоренца (см. п. 2.1), так и на примере четырехмерного интервала (см. п. 3.1), который инвариантен относительно преобразований Лоренца, в то время как пространственные и временные интервалы по отдельности не являются инвариантными относительно этих преобразований.

В связи с указанным обстоятельством, в СТО представляется удобным использовать не 3-мерное пространство Евклида с декартовыми координатами  $(x, y, z)$  отдельно от времени  $t$ , как это было в классической механике, а четырёхмерное пространство, которое описывается четырьмя координатами, например,  $(x, y, z, ict)$ , где  $c$  – скорость света в вакууме.

Следует сделать важные замечания.

1. Умножение времени на скорость необходимо для того, чтобы размерность 4-й координаты совпала с размерностью трех остальных; умножение на мнимую единицу приводит к тому, что при перемножении некоторых 4-мерных векторов получают важные для СТО соотношения. Такое формирование 4-й координаты соответствует так называемому четырехмерному пространству-времени Минковского (которое для краткости часто называют просто пространством Минковского или миром Минковского). Это пространство псевдоевклидово, поскольку одна из координат – мнимая.

2. Существуют варианты формирования 4-й координаты без мнимой единицы (т.е. 4-я координата остается вещественной, как и 3 остальные). Тогда для сохранения ряда важных закономерностей приходится вносить изменения в правила умножения четырехмерных векторов (вводить ковариантные и контравариантные векторы, метрический тензор и т.д.). Более подробное обсуждение этих вопросов



Начало

Содержание



Страница 101 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

выходит за рамки нашего курса, поэтому в дальнейшем будем использовать пространство Минковского.

3. Каждая точка пространства Минковского соответствует некоторому событию, которое характеризуется тремя обычными евклидовыми (декартовыми) координатами  $(x, y, z)$  и моментом времени  $t$ . Такая точка называется мировой точкой.

Далее для удобства введем следующие обозначения:

$$x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, x_4 = ict. \quad (3.2.1)$$

Тогда преобразования Лоренца, полученные в п. 2.1, можно переписать в виде

$$\begin{aligned} x'_1 &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}x_4, & x'_2 &= 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4, \\ x'_3 &= 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4, & x'_4 &= \frac{-i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}x_4. \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

Далее введем матрицу Лоренца

$$L = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix}, \quad (3.2.3)$$

элементы которой обозначим через  $L_{\mu\nu}$ . Таким образом,  $L$  – это вся матрица, а  $L_{\mu\nu}$  – ее отдельный элемент, стоящий на пересечении строки с номером  $\mu$  и столбца с номером  $\nu$ . Введем также обозначения для четырехмерных радиус-векторов события



Начало

Содержание



Страница 102 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

(мировой точки) в ИСО  $K$  и  $K'$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, X' = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{pmatrix}, \quad (3.2.4)$$

где отдельные элементы указанных векторов обозначим через  $x_\nu$  и  $x'_\mu$ .

Тогда можно записать преобразования Лоренца в виде

$$X' = LX \quad (3.2.5)$$

или

$$x'_\mu = L_{\mu\nu}x_\nu, \quad (3.2.6)$$

где индексы  $\mu$  и  $\nu$  могут принимать значения от 1 до 4 (в некоторых литературных источниках они принимают значения от 0 до 3, причем нулевой индекс соответствует временной компоненте). В нашем курсе будем считать, что индексы, принимающие значения от 1 до 4, обозначаются греческими буквами, а индексы, принимающие значения от 1 до 3, обозначаются латинскими буквами.

Кроме того, будем использовать так называемое соглашение о суммировании, которое заключается в том, что по повторяющимся индексам, стоящим в одной и той же части уравнения или равенства (это касается, например, индексов  $\nu$  в правой части (3.2.6)), производится суммирование, но при этом сам знак суммирования не используется. Соглашение о суммировании широко применяется в тех разделах физики, где суммирование (в том числе кратное) встречается довольно часто; это позволяет не загромождать формулы знаками суммирования.



Начало

Содержание



Страница 103 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Введем матрицу, транспонированную по отношению к матрице (3.2.3):

$$L^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{-i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix}, \quad (3.2.7)$$

для элементов которой выполняется соотношение

$$L_{\nu\mu}^T = L_{\mu\nu}. \quad (3.2.8)$$

Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что матрица Лоренца (3.2.3) удовлетворяет условию ортогональности. Это означает, что если перемножить матрицы (3.2.3) и (3.2.7) (причем не имеет значения, какая матрица находится слева, а какая – справа), то получим

$$L^T L = I_4, \quad (3.2.9)$$

где  $I_4$  – единичная матрица такой же размерности (4×4), как и матрицы (3.2.3) и (3.2.7):

$$I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.2.10)$$

Элементы матрицы (3.2.10) обозначаются символом Кронекера  $\delta_{\nu\gamma}$ . Основное свойство этого символа можно записать следующим образом:

$$\delta_{\nu\gamma} = \begin{cases} 0, & \nu \neq \gamma \\ 1, & \nu = \gamma \end{cases}. \quad (3.2.11)$$



Начало

Содержание



Страница 104 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Соотношение (3.2.9) в «индексной» форме можно записать следующим образом:

$$L_{\nu\mu}^T L_{\mu\gamma} = \delta_{\nu\gamma}. \quad (3.2.12)$$

В соответствии с правилами перемножения матриц, в первой матрице, стоящей в левой части (3.2.12), суммирование идет по столбцам, а во второй – по строкам. С учетом (3.2.8) можно переписать (3.2.12) следующим образом:

$$L_{\mu\nu} L_{\mu\gamma} = \delta_{\nu\gamma}. \quad (3.2.13)$$

Теперь займемся выводом обратных преобразований Лоренца. Это можно сделать, по крайней мере, тремя способами.

I способ уже был применен в п. 2.1, где обратные преобразования Лоренца были расписаны явно.

II способ. С точки зрения матричной формы записи, используемой в данном параграфе, искомые преобразования являются обратными по отношению к (3.2.6). Их можно получить, не расписывая явно (как это было сделано в п. 2.1). Например, это можно сделать, используя обратную матрицу Лоренца  $L^{-1}$ . Для этого умножим обе части (3.2.5) слева на  $L^{-1}$ :

$$L^{-1} X' = L^{-1} L X. \quad (3.2.14)$$

По определению обратной матрицы, должно автоматически выполняться равенство

$$L^{-1} L = I_4. \quad (3.2.15)$$

С учетом (3.2.15) можно переписать (3.2.14) в виде

$$X = L^{-1} X'. \quad (3.2.16)$$

Существуют различные алгоритмы нахождения обратной матрицы по известному виду исходной матрицы. Ими можно воспользоваться для нахождения



Начало

Содержание



Страница 105 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

матрицы  $L^{-1}$  на основе известного вида матрицы  $L$  (3.2.3) (см. задачу 3.1). В результате можно убедиться, что

$$L^{-1} = L^T. \quad (3.2.17)$$

Так и должно быть, если сопоставить (3.2.9) и (3.2.15). Таким образом, можно окончательно записать:

$$X = L^T X'. \quad (3.2.18)$$

III способ. Выражение для обратных преобразований Лоренца в «индексной» форме можно получить и другим способом. Умножим обе части (3.2.6) слева на  $L_{\gamma\mu}^T$ :

$$L_{\gamma\mu}^T x'_\mu = L_{\gamma\mu}^T L_{\mu\nu} x_\nu. \quad (3.2.19)$$

Далее учтем, что обе части соотношения (3.2.12) будут по-прежнему равны друг другу, если одновременно слева и справа поменять местами индексы  $\gamma$  и  $\nu$ , поскольку не имеет значения, какое буквенное обозначение выбрано для повторяющихся индексов (важно, чтобы не было совпадения с другими индексами, если предусмотрено, что они должны быть различными). С учетом указанного обстоятельства и свойства символа Кронекера можно переписать правую часть (3.2.19) следующим образом:

$$L_{\gamma\mu}^T L_{\mu\nu} x_\nu = \delta_{\gamma\nu} x_\nu = x_\gamma. \quad (3.2.20)$$

Приравнявая правую часть (3.2.20) к левой части (3.2.19), получаем

$$x_\gamma = L_{\gamma\mu}^T x'_\mu, \quad (3.2.21)$$

что, по сути, совпадает с (3.2.18). Результат (3.2.21) можно было получить и через непосредственное расписывание (3.2.18) в «индексном» виде.



Начало

Содержание



Страница 106 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Отметим, что заучивать наизусть все способы вывода той или иной формулы (или доказательства того или иного утверждения) не обязательно, но важно понимать, что если известен хотя бы 1 способ вывода или доказательства, то он, как правило, не является единственно возможным. Именно это было продемонстрировано на примере получения соотношений для обратных преобразований Лоренца.

Из инвариантности четырехмерного интервала относительно преобразований Лоренца сразу следует, что величина  $x_\nu^2$  является инвариантом относительно этих преобразований, т.е.

$$(x'_\mu)^2 = x_\nu^2, \quad (3.2.22)$$

поскольку  $x_\nu^2$  является сокращенной записью четырехмерного интервала (если одно из событий произошло в начале координат в момент времени  $t = 0$ ).

Будем называть четырехмерным вектором совокупность 4 величин  $A_\mu$ , которые при ортогональных преобразованиях координат мировой точки (вида (3.2.6) и (3.2.12), т.е. при переходе от одной ИСО к другой) преобразуются по таким же формулам, что и координаты мировой точки, т.е. с помощью преобразований Лоренца:

$$A'_\mu = L_{\mu\nu} A_\nu. \quad (3.2.23)$$

Из этого следует (с учетом (3.2.22)), что: а) квадрат четырехмерного вектора  $(A'_\mu)^2$  является инвариантной величиной; б) координаты мировой точки образуют четырехмерный вектор, который называется четырехмерным радиус-вектором.

Сделаем еще 2 важных замечания.

1. Четырехмерный радиус-вектор события (мировой точки) в пространстве Минковского – это не единственный пример четырехмерного вектора, используемого в СТО. Обзор соответствующих примеров приведен в **Приложении 3.2.1**.

2. Четырехмерные векторы, используемые в СТО для описания различных величин, следует отличать от биспиноров, которые также используются для описания различных величин и содержат 4 компоненты. При таком внешнем



Начало

Содержание



Страница 107 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

сходстве имеется существенное различие: при переходе от одной ИСО к другой к компонентам биспиноров применяются преобразования, отличные от преобразований Лоренца. Более подробное рассмотрение этого вопроса также вынесено в [Приложение 3.2.1](#).

Скалярное произведение 2 четырехмерных векторов определим следующим образом:

$$A_\mu B_\mu = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 + A_4 B_4. \quad (3.2.24)$$

Для четырехмерных векторов, как и в двумерном и трехмерном случаях, принято следующее определение. Если скалярное произведение 2 векторов равно нулю, то они называются ортогональными.

Можно показать, что скалярное произведение (3.2.24) инвариантно относительно преобразований Лоренца. Для этого воспользуемся соотношениями (3.2.23) и (3.2.13):

$$A'_\mu B'_\mu = L_{\mu\nu} A_\nu L_{\mu\gamma} B_\gamma = L_{\mu\nu} L_{\mu\gamma} A_\nu B_\gamma = \delta_{\nu\gamma} A_\nu B_\gamma = A_\nu \delta_{\nu\gamma} B_\gamma = A_\nu B_\nu = A_\mu B_\mu. \quad (3.2.25)$$

Таким образом, утверждение доказано. На последнем шаге доказательства мы учли, что не имеет значения, какое буквенное обозначение выбрано для повторяющихся индексов, и что никаких других индексов, кроме  $\nu$ , нет, поэтому можно  $\nu$  заменить на  $\mu$  (для большего сходства с первоначальными обозначениями).

Будем называть четырехмерным тензором 2-го ранга совокупность 16 величин  $T_{\mu\nu}$ , которые при переходе от одной ИСО к другой (т.е. когда координаты мировой точки преобразуются по закону (3.2.6)) преобразуются по закону

$$T'_{\mu\nu} = L_{\mu\gamma} L_{\nu\sigma} T_{\gamma\sigma}. \quad (3.2.26)$$

Если перейти к самому общему случаю, то будем называть четырехмерным тензором  $n$ -го ранга совокупность  $4^n$  величин  $T_{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n}$ , которые зависят от  $n$  индексов и при переходе от одной ИСО к другой (т.е. когда координаты мировой



Начало

Содержание



Страница 108 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

точки преобразуются по закону (3.2.6)) преобразуются как четырехмерный вектор по каждому из своих индексов:

$$T'_{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n} = L_{\alpha_1\beta_1}L_{\alpha_2\beta_2}\dots L_{\alpha_n\beta_n}T_{\beta_1\beta_2\dots\beta_n}. \quad (3.2.27)$$

Из последнего определения следует, что четырехмерный вектор можно рассматривать как тензор первого ранга, а скаляр (т.е. величину, которая не меняется при преобразованиях координат) – тензором нулевого ранга. Примером такого скаляра в пространстве Минковского является четырехмерный интервал. С другими конкретными примерами четырехмерных тензоров нулевого, первого и второго рангов мы познакомимся в дальнейшем.

Сделаем еще одно важное замечание. Величины, описываемые в нерелятивистской физике трехмерными векторами, при обобщении на четырехмерный релятивистский случай ведут себя по-разному. Пример составления четырехмерного радиус-вектора события (на основе обычного трехмерного радиус-вектора и времени) был рассмотрен выше; т.е. 2 величины (трехмерный вектор и скаляр), никак не связанные между собой (с точки зрения классической механики), объединились в четырехмерный вектор. Другим примером, существенно отличным от предыдущего, является переход от классического трехмерного к релятивистскому четырехмерному описанию электромагнитного поля (более подробно этот вопрос будет рассмотрен в п. 3.3). Основные отличия между указанными примерами рассмотрим в таблице 3.2.1.

Таблица 3.2.1 – Сравнительная характеристика переходов от классического описания к релятивистскому для компонент радиус-вектора (вместе с временем) и электромагнитного поля



Начало

Содержание



Страница 109 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



Компоненты	Радиус-вектора (вместе с временем)	Электромагнитного поля
1.1. Описание в нерелятивистском случае	отдельно радиус-вектор $\vec{r}$ и отдельно момент времени $t$	вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ и вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$
1.2. С математической точки зрения это	трехмерный вектор и скаляр	2 трехмерных вектора
1.3. Взаимосвязь	$\vec{r}$ никак не связан с $t$	$\vec{E}$ и $\vec{B}$ связаны уравнениями Максвелла
2.1. В релятивистском случае	происходит объединение $\vec{r}$ и $t$ в четырехмерный радиус-вектор $x_\mu = (\vec{r}, ict)$	происходит объединение $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в тензор электромагнитного поля $F_{\mu\nu} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}$
2.2. С математической точки зрения это	четырёхмерный тензор 1 ранга	четырёхмерный тензор 2 ранга
2.3. Соответствующие преобразования Лоренца выводятся	в п. 2.1 на основе постулатов СТО	путем обобщения преобразований Лоренца для четырехмерных векторов на четырехмерные тензоры более высоких рангов (в т.ч. ранга 2)

Начало

Содержание



Страница 110 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Дадим еще несколько определений.

Тензор называется симметричным, если выполняется условие  $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$ , и антисимметричным, если выполняется условие  $T_{\mu\nu} = -T_{\nu\mu}$ . При этом свойства симметрии (антисимметрии) инвариантны относительно преобразований Лоренца. Любой тензор может быть представлен в виде суммы симметричного  $T_{\mu\nu}^C$  и антисимметричного  $T_{\mu\nu}^A$  тензоров

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^C + T_{\mu\nu}^A, \quad (3.2.28)$$

где

$$T_{\mu\nu}^C = \frac{1}{2} (T_{\mu\nu} + T_{\nu\mu}), T_{\mu\nu}^A = \frac{1}{2} (T_{\mu\nu} - T_{\nu\mu}). \quad (3.2.29)$$

Суммой 2 тензоров называется тензор, каждая компонента которого равна сумме соответствующих компонент (т.е. с такими же номерами индексов) складываемых тензоров:

$$P_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + K_{\mu\nu}. \quad (3.2.30)$$

Разность 2 тензоров определяется аналогично.

Произведением тензора  $T_{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_m}$  ранга  $m$  и тензора  $P_{\beta_1\beta_2\dots\beta_n}$  ранга  $n$  называется тензор ранга  $m + n$ , каждая компонента которого равна произведению соответствующих компонент перемножаемых тензоров:

$$R_{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_m\beta_1\beta_2\dots\beta_n} = T_{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_m} P_{\beta_1\beta_2\dots\beta_n}. \quad (3.2.31)$$

Свертыванием (сверткой) называется операция понижения ранга тензора путем суммирования его по какой-либо паре индексов. При этом после суммирования по одной паре индексов ранг тензора понижается на 2 единицы. Например, для тензора  $T_{\alpha\beta\mu\nu}$  ранга 4 можно произвести свертку по первому и второму индексам и получить тензор

$$K_{\mu\nu} = T_{\alpha\alpha\mu\nu}, \quad (3.2.32)$$



Начало

Содержание



Страница 111 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

а если произвести свертку по второму и четвертому индексам, то получим тензор

$$P_{\alpha\mu} = T_{\alpha\beta\mu\beta}. \quad (3.2.33)$$

Четырехмерным градиентом от некоторой скалярной функции  $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$  является обобщение трехмерного градиента на четырехмерное псевдоевклидово пространство. При этом для четырехмерного градиента вводится следующее обозначение:

$$\nabla_{\mu} = \left( \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}, \frac{\partial}{\partial x_4} \right). \quad (3.2.34)$$

Тогда четырехмерным градиентом скалярной функции называется совокупность 4 величин  $\nabla_{\mu}\varphi$ . Выполняя для каждой них преобразование Лоренца, получим:

$$\nabla'_{\mu}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x'_{\mu}} = \frac{\partial\varphi}{\partial x_{\nu}} \cdot \frac{\partial x_{\nu}}{\partial x'_{\mu}} = \nabla_{\nu}\varphi \cdot \frac{\partial x_{\nu}}{\partial x'_{\mu}}. \quad (3.2.35)$$

С учетом (3.2.21) (где индекс  $\gamma$  в левой и правой частях можно заменить на  $\nu$ ) и (3.2.8) получаем:

$$\frac{\partial x_{\nu}}{\partial x'_{\mu}} = L_{\mu\nu}. \quad (3.2.36)$$

Подставляя (3.2.36) в (3.2.35), получаем:

$$\nabla'_{\mu}\varphi = L_{\mu\nu}\nabla_{\nu}\varphi. \quad (3.2.37)$$

Сравнивая (3.2.37) с (3.2.23), можно утверждать, что четырехмерный градиент от скалярной функции образует четырехмерный вектор. Следовательно, закон преобразования четырехмерного вектора имеет вид:

$$\nabla'_{\mu} = L_{\mu\nu}\nabla_{\nu}. \quad (3.2.38)$$



Начало

Содержание



Страница 112 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Четырехмерной дивергенцией вектора  $A_\mu$  называется величина  $\nabla_\mu A_\mu$ . Ее можно представить как скалярное произведение (составленное по правилу (3.2.24)) четырехмерного градиента  $\nabla_\mu \varphi$  на четырехмерный вектор  $A_\mu$ . Данная величина является скаляром, поэтому она инвариантна относительно преобразований Лоренца.

Оператором Д'Аламбера называется оператор

$$\square = \nabla_\mu \nabla_\mu = (\nabla_\mu)^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_4^2}, \quad (3.2.39)$$

который является обобщением оператора Лапласа на четырехмерное пространство.

Производной от тензора по координате называется тензор, компоненты которого являются производными от компонент исходного тензора по соответствующей координате. Операция дифференцирования повышает ранг тензора на единицу, что было показано на примере дифференцирования скаляра, который превратился в вектор (градиент).

Четырехмерным ротором называется конструкция вида  $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$ . Поскольку  $\nabla_\mu$  и  $A_\mu$  являются четырехмерными векторами,  $F_{\mu\nu}$  является четырехмерным тензором 2 ранга, причем антисимметричным, поскольку легко проверить, что  $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$ . Как у всякого четырехмерного тензора 2 ранга, у него  $(4^2 - 4)/2 = 6$  независимых компонент. При этом мы учли, что: а) общее число элементов равно размерности тензора, возведенной в степень, которая равна рангу тензора; б) 4 элемента на главной диагонали являются нулевыми, т.к. это следует из равенств

$$F_{11} = -F_{11}, F_{22} = -F_{22}, F_{33} = -F_{33}, F_{44} = -F_{44}, \quad (3.2.40)$$

(вследствие чего в числителе вычитается 4); в) каждый из оставшихся элементов имеет свое «отражение» относительно главной диагонали, только с противоположным знаком (вследствие чего было осуществлено деление на 2).



Начало

Содержание



Страница 113 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

### 3.3. Четырехмерный вектор плотности тока. Тензор электромагнитного поля. Четырехмерный вектор силы Лоренца. Сила Минковского. Инварианты электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца. Эффект Доплера и абберация света.

Пусть заряженный объект (не обязательно элементарная частица) с электрическим зарядом  $e$  движется со скоростью  $\vec{v}$  в некоторой пространственной области, в которой одновременно присутствуют электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$  и магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ . Запишем выражение для обобщенной силы Лоренца, действующей на объект, известное из курса электродинамики:

$$\vec{F}_L = e \left( \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] / c \right). \quad (3.3.1)$$

Пусть  $V$  – объем заряженного объекта. Определим плотность силы Лоренца, действующей на объект, следующим образом:

$$\vec{f} = \vec{F}_L / V. \quad (3.3.2)$$

Используя (3.3.1) и выражение для пространственной (объемной) плотности электрического заряда

$$\rho = e/V, \quad (3.3.3)$$

перепишем (3.3.2) следующим образом:

$$\vec{f} = \rho \left( \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] / c \right). \quad (3.3.4)$$

Соотношение (3.3.4) можно расписать по компонентам:

$$f_x = \rho \left( E_x + \frac{1}{c} (v_y B_z - v_z B_y) \right), \quad (3.3.5)$$



Начало

Содержание



Страница 114 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

$$f_y = \rho \left( E_y + \frac{1}{c} (v_z B_x - v_x B_z) \right), \quad (3.3.6)$$

$$f_z = \rho \left( E_z + \frac{1}{c} (v_x B_y - v_y B_x) \right). \quad (3.3.7)$$

Запишем выражение для трехмерного вектора плотности электрического тока, известного из курса классической (нерелятивистской) электродинамики:

$$\vec{j} = (j_x, j_y, j_z). \quad (3.3.8)$$

Его четырехмерным обобщением в релятивистской электродинамике является вектор (см. также [Приложение 3.2.1](#))

$$j_\mu = (j_1, j_2, j_3, j_4), j_1 = j_x, j_2 = j_y, j_3 = j_z, j_4 = ic\rho. \quad (3.3.9)$$

Пусть  $n$  – концентрация заряженных частиц. Учитывая известные из нерелятивистской электродинамики соотношения

$$\vec{j} = en\vec{v} \quad (3.3.10)$$

и

$$\rho = en, \quad (3.3.11)$$

можно переписать (3.3.9) следующим образом:

$$j_\mu = (\rho v_x, \rho v_y, \rho v_z, ic\rho). \quad (3.3.12)$$

Определим четырехмерный вектор скорости следующим образом:

$$u_\mu = \left( \frac{v_x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \frac{v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \frac{v_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \frac{ic}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right), \beta = \frac{v}{c} \quad (3.3.13)$$



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 115 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

Учтем, что заряженный объект можно мысленно разбить на элементарные параллелепипеды, для каждого из которых при движении происходит сокращение линейных размеров в направлении движения, а в 2 остальных направлениях размеры не меняются. Тогда, исходя из эффекта сокращения длин (2.2.5), получаем, что

$$V = V_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (3.3.14)$$

где  $V_0$  – объем заряженного объекта в той ИСО, относительно которой он покоится. Кроме того, пусть  $\rho_0$  – объемная плотность электрического заряда в той ИСО, где заряд покоится. Учитывая инвариантность электрического заряда, определим  $\rho_0$  как

$$\rho_0 = e/V_0. \quad (3.3.15)$$

Тогда (3.3.3), (3.3.14) и (3.3.15) следует, что

$$\rho = \rho_0 / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (3.3.16)$$

Подставляя правую часть (3.3.16) в правую часть (3.3.12) и сопоставляя полученный результат с (3.3.13), получаем:

$$j_\mu = \rho_0 u_\mu. \quad (3.3.17)$$

Вводя обозначения

$$f_x = f_1, f_y = f_2, f_z = f_3, \quad (3.3.18)$$

можно убедиться в справедливости соотношения

$$f_i = \frac{1}{c} F_{i\nu} j_\nu, i = \overline{1, 3}, \quad (3.3.19)$$

где для каждого фиксированного значения  $i$  (от 1 до 3) проводится суммирование по  $\nu$  от 1 до 4 (в соответствии с соглашением о суммировании, когда символ суммы не



Начало

Содержание



Страница 116 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

пишется). Индекс  $i$  меняется от 1 до 3 по той причине, что плотность силы Лоренца определена в (3.3.4) как трехмерная величина. При этом величина

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3.20)$$

называется тензором электромагнитного поля и с математической точки зрения является антисимметричным 4-мерным тензором второго ранга (см. также (3.2.29) и таблицу 3.2.1 в п. 3.2).

Для проверки (3.3.19) в качестве примера рассмотрим случай, когда  $i = 1$ . Тогда, в соответствии с (3.3.19), получаем:

$$f_1 = \frac{1}{c} (F_{11}j_1 + F_{12}j_2 + F_{13}j_3 + F_{14}j_4). \quad (3.3.21)$$

Расписывая (3.3.21) с учетом (3.3.12), (3.3.18) и (3.3.20), получаем:

$$f_x = \frac{1}{c} (0 \cdot \rho v_x + B_z \rho v_y - B_y \rho v_z - iE_x \cdot i c \rho). \quad (3.3.22)$$

После несложных преобразований получаем, что правая часть (3.3.22) совпадает с правой частью (3.3.5). Аналогично при  $i = 2$  можно получить результат, совпадающий с (3.3.6), а при  $i = 3$  – результат, совпадающий с (3.3.7).

Убедившись в справедливости формулы (3.3.19), можно обобщить ее на случай, когда вместо индекса « $i$ » (который меняется от 1 до 3) стоит индекс « $\mu$ » (который меняется от 1 до 4):

$$f_\mu = \frac{1}{c} F_{\mu\nu} j_\nu. \quad (3.3.23)$$



Начало

Содержание



Страница 117 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Распишем (3.3.23) при  $\mu = 4$ :

$$f_4 = \frac{1}{c} (F_{41}j_1 + F_{42}j_2 + F_{43}j_3 + F_{44}j_4). \quad (3.3.24)$$

Расписывая правую часть (3.3.24) с учетом (3.3.12) и (3.3.20), получаем:

$$f_4 = \frac{i\rho}{c} (E_x v_x + E_x v_x + E_x v_x + 0 \cdot c) = \frac{i\rho}{c} \vec{E} \cdot \vec{v}. \quad (3.3.25)$$

Теперь займемся получением выражение для 4-мерного аналога силы Лоренца (эта сила называется либо 4-мерной силой Лоренца, либо силой Минковского):

$$F = (F_1, F_2, F_3, F_4) = (F_x, F_y, F_z, F_4) = (\vec{F}, F_t). \quad (3.3.26)$$

Учтем, что при получении конкретных выражений для компонент (3.3.26) в случае непрерывно распределенного заряда необходимо проинтегрировать плотность силы Лоренца (3.3.23) по объему заряженного объекта в той ИСО, в которой заряд покоится:

$$F_\mu = \int_V f_\mu dV_0. \quad (3.3.27)$$

В соответствии с (3.3.14) можно записать:

$$dV_0 = dV / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (3.3.28)$$

Подставляя (3.3.23) и (3.3.28) в (3.3.27), получаем:

$$F_\mu = \frac{1}{c} \int_V F_{\mu\nu} j_\nu \frac{dV}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3.3.29)$$



Начало

Содержание



Страница 118 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Заменяя в (3.3.17) индекс  $\mu$  на индекс  $\nu$  (смысл соотношения от этого не меняется) и подставляя в (3.3.29), получаем:

$$F_\mu = \frac{1}{c} \int_V F_{\mu\nu} \rho_0 u_\nu \frac{dV}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (3.3.30)$$

Далее перепишем (3.3.30) с учетом (3.3.16):

$$F_\mu = \frac{1}{c} \int_V F_{\mu\nu} \rho u_\nu dV. \quad (3.3.31)$$

Учитывая (в соответствии с (3.3.16) и (3.3.28)), что

$$\rho dV = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \sqrt{1-\beta^2} dV_0 = \rho_0 dV_0 = dq, \quad (3.3.32)$$

можно переписать (3.3.31) в виде

$$F_\mu = \frac{1}{c} \int_V F_{\mu\nu} u_\nu dq. \quad (3.3.33)$$

Если электрическое и магнитное поля являются однородными, то можно проинтегрировать (3.3.33) следующим образом:

$$F_\mu = \frac{1}{c} F_{\mu\nu} u_\nu \int_V dq = \left\{ \int_V dq = e \right\} = \frac{e}{c} F_{\mu\nu} u_\nu. \quad (3.3.34)$$

Распишем (3.3.34) по компонентам с учетом (3.3.13) и (3.3.20):

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{e}{c} (F_{11}u_1 + F_{12}u_2 + F_{13}u_3 + F_{14}u_4) = \\ &= \frac{e(v_x \cdot 0 + v_y B_z - v_z B_y - ic \cdot i E_x)}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{e(E_x + \frac{1}{c}[\vec{v}, \vec{B}]_x)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned} \quad (3.3.35)$$



Начало

Содержание



Страница 119 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

$$F_y = \frac{e}{c}(F_{21}u_1 + F_{22}u_2 + F_{23}u_3 + F_{24}u_4) =$$

$$= \frac{e(-B_z v_x + v_y \cdot 0 + v_z B_x - ic \cdot iE_y)}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{e(E_y + \frac{1}{c}[\vec{v}, \vec{B}]_y)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (3.3.36)$$

$$F_z = \frac{e}{c}(F_{31}u_1 + F_{32}u_2 + F_{33}u_3 + F_{34}u_4) =$$

$$= \frac{e(B_y v_x - B_x v_y + 0 \cdot v_z - ic \cdot iE_z)}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{e(E_z + \frac{1}{c}[\vec{v}, \vec{B}]_z)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (3.3.37)$$

$$F_t = \frac{e}{c}(F_{41}u_1 + F_{42}u_2 + F_{43}u_3 + F_{44}u_4) =$$

$$= \frac{ie(v_x E_x + v_y E_y + v_z E_z + 0 \cdot ic)}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{ie\vec{v} \cdot \vec{E}}{c\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (3.3.38)$$

Из (3.3.1), (3.3.35)–(3.3.37) следует, что

$$\vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z = \frac{\vec{F}_L}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (3.3.39)$$

Таким образом, в алгоритме получения выражения для силы Минковского можно выделить 3 этапа: 1) переход от выражения (3.3.1) для трехмерной силы Лоренца  $\vec{F}_L$  к выражению (3.3.4) для трехмерной плотности силы Лоренца  $\vec{f}_L$ ; 2) переход от  $\vec{f}_L$  к выражению (3.3.23) для четырехмерной плотности силы Лоренца  $f_\mu$ ; 3) переход от  $f_\mu$  к выражению (3.3.34) (или выражениям (3.3.35)–(3.3.38)) для четырехмерному  $F_\mu$ .

Теперь вернемся к тензору электромагнитного поля (3.3.20). При переходе от одной ИСО к другой компоненты тензора преобразуются по закону (3.2.26):

$$F'_{\mu\nu} = L_{\mu\alpha}L_{\nu\sigma}F_{\alpha\sigma}. \quad (3.3.40)$$



Начало

Содержание



Страница 120 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

В качестве примера распишем (3.3.40) для случая, когда  $\mu = \nu = 1$  :

$$F'_{11} = L_{1\alpha}L_{1\sigma}F_{\alpha\sigma} = L_{11}L_{1\sigma}F_{1\sigma} + L_{12}L_{1\sigma}F_{2\sigma} + L_{13}L_{1\sigma}F_{3\sigma} + L_{14}L_{1\sigma}F_{4\sigma}. \quad (3.3.41)$$

После этого каждое из четырех слагаемых в правой части (3.3.41) надо расписать как сумму по  $\sigma$ . Например, для первого из этих слагаемых получаем:

$$L_{11}L_{1\sigma}F_{1\sigma} = L_{11}L_{11}F_{11} + L_{11}L_{12}F_{12} + L_{11}L_{13}F_{13} + L_{11}L_{14}F_{14}. \quad (3.3.42)$$

Аналогично расписывая (3.3.40) для других значений  $\mu$  и  $\nu$ , с учетом (3.3.20) и (3.2.3) получаем формулы преобразований Лоренца для составляющих вектора напряженности электрического поля и вектора индукции магнитного поля (см. также задачу 3.3):

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, E'_y = \frac{E_y - \beta B_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, E'_z = \frac{E_z + \beta B_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ B'_x &= B_x, B'_y = \frac{B_y + \beta E_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, B'_z = \frac{B_z - \beta E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \beta = \frac{v}{c}. \end{aligned} \quad (3.3.43)$$

Среди эффектов, объясняемых в рамках релятивистской оптики, двумя важнейшими примерами являются: 1) эффект Доплера; 2) абберация света.

Эффект Доплера заключается в изменении воспринимаемой приемником частоты (или длины волны) излучения при относительном движении источника и приемника излучения. При этом излучение может быть как акустической природы (ионофразвук, звуковая волна, ультразвук), так и электромагнитной (электромагнитные волны, причем не обязательно относящиеся к видимому диапазону). Эффект был обнаружен К. Допплером в 1842 г. для акустических волн, а затем сразу теоретически распространен на оптические явления (в других литературных источниках утверждается, что Допплер сначала теоретически предсказал указанный эффект одновременно как для акустических, так и для



Начало

Содержание



Страница 121 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

оптических явлений, а первые экспериментальные обнаружения эффекта были позднее – в акустике в 1845 г., а в оптике в 1867 г.).

Нас будет интересовать эффект Доплера, относящийся к электромагнитному излучению. Отметим, что теоретическое объяснение этого эффекта, развитое в 1840-е гг. Физо, базировалось на волновой эфирной теории света, поэтому в этом объяснении содержались ошибки, например: а) предсказывалось, что изменение длины волны должно зависеть от абсолютных скоростей источника монохроматического света и приемника этого света относительно эфира, что не соответствует действительности, и это обстоятельство объясняется с точки зрения СТО; б) в указанной теории отсутствует поперечный эффект, что не соответствует действительности (на самом деле такой эффект наблюдается и объясняется в рамках СТО).

Для объяснения данного эффекта в рамках СТО запишем преобразования Лоренца для компонент четырехмерного волнового вектора при переходе от одной ИСО к другой, когда источник излучения, с которым связана ИСО  $K'$ , движется относительно ИСО  $K$  вдоль положительного направления оси  $x$  (это направление совпадает с направлением оси  $x'$ ) со скоростью  $v$ . Тогда по аналогии с (3.2.21) получаем:

$$k_{\mu} = L_{\mu\nu}^T k'_{\nu}, \quad (3.3.44)$$

Расписывая (3.3.44) в явном виде (с учетом (3.2.7)), получаем:

$$k_1 = \frac{k'_1 - i\beta k'_4}{\sqrt{1 - \beta^2}}, k_2 = k'_2, k_3 = k'_3, k_4 = \frac{i\beta k'_1 + k'_4}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3.3.45)$$

Пусть  $\alpha$  – угол между направлением распространения электромагнитной волны и осью  $x$  в ИСО  $K$ ,  $\alpha'$  – угол между направлением распространения электромагнитной волны и осью  $x'$  в ИСО  $K'$ . Кроме того, пусть  $\omega$  – частота электромагнитной волны, регистрируемая приемником, покоящимся в ИСО  $K$ ,  $\omega'$  – частота электромагнитной



Начало

Содержание



Страница 122 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

волны, регистрируемая приемником, покоящимся в ИСО  $K'$ . Тогда, учитывая общий вид компонент волнового вектора (см. таблицу 3.2.1a в **Приложении 3.2.1**), можно записать

$$k_1 = k_x = k \cos \alpha = \frac{\omega}{c} \cos \alpha, k'_1 = k'_x = k' \cos \alpha' = \frac{\omega'}{c} \cos \alpha',$$

$$k_4 = i \frac{\omega}{c}, k'_4 = i \frac{\omega'}{c}. \quad (3.3.46)$$

Подставляя (3.3.46) в (3.3.45), после несложных преобразований получаем:

$$\omega \cos \alpha = \frac{\omega' (\cos \alpha' + \beta)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \omega = \frac{\omega' (\beta \cos \alpha' + 1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3.3.47)$$

Для объяснения эффекта Доплера требуется найти  $\omega$  как функцию от  $\omega'$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ , для чего требуется исключить  $\cos \alpha'$  из системы (3.3.47). В результате (см. **задачу 3.14**) получаем:

$$\omega = \frac{\omega' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \alpha}. \quad (3.3.48)$$

У формулы (3.3.48) есть 2 важных частных случая:

1)  $\cos \alpha = \pm 1$ , т.е.  $\alpha = 0$  или  $\alpha = \pi$ , что соответствует **продольному эффекту Доплера**; в этом случае (3.3.48) принимает вид:

$$\omega = \frac{\omega' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 \mp \beta}. \quad (3.3.49)$$

При малых  $\beta$  можно упростить правую часть (3.3.49), используя приближенные разложения Тейлора–Маклорена для числителя и знаменателя (без частоты  $\omega'$ ):

$$\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 \mp \beta} \approx \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right) (1 \pm \beta). \quad (3.3.50)$$



Начало

Содержание



Страница 123 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Раскрывая скобки в (3.3.50) и оставляя слагаемые порядка единицы и  $\beta$  (иными словами – пропорциональные нулевой и первой степеням  $\beta$ , т.к.  $\beta^0 = 1$ ), после подстановки результата в (3.3.49) получаем:

$$\omega \approx \omega'(1 \pm \beta). \quad (3.3.51)$$

Вводя обозначение

$$\Delta\omega = \omega' - \omega, \quad (3.3.52)$$

перепишем (3.3.51) следующим образом:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega'} \approx \mp\beta. \quad (3.3.53)$$

Таким образом, отличная от нуля поправка к значению частоты появляется уже в первом порядке по  $\beta$ , т.е. продольный эффект Доплера является эффектом первого порядка по  $\beta$  (еще одним примером такого типа является смещение интерференционных полос в опыте Физо 1851 г. по измерению скорости света в движущейся воде – см. Приложение 1.2.7).

2)  $\cos \alpha = 0$ , т.е.  $\alpha = \pi/2$ , что соответствует **поперечному эффекту Доплера**; в этом случае (3.3.48) принимает вид:

$$\omega = \omega' \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (3.3.54)$$

При малых  $\beta$  можно упростить правую часть (3.3.54), используя приближенное разложение Тейлора–Маклорена

$$\sqrt{1 - \beta^2} \approx 1 - \frac{1}{2}\beta^2. \quad (3.3.55)$$

Подставляя (3.3.55) в (3.3.54), получаем:

$$\omega \approx \omega' \left( 1 - \frac{1}{2}\beta^2 \right). \quad (3.3.56)$$



Начало

Содержание



Страница 124 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

С учетом (3.3.52) можно переписать (3.3.56) в виде

$$\frac{\Delta\omega}{\omega'} \approx \frac{1}{2}\beta^2. \quad (3.3.57)$$

Таким образом, отличная от нуля поправка к значению частоты появляется только во втором порядке по  $\beta$ , т.е. продольный эффект Доплера является эффектом второго порядка по  $\beta$  (еще одним примером такого типа было ожидаемое смещение интерференционных полос в опытах Майкельсона (1881 г.) и Майкельсона–Морли – см. Приложение 1.2.7).

Можно показать, что поперечный эффект Доплера является следствием релятивистского эффекта замедления времени. Пусть за время  $t$ , измеренное по часам в ИСО  $K$ , мимо наблюдателя в этой ИСО прошел цуг из  $N$  волн. Тогда соответствующая частота может быть определена как

$$\omega = \frac{2\pi N}{t}. \quad (3.3.58)$$

Соответственно, пусть за время  $t'$ , измеренное по часам в ИСО  $K'$ , мимо наблюдателя в этой ИСО прошел тот же самый цуг из  $N$  волн (число  $N$ , очевидно, не меняется). Тогда соответствующая частота может быть определена как

$$\omega' = \frac{2\pi N}{t'}. \quad (3.3.59)$$

Разделяя (3.3.58) на (3.3.59), получаем:

$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{t'}{t}. \quad (3.3.60)$$

С учетом (2.1.27) можно записать:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3.3.61)$$



Начало

Содержание



Страница 125 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Подставляя правую часть (3.3.61) вместо в правую часть (3.3.60), получаем (3.3.54), что и требовалось доказать.

Поперечный эффект Доплера впервые обнаружили Г. Айвс и Д. Стилуэлл в 1938 г., а затем в 1941 г. (т.е. на несколько десятилетий позднее по сравнению с продольным эффектом) на атомах водорода, движущихся со скоростью  $\sim 10^6$  м/с. При этом ученые пытались объяснить эффект с позиций теории эфира, и это является еще одним примером того, что СТО не сразу была принята всем научным сообществом.

Смещение частоты сигналов навигационных спутников GPS и ГЛОНАСС, обусловленное влиянием гравитационного поля Земли и поперечного эффекта Доплера, составляет десятые доли Гц.

Сделаем еще некоторые важные замечания относительно эффекта Доплера. 1. При наличии движущейся среды эффект Доплера становится **асимметричным** (подобно асимметрии акустического эффекта Доплера в воздухе при наличии ветра), поскольку скорость света в движущейся среде уже зависит от того, в каком направлении по отношению к направлению движения среды распространяется свет; следовательно, в отличие от вакуума, появляется различие между ситуацией, когда источник и приемник покоятся относительно среды (тогда эффект Доплера отсутствует), и ситуацией, когда расстояние между источником и приемником не меняется, но имеет место их движение относительно среды (или среды относительно них). 2. При наличии посторонних объектов (помимо источника и приемника), а также движущейся границы раздела сред (например, при наличии волны ионизации в газе) происходит дополнительное отражение волн от указанных препятствий (объектов, границ раздела), что приводит к так называемому **двойному эффекту Доплера**. 3. Если параметры среды меняются во времени (т.е. среда нестационарна), то даже при неподвижных (относительно среды) источнике и приемнике может наблюдаться так называемый **параметрический эффект Доплера**.



Начало

Содержание



Страница 126 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Отметим также, что эффект Доплера – это не единственный эффект, связанный с изменением длины волны. Место данного эффекта среди других эффектов, характеризующихся таким же общим признаком, обсуждается в [Приложении 3.3.1](#).

Что касается аберрации света, то она представляет собой изменение направления распространения света (или электромагнитного излучения другого диапазона) при переходе из одной ИСО к другой. Аберрация проявляется в видимом смещении объекта при относительном движении наблюдателя и этого объекта. Для большей точности можно называть это явление астрономической аберрацией, чтобы не возникало путаницы с аберрацией оптических систем, которая не имеет отношения к курсу СТО.

В нашем курсе речь об аберрации уже шла в [п. 1.2](#) в связи с обзором опытов по измерению скорости света. Еще раз подчеркнем, что с точки зрения логики изложения СТО астрономическая аберрация, с одной стороны, относится к экспериментальным основаниям СТО (как с точки зрения измерения скорости света на основе приближенных формул, так и с точки зрения демонстрации противоречий теории эфира), а с другой стороны – к эффектам, которые математически строго объясняются следствиями из преобразований Лоренца.

Для теоретического объяснения астрономической аберрации все предварительные рассуждения, начинающиеся с абзаца перед формулой [\(3.3.44\)](#) и заканчивающиеся системой [\(3.3.47\)](#), остаются в силе. Но теперь нам требуется найти  $\cos \alpha$  как функцию от  $\alpha'$  и  $\beta$ , для чего требуется исключить отношение  $\omega'/\omega$  из системы [\(3.3.47\)](#). В результате (см. [задачу 3.15](#)) получаем:

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha' + \beta}{1 + \beta \cos \alpha'}. \quad (3.3.62)$$

У формулы [\(3.3.62\)](#), как и у формулы [\(3.3.48\)](#), есть 2 важных частных случая:

1)  $\cos \alpha = \pm 1$ , т.е.  $\alpha = 0$  или  $\alpha = \pi$ , что соответствует **продольной аберрации**;



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 127 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

в этом случае (3.3.62) принимает вид:

$$\cos \alpha' = \cos \alpha = \pm 1. \quad (3.3.63)$$

Т.е. получается, что в продольном направлении абберация отсутствует, поскольку  $\alpha = \alpha'$ , т.е. разницы между углами нет.

2)  $\cos \alpha = 0$ , т.е.  $\alpha = \pi/2$ , что соответствует **поперечной абберации**; в этом случае (3.3.62) принимает вид:

$$\cos \alpha' = -\beta. \quad (3.3.64)$$

Таким образом, разность между  $\alpha$  и  $\alpha'$  максимальна, т.е. поперечная абберация максимальна и является эффектом первого порядка по  $\beta$ .

Отметим также, что все сказанное про абберацию относится к движущимся (относительно наблюдателя) источникам света, геометрическими размерами которых можно пренебречь. Если же угловые размеры движущегося источника света конечны и свет от разных его точек достигает наблюдателя за разное время, то с точки зрения наблюдателя это приводит к дополнительным искажениям наблюдаемой геометрической формы объекта. Абберация такого типа называется абберацией Риндлера–Вайскопфа. В. Риндлер и В. Вайскопф подробно исследовали этот вопрос в 1977 г., т.е. спустя несколько десятилетий после создания СТО.

Отметим в связи с этим, что при учете данного эффекта следует очень внимательно анализировать примеры, которые приводятся в учебной литературе для иллюстрации относительности одновременности (см. также п. 1.3). Особенно это касается примеров, связанных с ударами молнии в противоположные концы движущегося железнодорожного вагона, когда неподвижный наблюдатель находится на определенном расстоянии от полотна железной дороги. В некоторых литературных источниках (особенно изданных до выхода в свет указанных публикаций Риндлера и Вайскопфа) соответствующие рассуждения, не учитывающие абберацию такого типа, следует признать не вполне корректными.



Начало

Содержание



Страница 128 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## Тема 4. Релятивистская динамика

### 4.1. Релятивистская инвариантность законов природы. Уравнение движения в четырехмерной форме. Трехмерное релятивистское уравнение движения

Преобразования Лоренца – это математическое выражение постулатов СТО. Они показывают, каким образом связаны координаты и время в различных ИСО. Принцип относительности Эйнштейна утверждает, что все физические явления одинаковым образом протекают во всех ИСО. Этот принцип отличается от принципа относительности Галилея тем, что распространяется на более широкий класс явлений (Галилей имел в виду лишь механические явления). Поэтому и любые законы природы (не только относящиеся к классической механике) должны одинаково формулироваться во всех ИСО.

Исходя из этого, можно сформулировать принцип относительности Эйнштейна следующим образом. Законы природы должны быть инвариантны относительно преобразований Лоренца (аналогично тому, как законы классической механики должны быть инвариантны относительно преобразований Галилея). Действительно, если бы это не выполнялось, т.е. какой-то закон не был бы инвариантен относительно преобразований Лоренца, то он по-разному формулировался бы в разных ИСО, а это противоречит равноправию всех ИСО.

Отсюда следует важный вывод. Если не удастся доказать инвариантность закона природы относительно преобразований Лоренца, то возможны 2 варианта: а) данный закон справедлив лишь при определенных условиях и с определенной точностью; б) данный закон не справедлив вовсе.

Аналогичный вывод можно сделать и по отношению к любой физической теории.

В математическом отношении физическое требование инвариантности законов природы относительно преобразований Лоренца приводит к тому, что эти законы должны иметь одинаковый вид во всех ИСО. А это означает, что



Начало

Содержание



Страница 129 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



уравнения, выражающие эти законы, должны быть ковариантными относительно преобразований Лоренца. Т.е. если уравнения, выражающие тот или иной закон природы, удалось записать в ковариантном виде, то можно с уверенностью утверждать, что они описывают релятивистски-инвариантный закон природы. Проверка уравнений на ковариантность часто представляет собой сложную задачу, поэтому в теоретической физике обычно стремятся сразу записывать уравнения в ковариантном виде. Соответствующим математическим аппаратом является тензорный аппарат в 4-мерном пространстве (точнее, пространстве-времени). Одним из вариантов такого пространства является пространство-время Минковского, рассмотренное в п. 3.2.

Действительно, если в какой-либо ИСО удалось записать некоторое уравнение в тензорном виде, то оно будет иметь такой же вид во всех ИСО. Покажем это.

Пусть имеется уравнение

$$T_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n} = 0, \quad (4.1.1)$$

где  $T$  – тензор  $n$ -го ранга. Домножим (4.1.1) на  $\prod_{i=1}^n L_{\alpha_i, \alpha'_i}$ , где  $L_{\alpha_i, \alpha'_i}$  – матрицы Лоренца. В результате получим:

$$\left( \prod_{i=1}^n L_{\alpha_i \alpha'_i} \right) T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n} = 0. \quad (4.1.2)$$

С учетом закона преобразования тензоров, сформулированного в п. 3.2, получаем:

$$T_{\alpha'_1 \alpha'_2 \dots \alpha'_n} = 0. \quad (4.1.3)$$

Уравнение (4.1.3) по внешнему виду в точности совпадает с (4.1.1) с той разницей, что нештрихованные индексы заменены на штрихованные. С математической точки зрения это не имеет никакого значения, а с физическо-й точки зрения это означает, что уравнения (4.1.1) и (4.1.3) записаны, вообще говоря, для разных ИСО.

Начало

Содержание



Страница 130 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

В качестве примера рассмотрим 2-й закон Ньютона. В классической динамике он имеет вид:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \vec{p} = m_0\vec{v}, m_0 = const. \quad (4.1.4)$$

При попытке распространить этот закон в релятивистскую область оказывается, что он уже не соответствует точному закону природы. Соответствующие комментарии приведены в таблице 4.1.1.

Таблица 4.1.1 – Классическая формулировка 2-го закона Ньютона в нерелятивистском и релятивистском случаях

Случай	Нерелятивистский	Релятивистский
Является ли формула (4.1.4) точной	да	нет
Можно ли сказать, что формула (4.1.4) выражает точный закон природы	нет, потому что область ее применимости ограничена малыми скоростями	нет, потому что она уже сама по себе не является точной
Инвариантность относительно	преобразований Галилея – есть	преобразований Лоренца – отсутствует
Кроме того, если действовать силой $\vec{F}$ неограниченно долго, то, согласно (4.1.4), можно разогнать тело до $ \vec{v}  \rightarrow \infty$	и это не противоречит классической механике, т.к. ограничение на скорости тел не вводится	а это противоречит следствию из 2-го постулата СТО, поскольку в любой ИСО должно быть $ \vec{v}  \leq c$

Таким образом, вместо уравнения (4.1.4) в релятивистском случае необходимо использовать другое уравнение. В нашем курсе примем (в качестве постулата), что



Начало

Содержание



Страница 131 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

таким уравнением является 4-мерное уравнение следующего вида:

$$\frac{dp_\mu}{d\tau} = F_\mu, \quad (4.1.5)$$

где

$$p_\mu = m_0 u_\mu = \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \frac{im_0 c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \quad (4.1.6)$$

– четырехмерный импульс, а

$$d\tau = \sqrt{1 - \beta^2} dt \quad (4.1.7)$$

– дифференциал собственного времени.

Для удобства вывода дальнейших формул можно предположить, что материальная точка с массой  $m_0$  является заряженной частицей с зарядом  $e$ . Тогда в качестве силы  $F_\mu$  можно взять четырехмерную силу Лоренца, выражение для которой было получено в п. 3.3:

$$F_\mu = \left( \frac{e \left( \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] / c \right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \frac{ie\vec{v} \cdot \vec{E}}{c\sqrt{1 - \beta^2}} \right). \quad (4.1.8)$$

Следовательно, с учетом (4.1.6) – (4.1.8) уравнение (4.1.5) распадается на 2 уравнения:

$$\frac{d}{dt\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \frac{e \left( \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] / c \right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (4.1.9)$$

$$\frac{d}{dt\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \frac{im_0 c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \frac{ie\vec{v} \cdot \vec{E}}{c\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.1.10)$$



Начало

Содержание



Страница 132 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Упрощая уравнение (4.1.9), получаем

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{F}_L, \quad (4.1.11)$$

где

$$\vec{F}_L = e \left( \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] / c \right) \quad (4.1.12)$$

– обычная трехмерная сила Лоренца.

Если вместо  $\vec{F}_L$  взять произвольную силу  $\vec{F}$ , то вместо (4.1.11) получим трехмерное релятивистское уравнение движения в общем виде:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{F}. \quad (4.1.13)$$

Сравнивая (4.1.13) с (4.1.4) (или анализируя трехмерную часть релятивистского импульса (4.1.6)), можно сделать вывод, что масса должна зависеть от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (4.1.14)$$

и тогда

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (4.1.15)$$

Вместе с тем, существует иная точка зрения, которая сводится к тому, что формуле (4.1.14) не следует придавать глубокий физический смысл. Это можно обосновать, по крайней мере, тем обстоятельством, что при дифференцировании левой части (4.1.13) по времени мы не сможем получить произведение массы (4.1.14) на ускорение:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \neq \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (4.1.16)$$



Начало

Содержание



Страница 133 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таким образом, величина (4.1.14) не сохраняет такого важнейшего свойства классической массы, как мера инертности. Поэтому она и не может использоваться во 2-м законе Ньютона в школьной форме записи, т.к.

$$\vec{F} \neq m\vec{a}. \quad (4.1.17)$$

Можно, однако, показать (см. задачу 4.7), что это свойства сохраняет так называемая тензорная масса

$$\mu = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{c^2(1 - \beta^2)} \begin{pmatrix} v_x^2 & v_x v_y & v_x v_z \\ v_y v_x & v_y^2 & v_y v_z \\ v_z v_x & v_z v_y & v_z^2 \end{pmatrix} \right), \quad (4.1.18)$$

где  $v_x, v_y, v_z$  – составляющие скорости вдоль соответствующих координатных осей. Таким образом, выполняется соотношение

$$\vec{F} = \mu\vec{a}. \quad (4.1.19)$$

Более подробное обсуждение этого вопроса вынесено также в Приложение 4.1.1 и в Приложения к п. 4.2.

Теперь займемся анализом уравнения (4.1.10). После несложных преобразований получаем:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{v} \cdot e\vec{E}. \quad (4.1.20)$$

Далее, в соответствии со свойствами смешанного произведения векторов можно показать, что

$$\vec{v} \cdot [\vec{v}, \vec{B}] = 0. \quad (4.1.21)$$



Начало

Содержание



Страница 134 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Следовательно, значения правой и левой частей уравнения (4.1.20) не изменятся, если к правой части (4.1.20) добавить умноженную на  $e/c$  левую часть (4.1.21), а к левой части (4.1.20) добавить правую часть (4.1.21). В результате получаем:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{v} \cdot \left( e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{B}] \right). \quad (4.1.22)$$

С учетом (??) можно переписать (4.1.22) в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{v} \cdot \vec{F}_L. \quad (4.1.23)$$

Из механики известно, что произведение силы на скорость равна мощности, которая, в свою очередь, связана с изменением энергии в единицу времени:

$$\vec{v} \cdot \vec{F}_L = \frac{dE}{dt}. \quad (4.1.24)$$

Сопоставляя (4.1.23) и (4.1.24), получаем формулу для полной энергии тела:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.1.25)$$

Эту формулу принято называть формулой Эйнштейна.

Для лучшего усвоения содержания данного параграфа можно выделить основные этапы в его изложении. 1. Сущность релятивистской инвариантности законов природы и ее отличие от нерелятивистской инвариантности. 2. Неинвариантность классической формулировки 2-го закона Ньютона относительно преобразований Лоренца. 3. Введение четырехмерного релятивистского уравнения движения и его разделение на 2 уравнения – с



Начало

Содержание



Страница 135 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

3-мерными и 4-ми компонентами импульса и обобщенной силы Лоренца. 4. Получение трехмерного релятивистского уравнения движения и обсуждение вопроса зависимости массы от скорости и вопроса о тензорной массе. 5. Преобразования уравнения, составленного для четвертых компонент импульса и обобщенной силы Лоренца, и получение формулы Эйнштейна.

Пункты 4 и 5 можно также сравнить в виде таблицы 4.1.2.

Таблица 4.1.2 – Следствия из уравнения (4.1.5)

Часть уравнения (4.1.5)	Составленная из пространственных компонент ( $\mu = 1, 2, 3$ )	Составленная из четвертых компонент ( $\mu = 4$ )
Если в качестве силы взять обобщенную силу Лоренца, то после преобразований	получается уравнение (4.1.9)	получается уравнение (4.1.10)
Следствия	трехмерное релятивистское уравнение движения, вопрос о тензорной массе и зависимости массы от скорости	формула Эйнштейна
Удается ли на последнем этапе вывода соответствующих формул заменить силу Лоренца на силу произвольной природы	да	нет



Начало

Содержание



Страница 136 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## 4.2. Релятивистская связь между массой и энергией, энергией и импульсом. Дефект массы и энергия связи

Релятивистское соотношение между массой и полной энергией какого-либо объекта можно получить и без использования формул для силы Лоренца и силы Минковского, т.е. без использования релятивистской электродинамики. В этом случае вопрос об электрическом заряде объекта не влияет на алгоритм вывода указанного соотношения. Отметим также, что существует метод получения выражений для релятивистского импульса и релятивистской полной энергии через функцию Лагранжа (такой метод используется в известном курсе теоретической физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица).

Пусть материальная точка движется в некоторой ИСО  $K$  так, что с точки зрения наблюдателя в этой ИСО она совершает перемещение  $d\vec{r}$  за время  $dt$ . Т.е. первым событием является нахождение материальной точки в позиции с пространственным радиус-вектором  $\vec{r}$  в момент времени  $t$ , а вторым событием является нахождение той же материальной точки в позиции с пространственным радиус-вектором  $\vec{r} + d\vec{r}$  в момент времени  $t + dt$ . При использовании пространства-времени Минковского соответствующее изменение четырехмерного радиус-вектора равно

$$dx_\mu = (d\vec{r}, icdt). \quad (4.2.1)$$

Сделаем следующие замечания относительно (4.2.1). 1. Промежуток времени в (4.2.1) умножен на скорость света в вакууме для того, чтобы размерность 4-й (временной) компоненты соответствовала длине и, таким образом, совпадала с размерностью трех пространственных компонент. 2. Для достижения цели, указанной в замечании 1, можно было бы использовать любую другую скорость, но для того, чтобы придать соотношению (4.2.1) универсальный характер, используется именно скорость света в вакууме, которая является одной из фундаментальных физических констант и в рамках СТО считается предельной скоростью передачи



Начало

Содержание



Страница 137 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

сигналов в природе. 3. Использование мнимой единицы в качестве множителя при составлении выражения для 4-й компоненты четырехмерного радиус-вектора является особенностью метрики 4-мерного пространства-времени Минковского.

Теперь умножим обе части (4.2.1) на  $m_0/dt_0$ , где  $m_0$  – скалярная инвариантная масса объекта,  $dt_0$  – промежуток времени между упомянутыми выше двумя событиями, прошедший в ИСО  $K'$  (относительно которой материальная точка покоится), т.е. «собственный промежуток времени» объекта. Учитывая соотношения для четырехмерной скорости  $dx_\mu/dt_0 = u_\mu$ , для трехмерной скорости  $d\vec{r}/dt = \vec{v}$ , для четырехмерного импульса  $m_0 u_\mu = p_\mu$  и для промежутков времени  $dt_0 = dt\sqrt{1 - \beta^2}$ , можно записать

$$p_\mu = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} (\vec{v}, ic). \quad (4.2.2)$$

В нерелятивистском пределе, т.е. при малых скоростях, когда  $\beta \rightarrow 1$ , 3 пространственные компоненты в (4.2.2) совпадают с классическим выражением для импульса  $\vec{p} = m_0\vec{v}$ , что позволяет ввести релятивистское выражение для импульса, уже полученное в предыдущем параграфе

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.2.3)$$

Работа, совершаемая над произвольной силой  $\vec{F}$  по перемещению материальной точки на расстояние  $d\vec{r}$ , равна

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (4.2.4)$$

С учетом второго закона Ньютона

$$\vec{F} = d\vec{p}/dt, \quad (4.2.5)$$

а также соотношения

$$d\vec{r} = \vec{v}dt, \quad (4.2.6)$$



Начало

Содержание



Страница 138 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

можно переписать (4.2.4) следующим образом:

$$\delta A = \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \vec{v} \cdot d\vec{p}. \quad (4.2.7)$$

Отметим, что в данном подходе выполнимость (4.2.5) в релятивистском случае постулируется точно так же, как в предыдущем параграфе было постулировано четырехмерное релятивистское уравнение движения.

Подставляя (4.2.3) в (4.2.7) и учитывая, что  $\vec{v} \cdot d\vec{v} = v dv$ , можно получить, что

$$\delta A = \frac{m_0 v dv}{(1 - \beta^2)^{3/2}}. \quad (4.2.8)$$

Вместе с тем, путем несложных преобразований можно убедиться в том, что

$$d \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \frac{m_0 v dv}{(1 - \beta^2)^{3/2}}. \quad (4.2.9)$$

Сравнивая правые части (4.2.8) и (4.2.9), а также учитывая, что совершенная работа равна изменению энергии, окончательно получаем формулу, отражающую взаимосвязь между массой и полной энергией:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.2.10)$$

Формулу (4.2.10) нередко записывают в виде

$$E = mc^2, m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.2.11)$$

Следует отметить, в учебно-методической литературе уже не первое десятилетие ведутся споры о том, как интерпретировать соотношение между величинами  $m$  и  $m_0$



Начало

Содержание



Страница 139 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

в (4.2.11). Сторонники использования в релятивистской физике только скалярной инвариантной массы  $m_0$  считают, что приведенное в (4.2.11) соотношение можно рассматривать лишь как удобное переобозначение, которому не следует придавать глубокий физический смысл. Есть, однако, и другая точка зрения, которая сводится к тому, что соотношение (4.2.11) между  $m$  и  $m_0$  имеет глубокий физический смысл, поэтому массу  $m_0$  следует называть массой покоя, а массу  $m$  – полной релятивистской массой. Более подробное обсуждение этого вопроса вынесено в [Приложения 4.2.1](#), [4.2.2](#), [4.2.3](#).

Для покоящегося объекта из (4.2.10) и (4.2.11) следует, что

$$E_0 = m_0 c^2. \quad (4.2.12a)$$

При этом величину  $E_0$  называют энергией покоя частицы.

Сопоставляя формулы (4.2.3) и (4.2.10), после несложных преобразований можно получить релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом:

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4. \quad (4.2.12)$$

Формула (4.2.12) иногда называется уравнением массовой поверхности. Это краткое обобщенное название обусловлено следующими причинами. При одномерном движении (когда используется только 1 компонента импульса) уравнению (4.2.12) соответствует кривая на плоскости  $(p_x, E)$ , при движении в какой-либо плоскости (когда используется 2 компоненты импульса) ему соответствует поверхность в трехмерном пространстве  $(p_x, p_y, E)$ , а в самом общем случае (когда используются все 3 компоненты импульса) ему соответствует гиперповерхность в четырехмерном пространстве  $(p_x, p_y, p_z, E)$ . Поверхность называется массовой, поскольку ее параметр, стоящий в правой части уравнения, связан с массой объекта.

Уравнение массовой поверхности (4.2.12) широко используется в физике элементарных частиц, поскольку для многих нестабильных частиц на нем нередко



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 140 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

основан единственный способ определения массы. В связи с этим специалисты в области физики элементарных частиц (физики высоких энергий) предлагают использовать уравнение (4.2.12) в качестве определения массы в СТО. О преимуществах и недостатках этого подхода подробнее рассмотрены в **Приложении 4.2.4**.

Для частиц, у которых равна нулю масса  $m_0$  (например, для фотонов), из (4.2.12) получается соотношение (в том числе с учетом зависимости энергии фотона от частоты  $\omega$ )

$$p = E/c = \hbar\omega/c. \quad (4.2.13)$$

Кинетическая энергия материальной точки в релятивистской механике определяется по формуле

$$E_K = E - m_0c^2. \quad (4.2.14)$$

Полагая, что полная энергия положительна, из (4.2.14) и (4.2.12) получаем:

$$E_K = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2. \quad (4.2.15)$$

С другой стороны, из (4.2.14) и (4.2.10) получаем:

$$E_K = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right). \quad (4.2.16)$$

В нерелятивистском пределе, когда  $\beta \ll 1$ , можно выполнить приближенное разложение

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2. \quad (4.2.17)$$

Подставляя (4.2.17) в (4.2.16), получаем:

$$E_K \approx m_0c^2 \left( 1 + \frac{1}{2}\beta^2 - 1 \right) = \frac{m_0c^2\beta^2}{2} = \frac{m_0v^2}{2}. \quad (4.2.18)$$



Начало

Содержание



Страница 141 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Результат (4.2.18) совпадает с классической нерелятивистской формулой для кинетической энергии.

Если изменение массы вследствие наличия у объекта скорости (и, следовательно, кинетической энергии) является предметом дискуссий (см. абзац после формулы (4.2.12)), то изменение массы какой-либо системы вследствие потенциальной энергии взаимодействия отдельных частей системы между собой интерпретируется вполне однозначно и называется дефектом массы. Более подробное обсуждение этого вопроса вынесено в Приложение 4.2.5.

Рассмотрим следующий поясняющий пример. Пусть частицы 1 и 2 с массами покоя  $m_{01}$  и  $m_{02}$  вступили в реакцию с образованием новой частицы с массой покоя  $m_0$ . Если кинетическими энергиями частиц пренебречь, то в соответствии с (4.2.12) можно записать

$$E_0 = E_{01} + E_{02} + \Delta E_{\text{вз}} \quad (4.2.19)$$

или

$$m_0 c^2 = m_{01} c^2 + m_{02} c^2 + \Delta E_{\text{вз}}, \quad (4.2.20)$$

где  $\Delta E_{\text{вз}}$  – энергия взаимодействия частиц 1 и 2. Если частицы 1 и 2 притягиваются, то  $\Delta E_{\text{вз}} < 0$ , и тогда для разделения составной частицы требуется совершение некоторой работы  $A$ , которая равна энергии взаимодействия с противоположным знаком, т.е.

$$A = -\Delta E_{\text{вз}}. \quad (4.2.21)$$

Для совершения работы необходимо затратить энергию. В данном случае эта энергия называется энергией связи  $\Delta E_{\text{св}}$ , поэтому

$$\Delta E_{\text{вз}} = -\Delta E_{\text{св}}. \quad (4.2.22)$$

Подставляя правую часть (4.2.22) в правую часть (4.2.20), разделим обе части на  $c^2$ , в результате чего получим:

$$m_0 = m_{01} + m_{02} - \Delta m, \quad (4.2.23)$$



Начало

Содержание



Страница 142 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

где

$$\Delta m = \Delta E_{св}/c^2. \quad (4.2.24)$$

Величина  $\Delta m$  называется дефектом массы и имеет глубокий физический смысл, поскольку обусловлена проявлением потенциальной энергии с точки зрения формулы (4.2.12). Как видно из (4.2.23), дефект массы равен разности между суммой масс покоя частиц (подсистем), входящих в составную частицу (систему), и массой покоя самой частицы (системы). Если он положителен (т.е. масса покоя составной частицы меньше суммы масс покоя исходных частиц), то частица устойчива (стабильна); если он отрицателен, то частица неустойчива по отношению к распаду на частицы 1 и 2. Здесь, однако, следует отметить, что указанные условия, вообще говоря, могут оказаться недостаточными для возможности протекания указанных реакций, поскольку здесь необходимо выполнение ряда дополнительных условий (законов сохранения различных квантовых чисел), которые изучаются в курсе физики атомного ядра и элементарных частиц.

В наибольшей степени дефект массы проявляется в физике атомного ядра и элементарных частиц. Важнейшие примеры рассмотрены в таблице 4.2.1 (разумеется, указанными примерами физика атомного ядра и элементарных частиц не исчерпывается).



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 143 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

Таблица 4.2.1 – Примеры ядерных реакций с точки зрения знака дефекта массы

Тип реакции		I. Образование составной частицы из двух исходных	II. Превращение исходной частицы в две (и более) частицы
Дефект массы отрицателен (составная частица более тяжелая)	Пример	образование дельта-резонансов в пионнуклонных столкновениях	спонтанный распад ядра на более легкие ядра
	Примечание	пионы и нуклоны должны иметь кинетическую энергию не ниже минимальной (пороговой)	выделяемая энергия называется ядерной
Дефект массы положителен (составная частица более легкая)	Пример	слияние двух легких ядер в более массивное	расщепление дейтрона на нейтрон и протон
	Примечание	выделяемая энергия называется термоядерной	спонтанное превращение такого вида невозможно, поэтому недостающую энергию дейтрон получает, например, от поглощаемого им гамма-кванта: $d + \gamma \rightarrow p + n$



Начало

Содержание



Страница 144 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

### 4.3. Законы сохранения энергии и импульса в СТО. Экспериментальные подтверждения следствий СТО.

В релятивистской динамике, как и в классической динамике Ньютона, остаются справедливыми закон сохранения импульса и закон сохранения энергии. Предположим, исследуется взаимодействие  $N$  объектов, которые пронумерованы с использованием индекса  $j$ . Если обозначить индексом «i» начальное состояние (от слова «initial» – начальный), а индексом «f» –конечное состояние (от слова «final» – конечный), то для закона сохранения импульса можно записать:

$$\sum_{j=1}^N \vec{p}_j^{(i)} = \sum_{j=1}^N \vec{p}_j^{(f)}. \quad (4.3.1)$$

Аналогично для закона сохранения энергии можно записать:

$$\sum_{j=1}^N E_j^{(i)} = \sum_{j=1}^N E_j^{(f)}. \quad (4.3.2)$$

Но по сравнению с классической динамикой здесь можно сделать, по крайней мере, такие замечания. 1. В релятивистской динамике указанные законы применимы не только для вещества, но и излучения, в том числе при их взаимных превращениях. 2. Обычно в релятивистской динамике нередко используется следующий математический прием. три компоненты вектора импульса и полная энергия объединяются в четырехмерный вектор энергии-импульса.

В последнем случае энергию необходимо разделить на скорость света в вакууме для согласования размерностей (если не используется система единиц, в которой скорость света в вакууме полагается равной единице), поскольку как в СИ, так и в СГС единицы измерения импульса отличны от единиц измерения энергии. Кроме того, в зависимости от выбранной метрики пространства могут появляться



Начало

Содержание



Страница 145 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

некоторые другие особенности. Так, в случае пространства-времени Минковского 4-я компонента четырехмерного импульса умножается на мнимую единицу. В результате для импульса отдельного объекта получаем

$$p_\mu = (p_x, p_y, p_z, iE/c). \quad (4.3.3)$$

Индекс  $\mu$  в учебной и научной литературе обычно пробегает значения от 1 до 4 или от 0 до 3. Тогда с учетом (4.3.3) можно переписать (4.3.1) и (4.3.2) следующим образом:

$$\sum_{j=1}^N p_{\mu j}^{(i)} = \sum_{j=1}^N p_{\mu j}^{(f)}. \quad (4.3.4)$$

Подобно тому, как четырехмерному радиус-вектору  $x_\mu = (\vec{r}, ict)$  соответствует инвариант – четырехмерный интервал  $S^2 = x_\mu^2 = (\Delta\vec{r})^2 - c^2 (\Delta t)^2$ , четырехмерному вектору энергии-импульса соответствует инвариант

$$p_\mu^2 = \vec{p}^2 - (E/c)^2 = -m_0^2 c^2. \quad (4.3.5)$$

Перейдем к вопросу об экспериментальном подтверждении следствий СТО. В качестве основных примеров можно привести следующие.

I. Различие между временем жизни покоящегося мюона и мюона, движущегося со скоростью, по порядку величины сравнимой со скоростью света в вакууме. II. Нелинейный характер зависимости радиуса траектории заданной частицы от скорости при заданном значении индукции магнитного поля, если скорость частицы по порядку величины сравнима со скоростью света в вакууме. III. Дефект массы в физике атомного ядра. IV. Эффект Доплера в астрономии. V. Аберрация света типа Брэдлея в астрономии.

Рассмотрим указанные эффекты подробнее.

I. Мюоны являются нестабильными частицами и наблюдаются: а) в лабораториях на Земле; б) в космических лучах.



Начало

Содержание



Страница 146 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

А. Скорости мюонов, получаемых в лаборатории, как правило, невелики по сравнению со скоростью света в вакууме, поэтому время жизни типичного мюона, полученного таким способом, близко к времени жизни покоящегося мюона, которое равно  $\tau_0 \approx 2,2 \cdot 10^{-6}$  с. В среднем в течение этого времени мюон распадается на другие частицы.

Б. С другой стороны, доказано, что мюоны, наблюдаемые у поверхности Земли, образуются в верхних слоях атмосферы в результате взаимодействия первичных космических лучей с частицами атмосферы. Скорость таких мюонов, в отличие от упомянутых в пункте А, чуть меньше скорости света в вакууме (такие скорости называются субсветовыми), и именно с такой скоростью они движутся к поверхности Земли, где регистрируются детекторами. За время, равное времени жизни мюонов в состоянии покоя, мюоны смогли бы пройти расстояние

$$l_0 \approx c\tau_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с} \approx 6,6 \cdot 10^2 \text{ м.} \quad (4.3.6)$$

Это расстояние значительно меньше толщины земной атмосферы, поэтому тот факт, что мюоны все-таки достигают земной поверхности, рождаясь в верхних слоях атмосферы, требует объяснения с привлечением релятивистских эффектов. Здесь возможны 2 варианта объяснения: 1) на основе эффекта замедления времени; 2) на основе эффекта сокращения длин.

1. В случае объяснения на основе эффекта замедления времени принимаем во внимание, что при движении мюонов с субсветовыми скоростями их время жизни в земной системе отсчета равно

$$\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \sim \left\{ \sqrt{1 - \beta^2} \sim 0,1 \right\} \sim 10\tau_0 \approx 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ с.} \quad (4.3.7)$$

За такое время мюоны могут пройти расстояние

$$l \approx c\tau \sim 10l_0 \approx 6,6 \cdot 10^3 \text{ м.} \quad (4.3.8)$$



Начало

Содержание



Страница 147 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

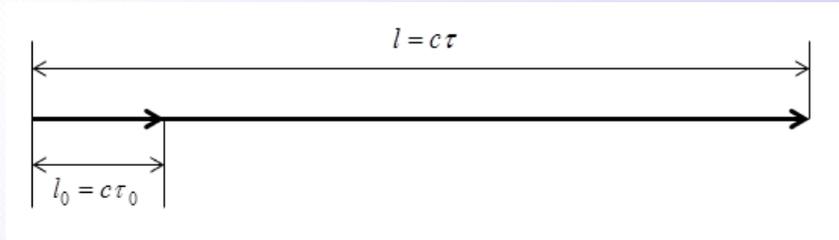


Рисунок 4.3.1: Соотношение между  $l$  и  $l_0$ .

Это расстояние уже сравнимо с толщиной земной атмосферы.

2. В случае объяснения на основе эффекта сокращения длин удобно перейти в систему отсчета, связанную с мюоном. Тогда принимаем во внимание, что в этой системе отсчета с субсветовой скоростью движется среда, окружающая мюон. Но тогда линейные размеры этой среды вдоль траектории движения мюона сокращаются, в результате чего длина становится равной

$$l_1 = l\sqrt{1 - \beta^2} \sim \left\{ \sqrt{1 - \beta^2} \sim 0, 1 \right\} \sim 0, 1l \approx l_0. \quad (4.3.9)$$

Это соответствует той длине, которая должна пройти мимо мюона с субсветовой скоростью за время его жизни в состоянии покоя (см. (4.3.6)). См. также рисунок 4.3.1.

**II.** Пусть заряженная частица движется в синхротроне (разновидность кольцевого ускорителя) по замкнутой траектории в магнитном поле. Введем обозначения:  $m$  – масса частицы,  $r$  – радиус траектории,  $B$  – индукция магнитного поля,  $v$  – скорость частицы,  $e$  – заряд частицы. Тогда приравнивая центростремительную силу

$$F_{цс} = mv^2/r \quad (4.3.10)$$



Начало

Содержание



Страница 148 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

к силе Лоренца

$$F_L = Bve/c, \quad (4.3.11)$$

получаем

$$r = \frac{m_0cv}{Be} = \frac{m_0c^2\beta}{Be}. \quad (4.3.12)$$

Таким образом, если масса частицы  $m$  постоянна, то при заданном значении индукции магнитного поля радиус траектории частицы должен быть прямо пропорционален скорости. При скоростях частицы, малых по сравнению со скоростью света, именно такая закономерность и наблюдается. Но при субсветовых скоростях частицы наблюдается отклонение от прямой пропорциональности. В этом случае вместо (4.3.11) эксперименту соответствует соотношение

$$r = \frac{m_0cv}{Be\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{m_0cv}{Be\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0c^2\beta}{Be\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\gamma m_0c^2\beta}{Be}. \quad (4.3.13)$$

Сравнивая (4.3.12) и (4.3.13), можно сделать вывод, что эти результаты являются подтверждением зависимости массы от скорости  $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$ . Многие специалисты в области физики и техники ускорителей элементарных частиц до сих пор придерживаются этой точки зрения. Вместе с тем, существует немало сторонников иной концепции, которая заключается в том, что масса должна быть скалярной и не зависеть от скорости. В этом случае можно просто констатировать, что при малых (по сравнению с субсветовыми) скоростях получаем, что  $\gamma \rightarrow 1$ , и тогда последний вариант записи соотношения (4.3.13) переходит в последний вариант записи соотношения (4.3.12). Кроме того, с учетом соотношения  $E = m_0c^2/\sqrt{1-\beta^2} = \gamma m_0c^2$ , можно выразить радиус траектории в (4.3.13) через энергию частицы:

$$r = \frac{E}{Be} \sqrt{1 - \frac{m_0^2c^4}{E^2}}. \quad (4.3.14)$$



Начало

Содержание



Страница 149 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

**III.** В ядерных реакциях можно измерить массу исходных и конечных ядер и найти соответствующую разность  $\Delta m$ , называемую дефектом массы. Можно также независимым образом измерить энергию  $\Delta E$ , поглощенную или выделившуюся в реакции. Оказывается, что  $\Delta m$  и  $\Delta E$  всегда связаны соотношением  $\Delta E = c^2 \Delta m$ . Здесь можно сделать 2 замечания.

1. Современная точность измерений позволяет проверять указанное соотношение и на уровне химических реакций. 2. Если считать, что скалярная масса может зависеть от скорости, то экспериментальная проверка указанного соотношения может считаться и экспериментальной проверкой соотношения  $E = mc^2$ ; если же считать, что скалярная масса от скорости не зависит, то утверждение о том, что проверка соотношения  $\Delta E = c^2 \Delta m$  автоматически является проверкой соотношения  $E = \gamma m_0 c^2$ , может считаться спорным.

**IV.** Эффект Доплера наиболее часто проявляется в астрономических наблюдениях, и в первую очередь: а) для звезд, вращающихся вокруг своей оси; б) для двойных звезд с относительно небольшим периодом обращения; в) для далеких Галактик и квазаров. Во всех трех случаях, как правило, эталонные спектры (и их комбинации) тех или иных химических элементов, измеренные в лабораторных условиях на Земле, сравниваются со спектрами, наблюдаемыми при изучении указанных астрофизических объектов.

А. К примеру, вращение Солнца вокруг своей оси приводит к тому, что спектральные линии, наблюдаемые у противоположных краев Солнца, смещаются по сравнению с эталонными в сторону увеличения частоты (если точки поверхности Солнца приближаются к наблюдателю) или уменьшения (в случае удаления), что позволяет измерить скорость вращения Солнца. См. также рисунок 4.3.2.

Б. При вращении какой-либо звезды в двойной системе вокруг общего центра масс спектральные линии колеблются около положений, соответствующих лабораторному эталонному спектру от неподвижного источника, в соответствии с периодическим приближением и удалением звезды по отношению к земному или



Начало

Содержание



Страница 150 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

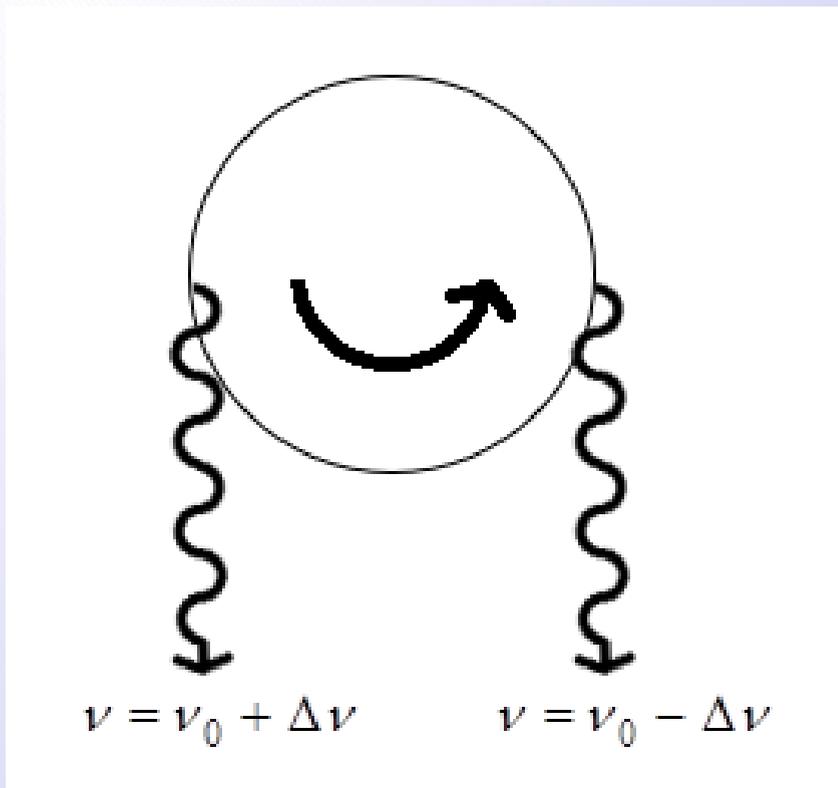


Рисунок 4.3.2: Различие частот фотонов, испущенных с противоположных краев вращающейся звезды.

Начало

Содержание



Страница 151 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

околоземному наблюдателю. Это позволяет измерить скорость и период обращения звезды (в том случае, если разрешающая способность телескопа недостаточна для визуального различения звезд, которое позволяет применять другие методы для определения скорости и периода обращения). Соответствующий рисунок аналогичен рисунку 4.3.2.

В. Что касается Галактик и квазаров, то сравнение их спектров с эталонными позволяет сделать вывод, что они, как правило, только удаляются от нас, т.е. частоты смещаются в сторону уменьшения. Это также позволяет измерить скорость удаления.

У. Абберация света типа Брэдлея проявляется в том, что движение Земли по орбите вокруг Солнца приводит к тому, что звезды на небосводе описывают эллипсы (неразличимые невооруженным глазом) в течение года.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 152 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)



# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1.1.1. Объект, предмет и методы исследования специальной теории относительности

Содержание вопроса можно отобразить в виде сравнительной таблицы (см. ниже).

Таблица 1.1.1a – Объект, предмет и методы исследования СТО в сравнении с другими разделами физики

Категория	Разновидности в физике	Примеры дисциплин	Особенности для СТО
1.1. Объект исследования (ОИ) с точки зрения масштабов	микроскопические и макроскопические объекты (возможно отдельное рассмотрение мегаобъектов)	физика микромира	возможны задачи для всех видов ОИ, в том числе в сочетании с методами квантовой физики (см. Приложение 1.1.6)

Начало

Содержание



Страница 153 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



1.2. ОИ с точки зрения двух видов материи	вещество и поле	теория поля	возможны задачи для обоих видов ОИ, в том числе в сочетании с методами квантовой физики (см. Приложение 1.1.6)
1.3. Конкретные виды ОИ	звезды, макроскопические тела в земных масштабах, молекулы, атомы, атомные ядра и элементарные частицы	физика атома, атомного ядра, элементарных частиц	возможны задачи для всех видов ОИ, в том числе в сочетании с методами квантовой физики (см. Приложение 1.1.6)
2. Предмет исследования	движение (во всевозможных формах), собственные характеристики ОИ, законы сохранения и преобразования	механика (движение), термодинамика (термодинамические свойства ОИ)	в СТО это (преимущественно) универсальные пространственно-временные свойства физических процессов, происходящих с ОИ

Начало

Содержание



Страница 154 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

3.1. Методы исследования (МИ) с точки зрения теории и эксперимента	теоретические и экспериментальные	теоретическая и экспериментальная физика	в СТО есть как теоретическая, так и экспериментальная составляющая
3.2. Теоретические МИ с точки зрения их математической сложности	на уровне алгебраических уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ), ДУ в частных производных	общая, теоретическая и математическая физика	в вузовском курсе СТО сложность решаемых задач, как правило, не превышает уровень теоретической физики



*Начало*

*Содержание*



*Страница 155 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

## Приложение 1.1.2 О ВОЗМОЖНЫХ ФОРМУЛИРОВКАХ ПОНЯТИЯ «РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭФФЕКТ»

При изучении основ специальной теории относительности (СТО) не всегда легко дать четкий ответ на вопрос о том, что такое релятивистский эффект (РЭ). Это отчасти может быть связано с тем, что определения этого понятия, предлагаемые в учебной и научной литературе, не являются абсолютно одинаковыми (а некоторые авторы вообще избегают прямых формулировок). Целесообразно провести сравнительный анализ некоторых формулировок в виде таблиц, представленных ниже.

Таблица 1.1.2а – Сравнительный анализ некоторых феноменологических формулировок понятия «релятивистский эффект»

Формулировка: «РЭ – это эффект, ...»	Критические замечания
1.1. «...происходящий при скоростях $v$ , сравнимых со скоростью света в вакууме, для объектов с отличной от нуля массой покоя $m_0$ »	есть эффекты, которые считаются релятивистскими (см. таблицу 1.1.2в), но не соответствуют этому определению, в силу хотя бы одного из следующих обстоятельств: а) отношение $v/c$ мало или вообще равно нулю; б) $m_0 = 0$
1.2. «...зависящий от степеней отношения $v/c$ независимо от того, сравнимо $v/c$ с единицей или нет»	есть релятивистские эффекты, не соответствующие этому определению, так как объект покоится (см. таблицу 1.1.2в)



Начало

Содержание



Страница 156 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

1.3. «... при котором потенциальная или кинетическая энергия объекта сравнима с его энергией покоя»

есть релятивистские эффекты, не соответствующие этому определению, так как энергия покоя равна нулю (см. таблицу 1.1.2в)

1.4. «... для которого в пределах требуемой точности измерений выполняется, по крайней мере, одно из условий: а) если  $v$  – скорость объекта или источника света, а  $c$  – скорость света в вакууме, то отношение  $v/c$  больше максимального значения, которым еще можно пренебречь; б) отношение потенциальной энергии объекта к его энергии покоя по абсолютной величине больше максимального значения, которым еще можно пренебречь»

нельзя сказать, что эта формулировка неверная, но есть мнение, что она слишком громоздкая



Начало

Содержание



Страница 157 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.1.26 – Сравнительный анализ некоторых нефеноменологических формулировок понятия «релятивистский эффект»

Формулировка: «РЭ – это эффект, ...»	Критические замечания
2.1. «... который является предметом изучения СТО или общей теории относительности либо для объяснения которого используются результаты этих теорий»	нельзя сказать, что эта формулировка неверная, но: 1) есть мнение, что она похожа на тавтологию; 2) в данной формулировке нет феноменологии; 3) есть эффекты, относящиеся к релятивистским, но изучаемые, как правило, в других разделах физики (например, квантовые релятивистские эффекты) (см. таблицу 1.1.2в)
2.2. «... для теоретического объяснение которого необходимо использовать преобразования Лоренца или следствия из них»	1) сами преобразования Лоренца выводятся на основе постулатов СТО (т.е. формулировка может быть расценена как тавтология, только замаскированная); 2) в данной формулировке нет феноменологии; 3) есть эффекты, для объяснения которых недостаточно одних только преобразований Лоренца (см. таблицу 1.1.2в)

Похожа на тавтологию также формулировка: *«релятивистский эффект – любой эффект, в котором проявляются отклонения от законов нерелятивистской физики»*. А если слово «нерелятивистской» заменить на «классической», то будет неверная формулировка, так как квантовые эффекты, не являясь классическими, могут не быть и релятивистскими.



Начало

Содержание



Страница 158 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 1.1.2в – Примеры релятивистских эффектов и их соответствия формулировкам из таблиц 1.1.2а и 1.1.2б

Пример эффекта	Определения, под которые эффект	
	подходит	не подходит
1. Дефект массы	1.3, 1.4, 2.1	1.1, 1.2, 2.2
2.1. Замедление времени при движении. 2.2. Сокращение длин	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1	
3.1. Эффект Доплера. 3.2. Аберрация света	1.2, 1.4, 2.1	1.1, 1.3
4. Спин-орбитальное взаимодействие (поправки к уровням энергии, пропорциональные степеням $v/c$ )	1.2, 1.4, 2.2	1.1 и 1.3 (т.к. отношение $v/c$ может быть малым), 2.1 (хотя это зависит и от составителей курса СТО)
5.1. Гравитационное красное смещение. 5.2. Замедление времени в гравитационном поле	1.3, 1.4, 2.1	1.1, 1.2, 2.2



Начало

Содержание



Страница 159 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

### Приложение 1.1.3. Основные подходы к изложению СТО

Перечислим следующие важные замечания.

1. В разных курсах СТО релятивистские формулы для импульса и полной энергии выводятся через: а) использование функции Лагранжа и действия (как в курсе Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица); б) постулирование 3-мерного релятивистского уравнения движения (как в нашем курсе); в) вывод 3-мерного релятивистского уравнения движения на основе экспериментальных данных (как в курсе А.Н. Матвеева). 2. В школьном курсе основ СТО излагается, в основном, релятивистская механика (это относится и к вузовскому курсу механики А. Н. Матвеева), и может возникнуть впечатление, что понятия «СТО» и «релятивистская механика» тождественны (это приводило даже к спорам в «Википедии» применительно к названиям отдельных статей). 3. В некоторых курсах СТО включаются вопросы, требующие знание квантовой физики (например, эффект Комптона или Вавилова–Черенкова), хотя СТО обычно изучается раньше. 4. Существует и релятивистская термодинамика, основанная на преобразованиях Лоренца для термодинамических величин (не путать с релятивистской статистической физикой). Она не получила широкого распространения в курсах СТО и встречается обычно в курсах термодинамики (и то далеко не всех), а не по СТО.

В связи с этим возможна дискуссия методического характера, отраженная в таблице 1.1.3а.



Начало

Содержание



Страница 160 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.1.3а – Целостный и раздельный подходы к изложению СТО

Подход	Целостный	Раздельный
Сущность	релятивистскую механику, электродинамику и, возможно, термодинамику изучать в рамках единого курса	релятивистскую механику, электродинамику и термодинамику изучать, соответственно, в курсе механики, электродинамики и термодинамики
Аргумент	единая математическая основа – преобразования Лоренца; демонстрация принципа относительности Эйнштейна	объект и предмет исследования в каждом случае практически один и тот же, изменения претерпевает лишь математический аппарат (т.к. другие скорости и энергии)
Контраргумент	почему механика, электродинамика и термодинамика изучаются отдельными курсами, а соответствующие релятивистские разделы – в рамках одной дисциплины?	учащимся труднее понять сущность принципа относительности Эйнштейна, т.к. нет демонстрации того, что физические явления <i>любой</i> природы протекают одинаково в разных инерциальных системах отсчета



Начало

Содержание



Страница 161 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

## Приложение 1.1.4. О СТРУКТУРЕ курса «основы СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ»

В связи с тем, что дискуссии методического характера, касающиеся преподавания основ специальной теории относительности (СТО) в школе и вузе, продолжаются и в настоящее время, представляется важным рассмотреть вопросы, связанные со структурой СТО, в виде таблиц (см. ниже).

Таблица 1.1.4а – Структура СТО с точки зрения формирования основных принципов и следствий из них (начальные темы)

Тема	Основные особенности для		Важные замечания
	Механики	Электродинамики	
1.1. Историческая справка	борьба с предрассудками, возникшими на базе механики Ньютона	борьба с предрассудками, возникшими на базе электродинамики Максвелла	тема длинная по сравнению с такими же темами в других разделах физики; не всегда выносится в курс истории физики; причина – как и в случае квантовой механики, надо сразу объяснить историю борьбы с предрассудками



Начало

Содержание



Страница 162 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



1.2. Основные принципы	в механике распространялись только на механические явления	в СТО уже распространяются на явления любой природы, в т.ч. на электромагнитные	требование релятивистской инвариантности является универсальным, но не единственным, т.к. есть еще, например, калибровочная инвариантность
1.3. Основное понятие – 4-мерный интервал $S$	в $S$ входят длина и разность моментов времени	в $S$ входит скорость света	в нерелятивистской механике длина и разность моментов времени рассматривались как независимые инварианты
2.1. Следствия из основных принципов	вывод преобразований Лоренца (ПЛ) для мировой точки	вывод ПЛ для электромагнитного поля (ЭМП)	ПЛ для ЭМП обычно выводятся не непосредственно из основных принципов, а из обобщения ПЛ на тензоры 2 ранга в рамках 4-мерного математического аппарата СТО

Начало

Содержание



Страница 163 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

2.2. Математический аппарат СТО	4-мерный: а) радиус-вектор; б) вектор энергии-импульса	4-мерный: а) тензор электромагнитного поля; б) вектор плотности тока и др.	обычно излагается в рамках релятивистской электродинамики после релятивистской кинематики, что не всегда выглядит логично с точки зрения последовательности изложения
---------------------------------	---	---	---

Таблица 1.1.46 – Структура СТО с точки зрения следствий из ПЛ (последующие темы)

Примеры в	Механике	Электродинамике
3.1. Релятивистские эффекты, предсказываемые как следствия из ПЛ	1) кинематические (замедление времени, сокращение длин, отклонение от классического закона сложения скоростей); 2) динамические (зависимость полной энергии от скорости не по классической формуле, массы от скорости); 3) дефект массы и энергия связи	1) максимум частоты синхротронного излучения; 2) эффект Доплера; 3) аберрация света



Начало

Содержание



Страница 164 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



<p>3.2. Экспериментальные наблюдения некоторых эффектов и следствий из них</p>	<p><i>примеры в макромире:</i> 3) энергия излучения звезд, выделяющаяся в ядерных реакциях; <i>примеры в микромире:</i> 1), 2) в ускорителях элементарных частиц и в космических лучах; 3) в физике атомного ядра</p>	<p><i>примеры в макромире:</i> 2), 3) в астрономии; <i>примеры в микромире:</i> 1) в ускорителях</p>
--	---	--

Таблица 1.1.4в – Методические замечания относительно некоторых эффектов

Эффекты	Замечания		
1. Зависимость массы от скорости	продолжаются споры методического характера относительно того, нужно ли вводить массу, зависящую от скорости		
2. Дефект массы	Можно рассматривать этот эффект как	а) связанный с уравнением Эйнштейна, где присутствует масса	б) проявление потенциальной энергии соответствующей природы
	А значит, имеющий отношение к	а) механике	б) релятивистской теории соответствующего поля

Начало

Содержание



Страница 165 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Приложение 1.1.5. О ВЗАИМОСВЯЗИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ С ДРУГИМИ РАЗДЕЛАМИ ФИЗИКИ

В связи с тем, что дискуссии методического характера, касающиеся преподавания основ специальной теории относительности (СТО) в школе и вузе, продолжаются и в настоящее время, представляется интересным рассмотреть вопросы, связанные с влиянием СТО на другие разделы физики, в виде таблиц (см. ниже). Под ИСО везде понимается инерциальная система отсчета.

Таблица 1.1.5а – Основные типы объектов, изучаемых в СТО

Типы объектов	Примеры вопросов, имеющих отношение к СТО	Разделы физики, с которыми связана СТО
Электромагнитные поля	преобразования полей при переходе от одной ИСО к другой	электродинамика
Элементарные частицы	1) кинематические релятивистские эффекты; 2) пороговая энергия реакций; 3) энергия, выделяемая при распаде; 4) зависимость полной энергии от скорости; 5) движение частиц во внешнем электромагнитном поле	физика элементарных частиц (хотя нахождение траектории во внешнем поле может быть предметом и механики, и электродинамики)
Атомные ядра	1) энергия связи; 2) лоренц-сжатие релятивистских ядер в реакциях; 3) зависимость полной энергии от скорости	1) физика атомного ядра; 2) релятивистская ядерная физика (РЯФ)



Начало

Содержание



Страница 166 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



Обычные макроскопические тела	1) кинематические релятивистские эффекты; 2) зависимость полной энергии от скорости	механика (хотя часто такие примеры похожи на научную фантастику)
Звезды	1) гравитационный дефект массы; 2) источники энергии звезд	астрофизика

По таблице 1.1.5а можно сделать следующие замечания.

1. Релятивистские кинематические и динамические эффекты, относящиеся к обычным макроскопическим телам, в настоящее время нередко похожи на научную фантастику просто в силу того, что инженерно-технические возможности пока еще не позволяют их наблюдать. 2. В РЯФ используются определенные результаты, полученные в рамках СТО; т.е. РЯФ базируется на СТО (и не только на СТО), но не наоборот.

Таблица 1.1.5б – Примеры связи отдельных вопросов, изучаемых в СТО, с фундаментальными взаимодействиями

Взаимодействие	Преобразования полей	Энергия связи и дефект массы
Сильное	такие примеры не рассматриваются, поскольку соответствующие поля не являются макроскопическими	1) в атомных ядрах; 2) источники энергии звезд

Начало

Содержание



Страница 167 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



Электромагнитное	преобразования Лоренца для электромагнитного поля	1) различие между удельной энергией связи для зеркальных изобарных ядер; 2) выделение электромагнитной энергии в звездах
Слабое	такие примеры не рассматриваются, поскольку соответствующие поля не являются макроскопическими	1) энергия, выделяемая при бета-распаде; 2) нейтринное излучение звезд
Гравитационное	это является предметом исследования общей теории относительности (ОТО)	гравитационный дефект массы у нейтронных звезд (хотя это можно отнести к ОТО)

По таблице 1.1.5б можно сделать следующие замечания.

1. Под преобразованиями полей понимаются преобразования Лоренца (а не калибровочные). 2. Различные преобразования полей, имеющих отношение к сильному и слабому взаимодействию, изучаются в рамках квантовой теории поля (КТП), при построении которой также учитываются определенные результаты, полученные в рамках СТО; т.е. КТП базируется на СТО (и не только на СТО), но не наоборот.

Начало

Содержание



Страница 168 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.1.5в – Взаимосвязь релятивистской динамики с квантовой механикой (КМ) и статистической физикой (СФ)

	1 частица	$N$ частиц ( $N \rightarrow \infty$ )
Нет квантовых эффектов	простейшая задача релятивистской динамики, выражение для энергии 1 релятивистской частицы	СФ релятивистских частиц с выражением для энергии 1 частицы, взятым из релятивистской механики ( <i>непосредственное влияние СТО</i> )
Учет квантовых эффектов	построение гамильтониана 1-частичного релятивистского волнового уравнения (РВУ) на основе выражения для энергии 1 частицы, взятого из релятивистской механики ( <i>непосредственное влияние СТО</i> )	СФ релятивистских частиц с выражением для энергии 1 частицы, взятым из решения 1-частичного РВУ ( <i>опосредованное влияние СТО</i> )

По таблице 1.1.5в можно сделать следующие замечания.

1. Аналогичную таблицу можно составить и для нерелятивистских примеров (с механикой Ньютона как «отправной точкой»). 2. Общие формулы для отдельных величин (например,  $\Omega$ -потенциала или полной энергии Ферми-газа), вычисляемых в рамках статистической физики, без учета конкретных выражений для 1-частичной энергии, могут выглядеть одинаково в нерелятивистском и релятивистском случаях и различаться после всех подстановок и вычислений. 3. Таким образом, СТО хотя и влияет на конечные выражения для величин, которые вычисляются в КМ и СФ (по сравнению с нерелятивистскими случаями), но не влияет на самые общие исходные принципы, используемые при построении этих разделов физики (хотя в отношении некоторых РВУ такое утверждение может показаться спорным), поэтому



Начало

Содержание



Страница 169 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

релятивистские пределы этих разделов физики обычно не принято считать частью СТО.

Таблица 1.1.5г – Различие между релятивистской термодинамикой и релятивистской статистической физикой

Релятивистская	Термодинамика	Статистическая физика
Объекты исследования	макроскопические термодинамические системы (МТДС)	МТДС
Предмет исследования	взаимосвязь между термодинамическими величинами (ТДВ) при переходе от одной ИСО к другой	ТДВ, характеризующие МТДС
Методы исследования	преобразования Лоренца для ТДВ при движении МТДС с релятивистскими скоростями	микроскопический подход с релятивистскими формулами для энергий частиц
В инерциальной системе отсчета (ИСО), в которой центр масс МТДС покоится, входящие в МТДС	могут быть как релятивистскими, так и нерелятивистскими (это не оказывает влияния на преобразования Лоренца для ТДВ при переходе к другой ИСО)	могут быть как релятивистскими, так и нерелятивистскими (хотя в последнем случае применение релятивистских формул является неоправданным математическим усложнением при расчете ТДВ)



Начало

Содержание



Страница 170 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Приложение 1.1.6. ПОДХОДЫ К КЛАССИФИКАЦИИ ЗАДАЧ, РЕШАЕМЫХ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ В КУРСЕ «ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ»

В связи с тем, что дискуссии методического характера, касающиеся преподавания основ специальной теории относительности (СТО) в школе и вузе, продолжаются и в настоящее время, представляется интересным рассмотреть вопросы, связанные с классификацией задач, решаемых на практических занятиях в рамках типичного вузовского курса СТО, в виде таблиц (см. ниже). В таблице 1.1.6а перечислены основные подходы, некоторые из них подробнее раскрыты в последующих таблицах.

Таблица 1.1.6а – Основные подходы к классификации задач, решаемых на практических занятиях в курсе СТО

Подход	Разновидности задач
По физическому содержанию	задачи релятивистской механики, электродинамики или термодинамики (с дополнительной тематической конкретизацией)
По типу конечного результата	задачи на нахождение значений неизвестных величин или на вывод (доказательство) отдельных формул
По рангу используемых тензоров	задачи скалярного, векторного или тензорного характера
По типу математических операций	задачи на взятие производных или интегралов либо на решение уравнений
По типу исследуемых объектов	задачи, относящиеся к полям, макроскопические телам, объектам микромира



Начало

Содержание



Страница 171 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



По типу фундаментальных взаимодействий	задачи, прямо или косвенно имеющие отношение к сильному, электромагнитному или слабому взаимодействиям
По количеству объектов в задаче	задачи с одной релятивистской частицей, с двумя или несколькими частицами

Таблица 1.1.6б – Связь задач СТО с вопросами фундаментальных взаимодействий

Взаимодействие	Задачи о движении частиц в полях, обусловленных такими взаимодействиями
Сильное	такие примеры не рассматриваются, поскольку соответствующие поля не являются макроскопическими
Слабое	
Электромагнитное	нахождение уравнений движения заряженных частиц в электромагнитных полях различной конфигурации

По таблице 1.1.6б можно сделать такие замечания. 1. О связи СТО с вопросами фундаментальных взаимодействий см. также в статье «О взаимосвязи специальной теории относительности с другими разделами физики» в данном сборнике. 2. Задачи о релятивистских частицах, движущихся в гравитационных полях, относятся к общей теории относительности, а не СТО.

[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 172 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

Таблица 1.1.6в – Предмет исследования в задачах СТО для различных типов объектов

Типы объектов	Энергия связи или распада, дефект массы	Законы сохранения в реакциях столкновения	Кинематика и динамика движения, сопутствующие эффекты
Элементарные частицы (ЭЧ)	1) энергия распада	1) пороговая энергия реакций; 2) импульсы, энергии, углы разлета частиц после реакции	1) время жизни в различных инерциальных системах отсчета; 2) взаимосвязь между энергией, импульсом, массой; 3) траектория движения в электромагнитных полях
Атомные ядра (АЯ)	1) энергия связи и дефект массы; 2) энергия распада	1) и 2) <i>как и у ЭЧ</i>	1) – 3) <i>как и у ЭЧ</i> ; 4) лоренц-сжатие релятивистских ядер



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 173 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)



<p>Обычные макроскопические тела</p>	<p><i>задачи такого типа не получили распространения; задачи для ядерных реакторов, как правило, сводятся к аналогичным задачам для АЯ</i></p>	<p><i>задачи такого типа не получили распространения;</i></p>	<p>1) замедление времени порядка наносекунд (по эксперименту Хафеле – Китинга 1971 года); 2) сокращение длин; 3) как и у ЭЧ. В настоящее время такие задачи пока похожи на научную фантастику</p>
<p>Астрофизические объекты</p>	<p>1) гравитационный дефект массы; 2) источники энергии звезд</p>	<p><i>задачи такого типа не получили распространения;</i></p>	<p><i>задачи такого типа не получили распространения (хотя они, в принципе, возможны для квазаров)</i></p>

Начало

Содержание



Страница 174 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.1.6г – Классификация задач, решаемых в СТО, по количеству объектов

Количество частиц	Разновидности задач	Примечания
1	движение свободной релятивистской частицы (тела) с сопутствующими эффектами кинематики и динамики	можно добавить внешнее электромагнитное поле
2 или несколько	1) законы сохранения энергии и импульса в реакциях; 2) расчет классических сечений	при вычислении классических сечений реакций матричные элементы вычислять не надо

По таблицам 1.1.6в и 1.1.6г можно сделать следующие замечания. 1. Релятивистские эффекты, рассматриваемые в задачах для макроскопических тел, хотя и возможны в принципе, но пока их надежно наблюдать затруднительно по причинам инженерно-технического характера (например, эффект замедления времени по порядку величины измеряется в наносекундах, что требует использования высокоточных приборов, которые, правда, на сегодняшний день уже существуют); что касается дефекта массы, то, с одной стороны, можно считать урановый стержень в ядерном реакторе иллюстрирующим примером макроскопического тела, но, с другой стороны, ядерные реакции протекают не одновременно со всеми ядрами урана, поэтому этот случай сводится к совокупности большого количества реакций с отдельными ядрами в макроскопическом объеме вещества. 2. В предельном переходе к очень большому числу частиц недостаточно методов одной лишь СТО, вместо которой уже используется релятивистская статистическая физика со своими типами задач.



Начало

Содержание



Страница 175 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Таблица 1.1.6д – Варианты задач на доказательство в курсе СТО

Доказательство	Примеры задач в механике	Примеры задач в электродинамике
Инвариантности	относительно преобразований Лоренца (ПЛ): 1) 4-мерного интервала; 2) квадрата 4-импульса	относительно ПЛ: 1) квадрата волнового вектора; 2) $\vec{E} \cdot \vec{B}$
Каких-либо соотношений	между энергией, импульсом и массой	1) для эффекта Доплера; 2) для аберрации света

Таблица 1.1.6е – Классификация задач по типу используемых математических операций

Тип операции	Примеры задач
Дифференцирование	вывод формул для: 1) сложения скоростей; 2) ускорения; 2) производной ускорения по времени
Интегрирование	нахождение: 1) уравнений движения частиц (в т. ч. во внешних полях); 2) сечений типа Резерфорда
Решение алгебраических и трансцендентных уравнений на нахождение неизвестных величин	по известным формулам для: 1) законов сохранения; 2) релятивистских эффектов (замедление времени, сокращение длин, дефект массы, эффект Доплера, аберрация света)
Построение векторных диаграмм	построение импульсных эллиптических диаграмм: 1) распада; 2) рассеяния



Начало

Содержание



Страница 176 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.1.6ж – Примеры задач СТО с тензорами разных размерностей (dim) и типов

dim	Тензоры 1 ранга	Тензоры 2 ранга
3	проверка инвариантности $\vec{E} \cdot \vec{B}$ относительно ПЛ	нахождение тензора массы в релятивистском уравнении $\vec{F} = m\vec{a}$
4	проверка инвариантности квадрата 4-импульса относительно ПЛ	проверка свойств матриц Лоренца и тензора электромагнитного поля



Начало

Содержание



Страница 177 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

## Приложение 1.2.1. Причины изложения краткой исторической справки о создании СТО в рамках курса СТО помимо курса истории физики.

### Подходы к периодизации истории становления СТО

Существует традиция изложения краткой исторической справки о создании СТО именно в курсе СТО (помимо курса истории физики). Пожалуй, для любого другого раздела физики, изучаемого по вузовским учебным программам, вопрос об истории формирования основ той или иной теории (того или иного раздела физики) затрагивается довольно кратко (если затрагивается вообще), а все подробности выносятся в курс истории физики. Это обусловлено тем, что формированию основ СТО (в отличие от многих других теорий и разделов физики) предшествовала борьба с противоречиями, возникшими на базе других, ранее сформировавшихся теорий, которые при этом уже успели себя зарекомендовать своей практической пользой (речь идет о классической механике Галилея–Ньютона и классической электродинамике Максвелла). Еще одним примером теории, формирование которой происходило в условиях аналогичной борьбы (с неправильными обобщениями результатов классической механики и классической теории излучения), является квантовая механика (поэтому при ее изложении также, как правило, приводится краткая историческая справка). Но в случае СТО упомянутая борьба была, пожалуй, одной из самых драматичных в истории физики.

Можно выделить 2 основные причины, позволяющие говорить о драматизме.

1. Если электрические и магнитные явления удалось объединить в классическую электродинамику Максвелла, то попытка объединить электродинамику Максвелла с механикой Галилея–Ньютона потерпела неудачу.
2. Если подмеченная Д.И. Менделеевым аналогия между свойствами отдельных химических элементов привела к открытию периодического закона и предсказанию новых химических элементов (что можно считать одним из триумфов метода аналогий), то гипотеза эфира (выдвинутая гораздо раньше, но получившая новое развитие примерно в то



Начало

Содержание



Страница 178 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

же время на основе аналогий между механическими и электромагнитными волнами) оказалась несостоятельной (что можно считать примером одной из самых больших неудач метода аналогий).

Еще раз перечислим основные вопросы, которые еще не были решены (или даже сформулированы) в эпоху становления механики Галилея–Ньютона.

1. Каково значение скорости света, насколько оно велико хотя бы по порядку величины? 2. Какова природа света? 3. Как влияет (если вообще влияет) на скорость света наличие (и движение) материальной среды, а также движение источника и приемника? 4. Требуется ли для распространения света особая среда (эфир)? 5. Какова скорость распространения взаимодействий и как она соотносится со скоростью света? 6. Какие преобразования и принципы должны применяться за пределами области применимости преобразований Галилея и принципа относительности Галилея?

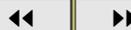
Анализ различных учебных пособий по СТО показывает, что у авторов нет единодушия и по поводу того, с какого момента начинать изложение краткой исторической справки о создании СТО. Одни считают, что изложение должно затрагивать историю поисков ответа на все перечисленные выше 6 вопросов, другие же полагают, что вопросы 1 и 2 можно отнести к истории электродинамики и оптики, поскольку для 2-го постулата СТО достаточным является сам факт конечности скорости света (а не его конкретное значение), а для объяснения причин поисков эфира можно отметить лишь сам факт установления волновой природы света (не вдаваясь в историю выяснения подробностей того, как она была установлена). Что касается вопроса 3, то его содержание также может быть частично отнесено к истории оптики (а частично – к истории становления СТО), но при этом может нарушиться целостность самого вопроса.

Таким образом, периодизация истории СТО может быть обозначена в рамках, по крайней мере, 2 подходов: I. С 17 века (чтобы сопоставить принцип относительности Галилея и Эйнштейна, а также рассказать об опытах Ремера и Брэдлея). II. Со 2-й



Начало

Содержание



Страница 179 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

половины 19 века (с момента попыток объединить электродинамику Максвелла с механикой Галилея–Ньютона).

Указанное различие в подходах к изложению истории становления СТО неизбежно влечет за собой различие в содержании вопроса об экспериментальных основаниях СТО (поскольку, к примеру, отказ от вопроса 1 с отнесением его к оптике или электродинамике ведет к тому, что опыты по измерению скорости света не должны относиться к непосредственным экспериментальным основаниям СТО).

Периодизация истории становления и развития СТО с точки зрения 6 указанных вопросов возможна только в том смысле, что в каждый период происходило что-то важное по тому или иному вопросу. Попытка построить периодизацию на основе того, что «следующий этап должен начинаться, когда по какому-то из вопросов выяснены все нюансы», заранее обречена на неудачу, поскольку по каждому из перечисленных выше вопросов накопление опытных данных продолжалось десятилетиями, причем, как правило, параллельно с другими вопросами. Кроме того, повышение точности экспериментальных данных продолжалось и в течение нескольких десятилетий после создания СТО.



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 180 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

## Приложение 1.2.2. О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ ФОРМИРОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В качестве дополнения к параграфу приведем несколько систематизирующих таблиц.

Таблица 1.2.2a – Основные вопросы, решенные в рамках классической электродинамики Максвелла и СТО

Вопрос	Ответ на вопрос	
	До начала формирования теории Максвелла и релятивистских воззрений	По окончании создания теории Максвелла и СТО
Чему равна скорость света	бесконечно либо неопределенно велика	$c \approx 3 \cdot 10^5$ км/с (в вакууме)
Природа света	не определена (споры)	электромагнитная волна
Теория передачи взаимодействия	теория действия на расстоянии	теория близкодействия
Как передаются взаимодействия	мгновенно, т.е. $u \rightarrow \infty$	через поле, которое распространяется со скоростью света, т.е. $u = c$
Эта скорость распространения максимальна	да	да (хотя и конечна)



Начало

Содержание



Страница 181 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Скорость распространения света, электромагнитных (ЭМ) волн и взаимодействий	никак не связаны друг с другом	это одна и та же скорость (строго говоря, не совсем, так как: 1) взаимодействие бывает не только ЭМ; 2) существует дисперсия)
---	--------------------------------	---

Таблица 1.2.26 – Примеры цепочек экспериментальных фактов, оказавших влияние на формирование СТО

1.1. Экспериментальные факты	Свет нагревает тела	Дифракция, интерференция
1.2. Из этого следует, что	свет переносит энергию	свет имеет волновую природу
1.3. А из этого может следовать, что	свет должен распространяться с конечной скоростью	возможна аналогия с механическими волнами
2.1. Это привело к развитию экспериментов по	измерению скорости света	обнаружению светоносного эфира
2.2. Результаты	вполне определенные	отрицательные



Начало

Содержание



Страница 182 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 1.2.2в – Противоречивость и экзотичность свойств эфира

Свойства световых волн	Какими, соответственно, должны быть свойства эфира	Примечания
1. Только поперечность	механические волны бывают только продольными, если среда твердая упругая, т.е. сопротивляется деформации сдвига; значит, эфир должен быть твердым и упругим	а) противоречие с п. 2; б) экзотическое сочетание свойств в случае совместимости с п. 3
2. Электромагнитные волны проникают везде	эфир должен проникать везде, не испытывая сопротивления	противоречие с п. 1
3. Тела не испытывают притяжения со стороны эфира, т.к. он не проявляет себя как «скрытая масса»	эфир не должен обладать массой	экзотическое сочетание свойств в случае совместимости с п. 1



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 183 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

## Приложение 1.2.3. Систематизация основных сведений по вопросам, связанным измерениями скорости света в вакууме

Таблица 1.2.3а – Типология методов измерения скорости света

Методы	Кинематические	Некинематические
Что непосредственно измеряется	пройденное расстояние $l$ и время $t$	длина волны $\lambda$ и частота $\nu$
Скорость света	$c = l/t$	$c = \lambda\nu$
Это стало возможным	со 2-й половины 17 века	в 20 веке

Таблица 1.2.3б – Краткая история кинематических методов

Этап	До 17 века	С 17 века
Попытки	неудачные	удачные
Причины	слишком малые расстояния и низкая точность	расстояния стали больше, а приборы точнее
Примеры	с помощью источника света и зеркала на небольших расстояниях (идея Галилея)	наблюдения Ремера, опыты Физо, Майкельсона и др.



Начало

Содержание



Страница 184 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.2.3в – Основные группы методов измерения скорости света

Методы	Астрономические	Типа Физо	Вращающихся зеркал	Некинематические
Впервые	Ремер (1676)	Физо (1849)	Фуко (1862)	Фрум (1958)
Уточнения	Брадлей (1728), хотя суть метода иная	многократные колеса иные модуляторы пучка света)	Майкельсон (1926) (основа метода та же)	Ивенсон (1972), хотя суть метода иная



*Начало*

*Содержание*



*Страница 185 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

## Приложение 1.2.4. Систематизация основных сведений, связанных с различными экспериментальными основаниями СТО

Таблица 1.2.4а – Опыты Фуко по измерению скорости света

Среда	Годы	Метод	Результаты
Воздух	1862 (идея Араго 1838 г.)	вращающихся зеркал	$\langle c \rangle \approx 2,98 \cdot 10^5$ км/с
Вода	1850	сравнение скорости света одной и той же частоты в воздухе и воде	$u = c/n$ ( $n$ –показатель преломления)

Таблица 1.2.4б – Опыты, связанные с фамилиями Майкельсона и Физо, часто упоминаемые в учебной литературе

Опыты		Майкельсона	Физо
1. Измерение скорости света в воздухе	метод	вращающихся зеркал	зубчатого колеса
	годы	1926 г.	1849 г.
	значение	$2,99796 \cdot 10^5$ км/с	$3,13 \cdot 10^5$ км/с
	первенство	нет, это было усовершенствование опыта, поставленного Фуко в 1862 г.	да, это был первый опыт такого рода



Начало

Содержание



Страница 186 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



2. Другие	интерференция	лучей, движущихся относительно Земли	лучей в движущейся жидкости
	годы	1) 1881 г.; 2) 1885–1887 гг. (вместе с Морли) (см. таблицу 1.2.4г)	1851 г.
	предмет исследования	а) существование эфира; б) скорость $V$ Земли относительно эфира (если он существует)	в Л-системе: влияние скорости среды $V$ на скорость света $u$ и на поведение эфира (если он существует)
	гипотезы и следствия	а) должно быть смещение $d$ интерференционной картины при повороте установки на $90^\circ$ ; б) по величине $d$ находим $V$ .	должно выполняться соотношение $u = \frac{c}{n} \pm V$ ( $n$ – показатель преломления)
	результаты	а) смещения не было; б) с учетом точности измерений, $0 \leq V \leq 3$ км/с	$u \approx \frac{c}{n} \pm (1 - 1/n^2)V$
	объяснение до СТО	см. таблицу 1.2.4в	гипотеза частичного увлечения эфира движущейся средой

Начало

Содержание



Страница 187 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.2.4в – Объяснения опыта Майкельсона – Морли до СТО

Гипотеза	Полного увлечения эфира	Лоренца – Фитцджеральда	Баллистическая
Свет	это волны	это волны	это поток частиц
Эфир	существует	существует	не существует
Увлечение	полное	нет	нет
Абсолютная ИСО	отвергается	не отвергается	отвергается
Замечания	1) противоречие с абберацией звезд; 2) противоречие с опытом Физо 1860 г. и гипотезой частичного увлечения эфира	гипотезу нельзя проверить, это лишь подгонка под результат опыта, хотя и согласуется со следствиями из преобразований Лоренца	если использовать свет неземного происхождения, то в течение года должно быть $u = c \pm V$ ( $V$ – скорость Земли), что не соответствует реальности



Начало

Содержание



Страница 188 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.2.4г – Опыты, доказавшие отсутствие неподвижного эфира

Авторы	Майкельсон	Майкельсон и Морли	Ученые Колумбийского университета (США)
Годы	1881	1885–1887	1958
Особенности эксперимента	использовался интерферометр Майкельсона	интерферометр на массивной плите, плавающей в ртути, оптическая длина пути 11 м	сравнение частот 2 одинаковых мазеров, излучавших по направлению движения Земли и против этого направления
Результаты	не было ожидаемого смещения $\Delta = 0,04$	не было ожидаемого смещения $\Delta = 0,4$	частоты остались одинаковыми с точностью $\sim 10^{-9}$ %, хотя эфирный ветер привел бы к заметному различию

Таблица 1.2.4д – Классификация опытов с точки зрения интерпретации результатов разной степенью увлечения эфира (если он существует)

Увлечение	Нет	Частичное	Полное
Где использована идея	1) в аналогии со звуком; 2) для объяснения наблюдений Брадлея 1728 г.; 3) в гипотезе Лоренца – Фитцджеральда	для объяснения опыта Физо 1851 г.	в одном из объяснений опыта Майкельсона – Морли



Начало

Содержание



Страница 189 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.2.4е – Классификации опытов с точки зрения попыток учета движения жидкой среды и эфира

Среда, в которой (гипотетически или реально) распространяется свет	Учет движения относительно лаборатории	
	нет	да
Только эфир (воздух или вакуум не учитывается)	опыты Ремера, Физо (1849 г.), Фуко (1862 г.) и др. (см. таблицу 1.2.4а)	Майкельсона (1881 г.) и др. (см. таблицу 1.2.4г)
Эфир и жидкость	Фуко (1850 г.) (см. таблицу 1.2.4а)	Физо (1851 г.)



Начало

Содержание



Страница 190 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Приложение 1.2.5. Примеры сравнительной характеристики некоторых опытов и эффектов, имеющих отношение к СТО

Таблица 1.2.5а – Эксперименты и эффекты, относящиеся к времени, длине и массе

Величина	Время	Длина	Масса
А.1. Эксперименты, демонстрирующие относительность понятия	предлагаются разные модификации экспериментов, демонстрирующих относительность одновременности	предлагаются такие эксперименты, интерпретация которых связана с относительностью одновременности	рассуждения об экспериментах, демонстрирующих относительность понятия массы, не получили распространения в литературе
А.2. Характер экспериментов	мысленный	мысленный	
Б.1. Эффекты, являющиеся следствием движения и объясняемые следствиями из преобразований Лоренца	замедление времени; при этом возможен вывод формулы и через мысленный эксперимент с движущимся зеркалом	сокращения длин	роста массы (если считать ее скалярной и зависящей от скорости; т. е. интерпретация эффекта неоднозначна)
Б.2. Характер экспериментов	для элементарных частиц (ЭЧ) – реальный	для стержней – мысленный; для ЭЧ (проходимый путь) – реальный	для ЭЧ в ускорителях – реальный



Начало

Содержание



Страница 191 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



В.1. Эффекты, являющиеся следствием воздействия внешних полей или взаимодействием частей системы между собой	замедление хода часов в гравитационном поле	изменение линейных размеров при фазовых переходах первого рода (что не относится к релятивистским эффектам)	дефект массы
В.2. Характер экспериментов	реальный	реальный	реальный

Таблица 1.2.5б – О проверке независимости скорости света от движения источника

Скорость источника	Мала (десятки км/с)	Велика (почти равна скорости света)
Измерения возможны на расстояниях	только астрономического масштаба (для объектов, которые могут попеременно удаляться и приближаться)	земных лабораторных
Примеры	наблюдения двойных звезд	измерение скорости фотонов при распаде нейтральных пионов
Обоснование проверяемого утверждения	косвенное (в противном случае наблюдаемая картина двойной звездной системы была бы совсем иной)	прямое

Начало

Содержание



Страница 192 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Таблица 1.2.5в – О проверке эффектов замедления времени и сокращения длин

Эффект	Замедления времени	Сокращения длин
Варианты проверки для макроскопических объектов	при полетах самолетов	для идеально жесткого стержня
Характер экспериментов	реальный (эксперимент Хафеля – Китинга 1971 года)	мысленный, но широко обсуждаемый в литературе
С какими другими эффектами приходится (пришлось бы) считаться для выделения эффекта в «чистом» виде	замедление времени в гравитационном поле Земли (по порядку величины оба эффекта сопоставимы и исчисляются наносекундами)	ввиду конечной жесткости стержня должна быть деформация (не имеющая отношение к релятивистскому сокращению) при разгоне под воздействием внешней силы



*Начало*

*Содержание*



*Страница 193 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

## Приложение 1.2.6. Рекомендации по составлению характеристик отдельных опытов и эффектов, имеющих отношение к СТО

Поскольку фундаментальные опыты, лежавшие в основе СТО, были посвящены не только вопросу о величине скорости света, можно предложить следующий план характеристики отдельно взятого опыта.

I. Каким из перечисленных вопросов был посвящен опыт. 1.1а. Значение скорости света. 1.1б. Влияние движения источника и приемника на скорость света. 1.2а. Влияние наличия материальной среды на скорость света. 1.2б. Влияние движения материальной среды на скорость света. 1.3а. Существование светоносного эфира. 1.3б. Скорость Земли относительно эфира (если он существует). 1.4. Взаимосвязь между светом, электромагнитными волнами и передачей взаимодействия. II. Авторские характеристики. 2.1. Кому принадлежит идея опыта. 2.2. Кто первым осуществил постановку опыта. 2.3. Дальнейшие модификации опыта. III. Анализ результатов. 3.1. Результаты. 3.2. Их первоначальная интерпретация, встречающая те или иные трудности. 3.3. Правильная интерпретация в рамках СТО.

В самом общем случае (когда речь идет не только об экспериментальных основаниях СТО) можно осуществлять классификацию в соответствии со следующими вопросами. 1.1. Эксперимент, наблюдение (и соответствующий эффект) является: а) обоснованием основных положений СТО; б) подтверждением следствий из основных положений; в) просто демонстрацией относительности тех или иных величин или понятий. 1.2. Для случая 1.1а речь идет об: а) обосновании 1-го постулата СТО; б) обосновании 1-й части 2-го постулата СТО (о значении скорости света); в) проверке гипотезы эфира; г) обосновании 2-й части постулата СТО (о независимости скорости света от движения источника). 1.3. В случае 1.1б или 1.1в эксперимент относится к: а) времени; б) длине; в) массе (только в случае 1.1б). 2. Инженерно-технические вопросы постановки. 2.1. Характер эксперимента: а) реальный; б) мысленный. 2.2. Для случая 2.1а – возможность наблюдения



Начало

Содержание



Страница 194 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

эффекта в чистом виде (т.е. с возможностью исключения других факторов, которые могут привести к искажению ожидаемых результатов). 2.3. Для случая 2.1а – возможность достижения необходимого уровня точности для интерпретации результатов. 3. С участием каких объектов проводился эксперимент (или должен наблюдаться эффект). 3.1. Микрообъектов: а) элементарных частиц; б) атомных ядер. 3.2. Макроскопических тел: а) в земных масштабах; б) в астрономических масштабах. 4. Эффект должен быть обусловлен: а) кинетической энергией (т.е. движением) системы в целом или отдельных ее частей; б) потенциальной энергией взаимодействия отдельных частей системы между собой.

Приведенная схема разбора может быть: а) применена к каждому конкретному эксперименту (и соответствующему эффекту), изучаемому в курсе СТО; б) использована для составления сравнительной характеристики отдельных экспериментов и эффектов по отдельным группам вопросов. Упражнения такого типа широко применяются при изучении различных дисциплин. Например, при изучении русского, белорусского и других языков учащиеся часто выполняют упражнения по разборам различных типов (синтаксическому, морфологическому, по составу).

Предложенные таблицы и планы не должны восприниматься как замена учебникам. Наоборот, их использование может дать наилучший эффект именно после знакомства с теми или иными учебниками.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 195 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

## Приложение 1.2.7. Сравнительная характеристика смещения интерференционных полос в опытах Физо (1851 г.) и Майкельсона по обнаружению эфира

С учетом того, что оба опыта занимают важное место в истории становления СТО и оба основаны на интерферометрии, представляется целесообразным дать их сравнительную характеристику, которая приведена ниже в виде таблицы 1.2.7а.

Таблица 1.2.7а – Сравнительная характеристика опытов Физо (1851 г.) и Майкельсона (1881 г.)

Опыт	Физо (1851 г.)	Майкельсона (1881 г.)
1.1.1. где изображена схема опыта	см. <a href="#">рис. 1.2.7</a>	см. <a href="#">рис. 1.2.8</a>
1.1.2. Исследовался вопрос о влиянии движения среды относительно лаборатории на скорость света (распространяющегося в среде) относительно лаборатории		существовании эфира
1.1.3. Результат	вполне определенный	отрицательный (в том смысле, что удалось установить только верхнее ограничение на скорость возможного эфирного ветра)
1.2.1. Объяснение до СТО	в рамках теории эфира – частичное увлечение	разные объяснения (см. <a href="#">Приложение 1.2.4</a> )



Начало

Содержание



Страница 196 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



1.2.2. Объяснение в рамках СТО	на основе релятивистского закона сложения скоростей	на основе постулатов СТО
1.3. Исследуемый эффект	является эффектом первого порядка по $v/c$ (доказательство см. ниже)	должен был бы стать эффектом второго порядка по $v/c$ (доказательство см. ниже)
2.1. Участки, на которых условия движения лучей 1 и 2 одинаковы	все участки, на которых нет воды (эти участки исключаются из рассмотрения при вычислении разности времен хода лучей)	$P_2N$ (этот участок исключается из рассмотрения при вычислении разности времен хода лучей)
2.2.1. Луч 1 движется	по направлению течения воды	а) по направлению движения Земли; б) в обратном направлении
2.2.2. Скорость его движения $u_1$ в Л-системе	$u_1 = c/n + \alpha v$	а) $u_1 = c - v$ (предположительно); б) $u_1 = c + v$ (предположительно); (учитываем, что направление эфирного ветра предсказывается противоположным по отношению к направлению движения Земли)

Начало

Содержание



Страница 197 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



<p>2.2.3. Время его движения <math>t_1</math> (по участкам, где условия движения не такие, как у луча 2)</p>	$t_1 = 2l/u_1 =$ $= 2l/(c/n + \alpha v)$	$t_1 = \frac{l}{u_1} + \frac{l}{u_1} = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} =$ $= \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$
<p>2.3.1. Луч 2 движется</p>	<p>против направления течения воды</p>	<p>перпендикулярно направлению движения Земли</p>
<p>2.3.2. Скорость его движения <math>u_2</math> в Л-системе</p>	$u_2 = c/n - \alpha v$	$u_2 = \sqrt{c^2 - v^2}$ <p>(предположительно)</p>
<p>2.3.3. Время движения <math>t_2</math> (по участкам, где условия движения не такие, как у луча 1)</p>	$t_2 = 2l/u_2 =$ $= 2l/(c/n - \alpha v)$	$t_2 = 2l/u_2 = 2l/\sqrt{c^2 - v^2} =$ $= \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$
<p>2.4.1. Разность времен <math>\delta t =  t_2 - t_1 </math></p>	$\frac{4l\alpha v}{c^2/n^2 - \alpha^2 v^2} =$ $= \frac{4l\alpha v n^2}{c^2 (1 - \alpha^2 v^2 n^2)}$	$\frac{2l}{c} \left( \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \right)$

Начало

Содержание



Страница 198 из 314

Назад

На весь экран

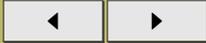
Заккрыть



<p>2.4.2. Замена результата, полученного в п. 2.4.1, на приближенную, но более простую формулу</p>	$\delta t \cong \frac{4l\alpha v n^2}{c^2} \quad (\text{мы учли, что } \alpha^2 v^2 n^2 \ll 1)$	$\delta t \cong \frac{l}{c} \cdot \frac{v^2}{c^2} \quad (\text{мы учли, что } v^2/c^2 \ll 1) \text{ и выполнили приближенные разложения по формулам Тейлора–Маклорена; см. также примечание после таблицы)}$
<p>2.4.3. Т.е. минимальная степень <math>v</math>, для которой соответствующее слагаемое в разложении результата, полученного в п. 2.4.1, не равно нулю</p>	<p>1 (и этот показатель сохраняется в п. 2.5.1 и п. 2.5.3)</p>	<p>2 (и этот показатель сохраняется в п. 2.5.1 и п. 2.5.3)</p>
<p>2.5.1. Величина смещения <math>\delta k = \frac{cdt}{\lambda}</math></p>	$\delta k \cong \frac{4l\alpha n^2}{\lambda} \cdot \frac{v}{c} = \frac{4l(n^2 - 1)}{\lambda} \cdot \frac{v}{c}$	$\delta k \cong \frac{l}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{c^2}$
<p>2.5.2. Двойной эффект получается (ожидается) при</p>	<p>переключении насоса (чтобы вода текла в противоположном направлении)</p>	<p>повороте установки на <math>90^\circ</math> (когда эффект должен был бы приобрести отрицательное значение)</p>

Начало

Содержание



Страница 199 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

2.5.3. Он равен  
 $\delta K = 2\delta k$

$$\delta K \cong \frac{8l(n^2 - 1)}{\lambda} \cdot \frac{v}{c}$$

$$\delta K \cong \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{c^2}$$

Примечание. При переходе от п. 2.4.1 к п. 2.4.2 в случае опыта Майкельсона было использовано следующее приближенное разложение Тейлора–Маклорена:

$$(1 - x)^{-m} \approx 1 + mx, x \ll 1,$$

где

$$x = v^2/c^2, m = 1 \text{ или } 1/2$$



Начало

Содержание



Страница 200 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Приложение 1.2.8. Об использовании верхних ограничений в физике (и в СТО в частности)

Еще раз обратим внимание на формулировку выводов, сделанного по результатам опытов Майкельсона (1881 г.), Майкельсона–Морли, а также эксперимента 1964 г. с лазерами.

В самом простом приближении можно было бы сказать, что эфирного ветра просто нет в принципе (и вообще, никакого эфира не существует). Именно так и поступил Эйнштейн при формулировке СТО. Но история уже научила физиков тому, что не следует делать поспешные выводы, поскольку постепенное повышение точности измерений иногда приводило к обнаружению эффектов, которые либо предсказывались однозначно, либо ожидалось в рамках тех или иных предположений. Что касается авторитета СТО и использования ее результатов в различных инженерных расчетах, то можно указать на то, что механика Ньютона также имеет широкую область применимости, где она удобнее СТО, но при этом границы ее применимости на сегодняшний день уже надежно установлены.

Данные рассуждения не призваны поддержать гипотезу эфира, но призваны подчеркнуть, что формулировки типа «если эфир существует, то его скорость относительно Земли не превосходит такую-то величину» являются более корректными по сравнению с категоричными заявлениями о том, что эфирного ветра (и эфира) не существует в принципе. Это соответствует т.н. культуре научных исследований в современной физике.

Ниже в таблице 1.2.8а приведены примеры малых физических величин, поиск значений которых (при постоянном повышении точности) оказался плодотворным или (на сегодняшний день) пока безрезультатным с точки зрения установления нижней границы (при этом значение верхней границы постоянно уточняется или уточнялось).



Начало

Содержание



Страница 201 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.2.8а – Примеры малых величин и результатов поиска нижних границ их значений

Предсказывается (предсказывалось) ли значение искомой величины в точности равным нулю	Нижняя граница на сегодняшний день	
	уже установлена	пока не установлена
Определенно нет	годовой параллакс звезд (не очень далеких)	скорость эфирного ветра (с возникновением волновой теории света и до создания СТО)
Однозначно ответить нельзя (все зависит от моделей соответствующих объектов и явлений)	1) масса нейтрино; 2) постоянная распада отдельных изотопов некоторых долгоживущих лантаноидов (с периодом полураспада $\sim 10^{18}$ лет)	постоянная распада протона
Скорее всего, да, т.е. равенство нулю практически не подвергается или не подвергалось (до определенного момента) сомнению	скорость вращения Меркурия вокруг своей оси в системе отсчета, жестко связанной с центрами Меркурия и Солнца	1) электрический заряд (и электрический квадрупольный момент) нейтрона; 2) скорость эфирного ветра (после создания СТО)

Таким образом, про скорость эфирного ветра можно сказать, что нижняя граница для его значения пока экспериментально не установлена, зато верхняя граница постоянно уточняется (в сторону уменьшения).



Начало

Содержание



Страница 202 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## Приложение 1.3.1. О парадигмах классической механики и специальной теории относительности

При изучении основ специальной теории относительности (СТО) следует четко усвоить отличия этой теории от классической механики (КлМ). Ниже предложены сравнительные таблицы, которые могут этому способствовать.

Таблица 1.3.1а – Степень универсальности классической механики и СТО

Раздел	КлМ	СТО
Взаимное отношение	является предельным случаем релятивистской механики, которая является частью СТО	в пределе малых скоростей распадается, в основном, на КлМ и классическую электродинамику
Что включает помимо ПО и соответствующих преобразований	в самом общем виде	<i>механику нельзя распространять на немеханические явления, т.е. она не столь универсальна, как СТО</i>
		больше ничего (т.е. в этом смысле СТО стоит как бы над всеми остальными физическими теориями, за исключением общей теории относительности (ОТО))



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 203 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)



	внутри определенного класса явлений	законы Ньютона, сформулированные позже (т.е. речь идет лишь о механических явлениях)	в релятивистском пределе каждой конкретной теории – релятивистскую формулировку соответствующих законов, которые были открыты до создания СТО и после
Закон сохранения импульса		выполняется и в общем виде формулируется совершенно одинаково	
Закон сохранения энергии		выполняется для механической энергии	выполняется для любых видов энергии

Таблица 1.3.1б – Объекты исследования (ОИ), предмет исследования (ОИ) и методы исследования (МИ) в КлМ и СТО

Раздел	КлМ	СТО
1. ОИ	объекты с массой покоя $m_0 \neq 0$	объекты с любой массой покоя
2. ПИ	механическое движение ОИ и его пространственно- временные закономерности	общие пространственно- временные закономерности физических процессов любой природы, происходящих с ОИ

Начало

Содержание



Страница 204 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



3. МИ	уравнения (примеры)	нерелятивистской кинематики и динамики	1) релятивистской кинематики и динамики; 2) релятивистской электродинамики и оптики; 3) Эйнштейна и дефекта массы
	преобразования	Галилея для механических величин	Лоренца для физических величин любой природы

Таблица 1.3.1в – Разновидности ОИ в КЛМ и СТО

Могут ли ОИ с $m_0 \neq 0$ быть		в КЛМ	в СТО
макроскопическими	свободными	да	да
	связанными	да (в случае движения одних небесных тел вокруг других)	да (хотя это, скорее относится к ОТО)
микроскопическими	свободными	да (в некоторых задачах динамики взаимодействия нерелятивистских атомных ядер)	да (в некоторых задачах о движении частиц в ускорителях)
	связанными	как правило, нет (хотя грубые приближенные модели в принципе возможны)	без привлечения квантовой механики – нет

Начало

Содержание



Страница 205 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.3.1г – Принцип относительности (ПО) в КЛМ и СТО

Раздел	СТО	Классическая механика
1.1. Количество постулатов	2	1
1.2.1. Краткое название первого постулата	ПО	ПО
1.2.2. Сущность ПО – относительно выбора ИСО	инвариантны любые физические законы	инвариантны законы классической механики
1.2.3. И это равносильно инвариантности законов	любых физических относительно преобразований Лоренца	классической механики относительно преобразований Галилея
1.3. Краткое название второго постулата	принцип инвариантности скорости света	<i>такого постулата, аналогичного СТО, нет</i>
2.1. ПО носит имя	Эйнштейна	Галилея
2.2. Что под ним может пониматься в литературе	1) только первый постулат; 2) оба постулата вместе	недоразумений нет, т.к. постулат лишь один

Таблица 1.3.1д – Замечания о постулатах КЛМ и СТО

Раздел	КЛМ	СТО
1.1. ПО распространяется на явления	механические	любые физические (хотя на тот момент явления микромира не учитывались)



Начало

Содержание



Страница 206 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



1.2. С последующим открытием новых явлений разной природы	формулировка ПО и его смысловое содержание не изменились	формулировка ПО не изменилась, но его смысловое содержание стало более глубоким
2.1. Вопрос о скорости света $c$	сначала считалось, что значение неопределенно велико; первая удачная попытка измерения была между формулировками ПО и законов Ньютона	значение $c$ конечно и вполне определено (близко к современным справочным значениям), т.к. опыты 19 века по измерению $c$ оказались более успешными
2.2. Вопрос о природе света	оставался неясным	был выяснен в пользу электромагнитной природы света
2.3. Вопрос о скорости передачи взаимодействий (СПВ) $u$	постулировалось (молчаливо), что $u = \infty$	выяснено, что $u = c$
2.4. Вопрос о зависимости скорости света от движения источника	либо вообще не ставился (если считать, что $c = \infty$ ), либо решался в рамках баллистической гипотезы	на момент создания СТО прямой экспериментальной проверке не подвергался (это удалось сделать позднее), но был заложен во 2-й постулат

Начало

Содержание



Страница 207 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

2.5. В связи с вышеизложенным, 2-й постулат	еще не мог быть сформулирован, т.к. данные по свету и СПВ были разрозненными и противоречивыми	был успешно сформулирован, т.к. данные по свету и СПВ стали взаимосвязанными
3. Была ли борьба с предрассудками при создании теории	нет (хотя у Галилея были проблемы с инквизицией, но не из-за ПО)	да (борьба с баллистической гипотезой и, особенно, с гипотезой эфира)
4.1. Пространство	однородно, изотропно, абсолютно	однородно, изотропно, но не абсолютно
4.2. Время	однородно и абсолютно	однородно, но не абсолютно



*Начало*

*Содержание*



*Страница 208 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

### Приложение 1.3.2. О некоторых ошибках, связанных с постулатами специальной теории относительности

При изучении основ специальной теории относительности (СТО) учащиеся иногда находятся под влиянием классической механики (КлМ), изученной ранее. Поэтому постулаты СТО могут в какой-то мере вызывать у них внутренний протест, а некоторые ошибочные гипотезы, предшествовавшие созданию СТО, – наоборот, симпатию. Поэтому иногда приходится проходить примерно через ту же внутреннюю борьбу, через которую прошли многие ученые, внесшие вклад в создание СТО. Но, в отличие от ученых, имевших возможность экспериментальной проверки основ СТО, учащиеся в своей жизни зачастую сталкиваются лишь с явлениями, подтверждающими справедливость именно КлМ (которая к тому же более проста в математическом отношении), а не СТО. Это создает дополнительные проблемы, так как приводит к недостаточно обдуманному заучиванию формулировок постулатов СТО. В случае с первым постулатом может возникать дополнительная путаница, связанная с наличием разных вариантов его формулировки.

Ниже предложены сравнительные таблицы, способные в некоторой степени прояснить ситуацию по указанным вопросам.

Разбор некоторых ошибочных формулировок постулатов СТО представлен в таблице 1.3.2б. Они могут приводить к недоразумениям как при подготовке теоретического материала к экзамену, так и при решении задач.



Начало

Содержание



Страница 209 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.3.2а – Замечания о некоторых ошибочных гипотезах, предшествовавших созданию СТО

Гипотеза	Баллистическая (БГ)	Эфира (ГЭ)
Неоправданно глубокое распространение механических аналогий на свет связано с	1) правильностью классического закона сложения скоростей; 2) ошибочным предположением о свете как потоке «классических» частиц	1) наличием экспериментально подтвержденных аналогий между механическими и электромагнитными волнами; 2) необходимостью наличия среды для механических волн
Опровержение гипотезы повлияло на	формулировку второго постулата СТО	формулировку обоих постулатов СТО
Ситуация на сегодняшний день	представление о свете как потоке фотонов не является подтверждением БГ, поскольку у фотонов совсем иные свойства	хотя ГЭ опровергнута, ее пережитки до сих пор встречаются в СМИ («мы в эфире»), а также в наличии некоторых электродинамических констант в СИ



Начало

Содержание



Страница 210 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 1.3.26 – Замечания о некоторых ошибочных формулировках постулатов СТО или следствий из них

Постулат	Первый	Второй	Второй (следствие)
Возможная ошибочная формулировка	одно и то же явление протекает одинаково при переходе от одной инерциальной системы отсчета (ИСО) к другой	любые характеристики света (и электромагнитных волн других диапазонов) не зависят от выбора ИСО, движения источника	с точки зрения стороннего наблюдателя луч света и приемник не могут сближаться со скоростью, превосходящей скорость света в вакууме $c$ (и вообще, отличной от нее)
Опровергающий пример	предмет падает на пол равномерно движущегося вагона из рук пассажира по прямой относительно вагона и по параболе относительно железной дороги	эффект Доплера и аберрация света	пример, демонстрирующий относительность одновременности (со световой вспышкой)



Начало

Содержание



Страница 211 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



Ошибка вызвана непониманием или забвением того, что	начальные условия должны быть одинаковыми в разных ИСО, а для одного и того же явления они меняются	второй постулат говорит лишь о независимости скорости света от движения источника, а о других характеристиках света не говорит ничего	второй постулат говорит о скорости с как о максимальной скорости света в любой ИСО, что, вообще говоря, не равносильно скорости сближения света с приемником (совпадение получается лишь в ИСО, связанной с приемником)
Возможна ли аналогичная ситуация в КЛМ	да, но только для механических явлений	нет, так как в КЛМ нет постулата, аналогичного второму постулату СТО	

Дополнением к таблице 1.3.2б являются таблицы 1.3.2в и 1.3.2г, где отдельные вопросы рассмотрены подробнее. При этом в таблице 1.3.2в нет смысла делать оговорку, движется источник света относительно данной ИСО или нет, поскольку с точки зрения второго постулата СТО это не имеет значения (для тех вопросов, которые затронуты в таблице 1.3.2в).

[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 212 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

Таблица 1.3.2в – Замечания о различии между скоростью света и скоростью сближения светового луча с приемником

ИСО, в которой приемник	покоится	движется со скоростью $v$
Скорость света в вакууме (с точки зрения наблюдателя в соответствующей ИСО)	$c$ (в соответствии со вторым постулатом)	$c$ (в соответствии со вторым постулатом)
Скорость сближения светового луча с приемником (с точки зрения наблюдателя в соответствующей ИСО)	$c$ (и это не противоречит второму постулату)	$c \pm v$ (и это не противоречит второму постулату)

Таблица 1.3.2г – Замечания о некоторых причинах ошибочных формулировок первого постулата СТО

Формулировка	1	2
Ключевое слово	явления	законы
Верная формулировка: «в любой ИСО все...»	«... физические явления при одинаковых начальных условиях протекают одинаково»	«... физические законы формулируются одинаково»



Начало

Содержание



Страница 213 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Некорректная формулировка: «в любой ИСО все...»	«... физические явления протекают одинаково»	«... физические законы при одинаковых начальных условиях формулируются одинаково»
В чем заключается некорректность	см. в таблице 1.3.2б	требование одинаковости начальных условий является лишним
Возможная причина появления некорректности	созвучие с формулировкой 2	созвучие с формулировкой 1

Можно отметить, что ситуация с разными формулировками первого постулата СТО не является уникальной в методике преподавания физики, в том числе вузовской, поскольку аналогичная путаница может возникать, к примеру, в связи с существованием различных формулировок второго начала термодинамики.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 214 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)

## Приложение 2.1.1. К методике вывода преобразований Лоренца

Для упрощения запоминания вывода преобразований Лоренца можно разбить процедуру вывода, по крайней мере, на 3 этапа. Соответствующие систематизирующие таблицы предложены ниже.

Таблица 2.1.1а – Основные этапы вывода преобразований Лоренца

Этап	1	2	3
Результат	$x' = \Gamma(x - vt)$ , $x = \Gamma(x' + vt')$ (*)	$\Gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ , и система (*) приобретает конечный вид	выражения для $t = t(t', x')$ , $t' = t'(t, x)$
Как получается	подробнее см. в таблице 2.1.1б	подставляем $x' = ct'$ , $x = ct$ в левые части (*), перемножаем и далее преобразуем	исключаем $x$ или $x'$ из (*) (с учетом результата этапа 2) и далее преобразуем
Опора	на 1-й постулат	на 2-й постулат СТО	—

Таблица 2.1.1б – Подробная последовательность действий на этапе 1

Тезис	Комментарий
1.1. Пространство и время однородны	это исходный постулат
1.2. Преобразования, связывающие координаты и время какого-то события в 2 разных ИСО, должны быть линейными	это доказывается от противного на основании п. 1.1
1.3а. $x' = \Gamma'(x - vt)$	$x' = 0$ в $K' \Rightarrow x = vt$ в $K$
1.3б. $x = \Gamma(x' + vt')$	$x = 0$ в $K \Rightarrow x' = -vt'$ в $K'$



Начало

Содержание



Страница 215 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

1.3в. $\Gamma'$ не зависит от: а) $x$ ; б) $t$ ; в) величины и направления $\vec{v}$	а) однородность пространства; б) однородность времени; в) изотропность пространства
1.3г. $\Gamma$ не зависит от: а) $x'$ ; б) $t'$ ; в) величины и направления $\vec{v}'$	
1.4. $\Gamma = \Gamma'$	это следует из принципа относительности Эйнштейна



*Начало*

*Содержание*



*Страница 216 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

## Приложение 2.1.2. Замечание об одновременности событий в данной ИСО с точки зрения разных наблюдателей, покоящихся относительно данной ИСО

Пусть в некоторой ИСО 2 события произошли в точках  $A$  и  $B$ , причем окружающее пространство обладает однородным и изотропным показателем преломления (который для простоты можно положить равным единице, хотя в данном случае это не влияет на ход дальнейших рассуждений).

Пусть в точке  $C_1$ , равноудаленной от точек  $A$  и  $B$  (см. рисунок 2.1.2а), находится наблюдатель, который отмечает, что соответствующие сигналы (связанные с вышеупомянутыми событиями) приходят к нему одновременно. Из этого он делает вывод, что и сами события в точках  $A$  и  $B$  произошли одновременно.

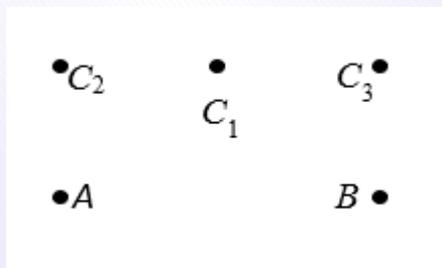


Рисунок 4.3.3: Иллюстрация различия между одновременностью событий в точках  $A$  и  $B$  и одновременностью прихода сигналов от них к наблюдателям в точках  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$ .

С другой стороны, из рисунка 2.1.2а видно, что световые сигналы от событий в точках  $A$  и  $B$  придут к наблюдателям в точках  $C_2$  и  $C_3$  неодновременно: в точку  $C_2$  раньше придет сигнал от события  $A$ , а в точку  $C_3$  раньше придет сигнал от события  $B$ . Поэтому для того, чтобы выводы об одновременности событий в точках



Начало

Содержание



Страница 217 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

и были согласованы между всеми тремя наблюдателями, наблюдатели в точках  $C_2$  и  $C_3$  должны располагать информацией о различии между расстояниями, которые проходит световой сигнал из точки и из точки в указанные точки.

Таким образом, одновременность событий и одновременность прихода сигналов от этих событий к наблюдателю – это, вообще говоря, не одно и то же. Т. е. это выглядит как относительность одновременности даже для разных наблюдателей, покоящихся относительно данной ИСО. Вносить такие усложнения в СТО представляется недопустимым, поэтому в СТО относительность одновременности относится именно к моментам реализации самих событий, а не к моментам их регистрации в произвольной точке.

В связи с этим предложения типа «наблюдатель в некоторой ИСО увидел, что 2 события произошли одновременно» следует признать некорректными, если не сделаны следующие оговорки. 1. Известно, что наблюдатель находится на одинаковом расстоянии от точек, в которых произошли оба события. 2. Наблюдатель находится на разном расстоянии от точек, в которых произошли оба события, но имеет возможность сделать соответствующую поправку на разное время прохождения сигналами расстояний от места события к точке наблюдения. Нередко в литературе по СТО на этих замечаниях не акцентируется внимание.

Указанные замечания играют особенно важную роль в астрономических масштабах, где нередко имеется возможность лишь констатировать факт регистрации сигналов от разных событий в разное время, но нет возможности сделать достаточно точную поправку на время путешествия сигнала от места события к земному наблюдателю, поскольку соответствующие расстояния (между наблюдателем и точкой, в которой произошло событие) не всегда известны с достаточной степенью точности.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 218 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

## Приложение 2.2.1. Лоренцево сокращение и другие разновидности изменения длины в физике

При изучении эффекта сокращения длины (на примере стержня) в курсе специальной теории относительности (СТО) важно уметь отличать данный эффект от других видов изменения длины, не относящихся к СТО. Сравнительная характеристика указанных эффектов приведена ниже в виде таблиц. Эффекты изменения длины, связанные с изменением количества вещества в открытых системах (например, для сосулек), не рассматриваются.

Таблица 2.2.1а – Основные эффекты, связанные с изменением длины

Эффект	Какая длина стержня $l_0$ считается исходной	Длина стержня $l$ сравнивается с исходной, когда стержень	Должен ли стержень быть идеально жестким	Является ли эффект релятивистским
А. Лоренцево сокращение	в состоянии покоя	движется относительно исходного наблюдателя со скоростью $v$ вдоль своей длины	да (для наблюдения эффекта в чистом виде)	да



Начало

Содержание



Страница 219 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Б. Механическое изменение длины	без внешнего механического воздействия	испытывает воздействие продольной внешней силы	нет	нет
В. Тепловое расширение	когда температура стержня равна заданной $T_0$	испытывает изменение температуры $T$ по сравнению с исходной	нет	нет
Г.1. Обратный пьезоэлектрический эффект, электрострикция	без внешнего электростатического поля	помещен во внешнее электростатическое поле	нет	нет
Г.2. Магнито-стрикционный эффект	без внешнего магнитного поля	помещен во внешнее магнитное поле	нет, но должен быть ферромагнитным	нет



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 220 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

Таблица 2.2.16 – Дополнительные сведения о некоторых эффектах

Эффект	А. Лоренцево сокращение	Б. Механическое изменение длины
1.1. Возможно ли $\Delta l = l - l_0 < 0$	да (только так)	да (при сжатии)
1.2. Возможно ли $\Delta l > 0$	нет	да (при растяжении)
2.1. Взаимосвязь между $l$ и $l_0$	$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$	$l = l_0 (1 + \sigma/E)$
2.2. При этом	$c$ – скорость света	$\sigma$ – механическое напряжение, $E$ – модуль Юнга
2.3. Поправки высших порядков	отсутствуют, т.к. формула точная	возможны (когда закон Гука уже не выполняется)
3. Меняются ли поперечные размеры стержня $\Delta a$	нет	да (этот эффект характеризуется коэффициентом Пуассона), причем $\Delta a \cdot \Delta l < 0$

Таким образом, среди эффектов, связанных с изменением длины, только лоренцево сокращение (эффект А) относится к релятивистским. Кроме того, следует учитывать, что идеально жестких стержней не существует, поэтому данный эффект теоретически можно наблюдать лишь совместно с эффектом Б. Возможные ситуации более подробно рассмотрены в таблицах 2.2.1в и 2.2.1г.



Начало

Содержание



Страница 221 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

Таблица 2.2.1в – Совместное наблюдение эффектов А и Б в зависимости от выбора точки приложения разгоняющей силы

Выбор точки приложения разгоняющей силы	Тяга спереди	Толкание сзади
Знаки эффектов А и Б	противоположны	одинаковы
Тогда при достаточно быстром разгоне можно сделать ошибочный вывод о том, что	вместо релятивистского сжатия якобы наблюдается релятивистское растяжение	релятивистское сжатие якобы уже заметно проявляется при сравнительно небольших скоростях

Таблица 2.2.1г – Совместное наблюдение эффектов А и Б в зависимости от величины разгоняющей силы

Скоростной режим разгона	Разгоняющая сила	Основная цель	Придется очень долго ждать, пока
1. Медленный	мала	минимизировать эффект Б	будут достигнуты релятивистские скорости и эффект А станет заметным
2. Быстрый	велика	достичь релятивистских скоростей за время, меньшее, чем в режиме 1	вклад эффекта А станет больше вклада эффекта Б

Подводя итоги, можно отметить, что релятивистское сокращение длины имеет



Начало

Содержание



Страница 222 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

ряд особенностей по сравнению со всеми остальными разновидностями изменения длины, что отражено в таблице 2.2.1д.

Таблица 2.2.1д – Сопоставление релятивистского сокращения длины с другими эффектами изменения длины на примере стержня

Эффект	Лоренцево сокращение	Остальные
Наличие движения	обязательно	не обязательно
Поперечные размеры	не меняются	вообще говоря, меняются
Требование жесткости	обязательно	не обязательно
Длина меняется (по сравнению с исходной)	только в сторону уменьшения	вообще говоря, в любую сторону



Начало

Содержание



Страница 223 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

### Приложение 3.2.1. Четырехмерные векторы в специальной теории относительности и их отличие от биспиноров

В курсе основ специальной теории относительности (СТО) встречаются различные примерами четырехмерных векторов. В курсе основ релятивистской квантовой механики и квантовой теории поля встречаются также примеры биспиноров. У четырехмерных векторов и биспиноров есть сходства и различия.

В связи с этим для систематизации основных сведений по четырехмерным векторам и биспинорам предложены сравнительные таблицы, представленные ниже.

Таблица 3.2.1а – Примеры четырехмерных векторов

Вектор	Его компоненты	Инвариант	Тип инварианта
1. Координатно-временной	$x_\mu = (\vec{r}, ict)$	$S^2 = (\Delta\vec{r})^2 - c^2 (\Delta t)^2$	любой из трех
2. Энергии-импульса	$p_\mu = \left(\vec{p}, i\frac{E}{c}\right)$	$-m_0^2 c^2 = \vec{p}^2 - \frac{E^2}{c^2}$	времениподобный
3. Скорости	$u_\mu = (\gamma\vec{v}, \gamma ic), \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$	$-c^2 = \gamma^2 \vec{v}^2 - \gamma^2 c^2$	времениподобный
4. Плотности тока	$j_\mu = \left(\vec{j}, ic\rho\right)$	$-\rho_0^2 c^2 = \vec{j}^2 - c^2 \rho^2$	времениподобный
5. Волновой	$k_\mu = \left(\vec{k}, i\frac{\omega}{c}\right)$	$0 = \vec{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}$	светоподобный
6. Потенциала электромагнитного поля	$A_\mu = \left(\vec{A}, ic\varphi\right)$	$-\varphi_0^2 c^2 = \vec{A}^2 - c^2 \varphi^2$	времениподобный



Начало

Содержание



Страница 224 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 3.2.1б – Место четырехмерных векторов в разделах СТО

Релятивистская	Механика	Электродинамика
Примеры векторов из таблицы 1	1, 2, 3	4, 5, 6

Отметим, что в СТО используются разные метрики четырехмерного пространства-времени. Мы использовали вариант 1 из таблицы 3.2.1в (метрика Минковского).

Таблица 3.2.1в – Основные варианты метрики, используемой в СТО

Вариант	Временная составляющая (номер, тип)		Вид метрического тензора	Контравариантные и ковариантные векторы
1	4	мнимая	$diag(1, 1, 1, 1)$	не отличаются
2	0	вещественная	$diag(1, -1, -1, -1)$	отличаются

Таблица 3.2.1г – Замечания о первых двух инвариантах в таблице 3.2.1а

Инвариант	$S^2 = (\Delta\vec{r})^2 - c^2 (\Delta t)^2$	$-m_0^2 c^2 = \vec{p}^2 - \frac{E^2}{c^2}$
Замечания	величина $S$ называется четырехмерным интервалом между двумя событиями	в физике элементарных частиц это равенство выполняется для реальных частиц (они «находятся на массовой поверхности») и не выполняется для виртуальных (они «сходят с массовой поверхности»)



Начало

Содержание



Страница 225 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 3.2.1д – Сравнение четырехмерных векторов и биспиноров

Объект	Четырехмерный вектор	Биспинор
Число составляющих	4	4
Принцип формирования	3 пространственные координаты и 1 временная	по 2 элемента от каждого исходного двухкомпонентного спинора
При переходе от одной ИСО к другой	компоненты преобразуются через матрицу Лоренца	компоненты преобразуются через $T = \exp(-0,5i\gamma_4\gamma_1\text{arth}\beta)$ , $\gamma_1, \gamma_4$ – матрицы Дирака
Примеры	см. в таблице 3.2.1а	волновая функция электрона в уравнении Дирака



Начало

Содержание



Страница 226 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

### Приложение 3.3.1. Место эффекта Доплера среди эффектов, связанных с изменением длины световой волны

В курсе основ теории относительности студенты встречаются такие эффекты, связанные с изменением частоты, как эффект Доплера и гравитационное красное смещение (ГКС). Первый эффект относится к специальной теории относительности, второй изучается, как правило, в курсе общей теории относительности.

Поскольку частота света связана с его длиной волны простым соотношением (через скорость света), нередко формулы, описывающие указанные эффекты, могут записываться не только через частоту, но и через длину волны.

Все это может приводить к путанице при сравнении указанных эффектов с эффектами Комптона, Зеемана, Штарка, расщеплением фотонов в магнитном поле (РФМП), комбинационным рассеянием света (КРС) и другими эффектами нелинейной оптики, а также с изменением длины световой волны на границе раздела сред. Это связано с тем, что у всех указанных эффектов общим внешним признаком является изменение длины световой волны. Соответствующая сравнительная характеристика предложена в таблицах 3.3.1а–3.3.1г.

Таблица 3.3.1а – Эффекты, связанные с изменением длины световой волны  $\lambda$ , с точки зрения изменения частоты света  $\nu$

Эффекты	Изменение $\lambda$ при переходе между средами с разными показателями преломления	Остальные (см. в таблицах 3.3.1б–3.3.1г)
При этом частота света	не меняется	меняется
Длина волны меняется за счет	изменения скорости света в среде при неизменной частоте	изменения частоты



Начало

Содержание



Страница 227 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Может ли из-за этого измениться цвет, если излучение	монохроматическое	нет	да, т.к. изменение цвета напрямую связано с изменением частоты
	немонохроматическое	да (вследствие дисперсии; пример – хроматическая аберрация)	

Таблица 3.3.1б – Обзор эффектов из правого столбца таблицы 3.3.1а

Эффект обусловлен	Движением источника	Воздействием внешних полей на источник и свет	Взаимодействием света со средой
Примеры эффектов	Доплера	ГКС, Зеемана, Штарка, РФМП	Комптона, КРС, нелинейное отражение и рассеяние

Таблица 3.3.1в – Сравнение эффектов, указанных в таблице 3.3.1б

Эффект	Сравнивается частота	С частотой (частотами)	Изменение частоты обусловлено
Доплера	покоящегося источника	движущегося источника	следствиями из преобразований Лоренца



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 228 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

ГКС	испущенного фотона	фотона, прошедшего путь в гравитационном поле	потерей фотоном энергии за счет гравитационного притяжения
Комптона (разных типов)	падающего фотона	рассеянного фотона	законами сохранения энергии и импульса системы «фотон-электрон»
Штарка	излучения атома до включения электрического поля	излучения атома после включения электрического поля	изменением структуры энергетических уровней атома в электрическом поле
Зеемана нормальный, Пашена-Бака	излучения атома до включения магнитного поля	излучения атома после включения магнитного поля	изменением структуры энергетических уровней атома в магнитном поле
Зеемана аномальный			
РФМП	исходного фотона	частотами конечных фотонов	влиянием внешнего магнитного поля на показатель преломления вакуума



*Начало*

*Содержание*



*Страница 229 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

КРС	падающего света	рассеянного света	переходами электронов между уровнями атомов
Нелинейное отражение		отраженного света	зависимостью показателя преломления среды от напряженности электрического поля световой волны
Нелинейное рассеяние		рассеянного света	

Таблица 3.3.1г – Эффекты, в которых происходит только сдвиг исходной частоты без возникновения дополнительного излучения на новых частотах (при оговорках относительно эффекта Комптона)

Эффект	Возможен ли сдвиг исходной частоты в область частот	
	Более низких	Более высоких
Доплера	да (красное смещение, источник удаляется)	нет (синее смещение, источник приближается)
ГКС	да (фотон движется от притягивающего центра)	да (гравитационное синее смещение, фотон движется к притягивающему центру)



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 230 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)

Комптона (прямой и обратный)	да (прямой эффект), если электроны не ультрарелятивистские (в том числе связанные), зависимости от энергии электронов нет	в качестве примера можно было бы привести обратный эффект (исходный электрон ультрарелятивистский), если бы у всех электронов рассеивающей среды была одинаковая энергия (тогда сохранялся бы квазимонохроматический характер излучения после рассеяния)
------------------------------	---	--



*Начало*

*Содержание*



*Страница 231 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

## Приложение 4.1.1. Тензорная масса в специальной теории относительности и ее взаимосвязь с другими типами массы

В литературе по СТО уже не одно десятилетие ведутся дискуссии в связи с двумя альтернативами. 1. Масса является инвариантной величиной или зависит от скорости? 2. Масса является скалярной или тензорной величиной?

Между тем, следует отметить, что: а) возможны все сочетания, т.е. можно ввести 4 типа массы; б) эти типы масс тесно связаны между собой; в) тензорная масса не является чем-то «экзотическим» в физике. Указанные вопросы рассмотрены ниже в виде сравнительных таблиц.

Таблица 4.1.1а – Разновидности массы

Масса	Скалярная	Тензорная
Не зависит от скорости	$m_0$	$\mu_0 = m_0 I_3$ ( $I_3$ – единичная матрица $3 \times 3$ )
Зависит от скорости	$M = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$	$\mu$ , где $\mu_{ij} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \delta_{ij} + \frac{\beta_i \beta_j}{1 - \beta^2} \right)$

Таблица 4.1.1б – Взаимосвязь между разновидностями массы

Масса	$M$	$\mu$	$\mu_0$
С какой массой связана	$m_0$	$\mu_0$	$m_0$
При каких условиях	в нерелятивистском пределе		при любых



Начало

Содержание



Страница 232 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



Это объясняется тем, что	при $\beta \rightarrow 0$ $M \rightarrow m_0$	при $\beta_i \rightarrow 0$ , $\beta_j \rightarrow 0$ $\mu_{ij} \rightarrow m_0 \delta_{ij} \Rightarrow$ $\Rightarrow \mu \rightarrow \mu_0$	с математической точки зрения нет различия между соотношениями $\vec{F} = m_0 \vec{a}$ и $\vec{F} = \mu_0 \vec{a} = m_0 I_3 \vec{a} = m_0 \vec{a}$ , а также $\vec{p} = m_0 \vec{v}$ и $\vec{p} = \mu_0 \vec{v} = m_0 I_3 \vec{v} = m_0 \vec{v}$
--------------------------	--	---	--

Противники использования в СТО других масс помимо скалярной инвариантной считают, что не следует загромождать теорию наличием разных масс (в том числе ради сохранения привычного вида классических уравнений), так как это приводит к путанице и неоправданным осложнениям (прежде всего, для средней школы), особенно в случае тензорной массы. Отвлекаясь от обсуждения преимуществ и недостатков различных подходов к трактовке массы (это заслуживает отдельной публикации), можно в качестве возражения отметить, что тензорная масса и метод введения новых величин для сохранения привычного вида важных законов уже давно успешно применяется в физике. Примеры приведены в таблицах 4.1.1в и 4.1.1г.

Таблица 4.1.1в – Сравнительная характеристика некоторых тензоров массы

Пример	Релятивистское движение	Электрон проводимости в металле
Тензор	масс	обратных эффективных масс
Размерность	$3 \times 3$	$3 \times 3$
Выражение	$\mu_{\alpha\beta}^{-1} = (\gamma m_0)^{-1} (\delta_{\alpha\beta} - v_\alpha v_\beta / c^2)$	$\mu_{\alpha\beta}^{-1} = \partial^2 E / \partial p_\alpha \partial p_\beta$
Благодаря такому тензору	можно записать 2-й закон Ньютона в классическом виде $\vec{F} = \mu \vec{a}$	применимо соотношение, похожее на $m^{-1} = d^2 E / dp^2$ (как в классической нерелятивистской механике)

Начало

Содержание



Страница 233 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таким образом, если критиковать тензорную массу за то, что она тензорная, то следует критиковать за то же самое и тензор обратных эффективных масс.

Таблица 4.1.1г – Примеры стремления сохранить вид уравнения  $\vec{a} = m^{-1}\vec{F}$  (или  $\vec{F} = m\vec{a}$ ) вне границ применимости 2-го закона Ньютона

Ситуация	2-й закон Ньютона не применяется в исходном виде, так как	Как решается вопрос
Движение в неинерциальных системах отсчета	он формулируется для инерциальных систем отсчета	к силе $\vec{F}$ добавляются силы инерции
Релятивистские скорости	сила и ускорение уже, вообще говоря, не коллинеарны друг другу	$m$ трактуется как продольная или поперечная масса либо как тензор

Таким образом, если критиковать тензорную массу за то, что она вводится для сохранения классического вида записи второго закона Ньютона при релятивистских скоростях в ИСО, то следует критиковать силы инерции за то, что они вводятся для сохранения классического вида записи второго закона Ньютона при нерелятивистских скоростях в НИСО.

В заключение отметим следующее. 1. Тензорная масса в СТО является примером нарушения изотропности не за счет потенциальной энергии вследствие дискретного расположения источников поля, а за счет кинетической энергии, т.е. движения, причем даже в отсутствие каких-либо внешних полей. 2. В связи с этим утверждение об изотропности пространства в СТО нуждается в уточнении. 3. Возможность тензора массы иметь только ранг 0 или 2 может быть проявлением более общей закономерности – возможность иметь любой четный ранг в зависимости от



Начало

Содержание



Страница 234 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

структуры полей в пространстве-времени (и самого пространства-времени).



*Начало*

*Содержание*



*Страница 235 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

## Приложение 4.2.1. О сохранении свойств классической массы в специальной теории относительности

При изучении основ специальной теории относительности (СТО) важным является вопрос о преемственности курса СТО по отношению к нерелятивистской механике. Это, в свою очередь, связано с вопросом о том, какие свойства классической массы следует сохранить в релятивистской физике.

Представляется целесообразным проанализировать данные вопросы в виде сравнительных таблиц, представленных ниже. Будем сравнивать следующие типы масс. I. Скалярную инвариантную  $m_0$ . II. Скалярную  $M$ , зависящую от скорости. III. Тензорную  $\mu$ , зависящую от скорости. В случае вещества эти массы связаны друг с другом следующими соотношениями:

$$M = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}, \mu_{ij} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \delta_{ij} + \frac{\beta_i \beta_j}{1 - \beta^2} \right) = M \left( \delta_{ij} + \frac{\beta_i \beta_j}{1 - \beta^2} \right). \quad (1)$$

Таблица 4.2.1a – Основные свойства разных типов масс в релятивистском случае

Тип массы	I	II	III
1. Связь между силой $\vec{F}$ и ускорением $\vec{a}$ без привлечения других величин (мера инертности)	нет	да, но только при $\vec{a} \perp \vec{v}$ ( $\vec{F} = M\vec{a}$ )	да, всегда ( $F_i = \mu_{ij} a_j$ )
2. Связь между импульсом $\vec{p}$ и скоростью $\vec{v}$ без привлечения других множителей	нет	да, всегда ( $\vec{p} = M\vec{v}$ )	нет
3. Инвариантность	да, всегда	нет	нет
4. Пропорциональность полной энергии $E$ (без привлечения других величин)	нет	да, всегда	нет



Начало

Содержание



Страница 236 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



5. Аддитивность в случае системы невзаимодействующих частиц вещества	нет	да, всегда	нет
6. Возможность охарактеризовать отдельно взятый фотон	да (она всегда равна нулю)	да, всегда	нет
7. Аддитивность в случае системы фотонов	вообще говоря, нет	да, всегда	нет

Таблица 4.2.16 – Достоинства разных типов масс

1.1. Тип массы	I	II	III
1.2. Свойства в таблице 4.2.1а, которые сохраняются	3 (всегда), 6 (только для отдельного фотона)	1 (в некоторых случаях), 2, 4 – 7 (всегда)	1 (всегда)

*Начало*

*Содержание*



*Страница 237 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Заккрыть*

2.1. Преимущество по отношению к нерелятивистской физике может проявляться, например

при решении задач с использованием массы покоя электрона в нерелятивистском и релятивистском случаях

в сходстве записи (в обоих случаях): а) 2-го закона Ньютона через производную импульса по времени; б) 2-го закона Ньютона в «школьной» форме при  $\vec{a} \perp \vec{v}$ ; в) закона сохранения массы

в сходстве записи (в обоих случаях): 2-го закона Ньютона в «школьной» форме (с учетом предельного перехода при малых скоростях)



Начало

Содержание



Страница 238 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

<p>2.2. При этом физический смысл</p>	<p>а) справочная константа, отражающая внутреннее свойство элементарных частиц (но не макроскопических тел); б) коэффициент, обеспечивающий предельный переход формул релятивистской механики в нерелятивистские</p>	<p>а) мера полной энергии; б) мера инертности (при <math>\vec{a} \perp \vec{v}</math>); в) связующий множитель между скоростью и импульсом (который, правда, уже нельзя назвать коэффициентом пропорциональности)</p>	<p>мера инертности</p>
<p>2.3. Наличие формулировок, не связанных с классической механикой</p>	<p>коэффициент в уравнении массовой поверхности</p>	<p>частное от деления полной энергии на квадрат скорости света (для частиц с нулевой массой покоя)</p>	<p>нет</p>



Начало

Содержание



Страница 239 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

3. Целесообразно ли использование в курсе СТО	да (заменить чем-либо другим не представляется возможным)	вопрос остается открытым (см. далее)	возможно, но только на вузовском уровне (в силу математической сложности)
---	---	--------------------------------------	---

Таким образом, необходимо отметить следующее. Несмотря на то, что именно масса типа II сохраняет наибольшее количество свойств, присущих классической скалярной нерелятивистской массе, целесообразность ее использования находится, по-видимому, под самым большим вопросом, который более подробно проанализирован ниже.

Аргументы в пользу применения этой массы могут быть следующими.

1. При использовании массы  $M$  формула для импульса выглядит так же, как в нерелятивистском случае (с сохранением роли массы  $M$  как связующего множителя между скоростью и импульсом), что обеспечивает преемственность по отношению к классической механике. 2. В случае  $\vec{a} \perp \vec{v}$  сохраняется форма записи 2-го закона Ньютона в виде  $\vec{F} = M\vec{a}$  по аналогии с классической  $\vec{F} = m_0\vec{a}$ . 3. Масса  $M$  пропорциональна полной энергии  $E$  (без привлечения других величин), может охарактеризовать излучение, а также обладает свойством аддитивности в случае системы фотонов или невзаимодействующих частиц вещества.

Далее приведем в том же порядке соответствующие контраргументы.

1. Формула  $\vec{p} = m_0\vec{v}$  в классической механике является определяющей, а не выражением какого-либо закона, поэтому в релятивистском случае может быть переписана не только как  $\vec{p} = M\vec{v}$ , но и как  $\vec{p} = \gamma m_0\vec{v}$ ; это позволяет утверждать, что предельный переход к формулам классической механики обусловлен не тем, что  $M \rightarrow m_0$ , а тем, что  $\gamma \rightarrow 1$ ; утверждением о роли связующего множителя между скоростью и импульсом можно пожертвовать, указав на то, что этот



Начало

Содержание



Страница 240 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

связующий множитель перестает играть роль коэффициента пропорциональности (это свойство проявляется лишь в нерелятивистском пределе); таким образом, преимущество сохраняется, но формулируется по-другому. 2. В релятивистском случае соотношение  $\vec{F} = M\vec{a}$  не столь универсально, как в классическом, поэтому этой закономерностью можно пожертвовать. 3. Закон сохранения массы (справедливый в классической механике) был сформулирован в химии, когда его еще нельзя было назвать следствием закона сохранения энергии, поскольку релятивистские эффекты на уровне химических реакций еще нельзя было обнаружить в силу их малости, не выходящей за рамки точности измерений тех времен; позднее выяснилось, что закон сохранения массы для вещества – это предел закона сохранения энергии при малости кинетической и потенциальной энергий по сравнению с энергией покоя; поэтому свойство аддитивности массы  $M$  не дает ничего нового по сравнению с законом сохранения энергии, в том числе для излучения, где эти законы оказываются тождественными в случае массы  $M$  (в силу соотношения  $E = Mc^2$ ).



Начало

Содержание



Страница 241 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## Приложение 4.2.2. О подходах к изложению специальной теории относительности с использованием различных типов массы

На сегодняшний день существуют разные подходы к изложению СТО, опирающихся на использование (в том числе одновременное) различных типов масс и отличающиеся разной степенью преемственности между классической и релятивистской механикой.

В литературе уже не одно десятилетие ведутся дискуссии о преимуществах и недостатках использования в СТО следующих типов масс: I) скалярной, не зависящей от скорости; II) скалярной, зависящей от скорости; III) тензорной, зависящей от скорости. Кроме того, даже при использовании только одной массы типа I возможны разные подходы к изложению СТО (ниже об этом будет сказано подробнее).

Представляется целесообразным проанализировать проблему выбора оптимального подхода к изложению СТО в виде сравнительных таблиц, представленных ниже. При обсуждении можно выделить следующие основные вопросы. 1. Какова степень преемственности между классической и релятивистской механикой в каждом подходе? 2. Какие свойства классической массы (аддитивность, инвариантность, мера инертности, связующий множитель между скоростью и импульсом) сохраняются в СТО в каждом подходе? 3. Какова степень доступности каждого подхода для учащихся средних школ с точки зрения математической сложности?

Таблица 4.2.2а – Основные группы подходов к изложению СТО

Используется	Только масса I	Масса типа I в сочетании с другими
Примеры подходов	A.1 и A.2 (см. таблицу 2)	Б.1, Б.2 и Б.3 (см. таблицу 4.2.2в)



Начало

Содержание



Страница 242 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



Основные достоинства	как и в классической механике, используется только один тип массы	по сравнению с подходами А.1 и А.2 сохраняется большее количество свойств классической массы, поэтому и более отчетливая преемственность по отношению к классической массе
Основные недостатки	не все свойства классической массы сохраняются	используется более одного типа массы (в отличие от классической механики)

Таблица 4.2.2б – Подходы к изложению СТО с использованием только массы типа I

Подход	А.1	А.2
Область применения	физика высоких энергий	современный школьный курс
Масса определяется как	константа в уравнении массовой поверхности	коэффициент в релятивистских уравнениях движения, обеспечивающий предельный переход этих уравнений в нерелятивистские при малых скоростях
Формула массовой поверхности	является определяющей	может быть получена из других исходных соотношений

Начало

Содержание



Страница 243 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



О массе говорится, что она	является индивидуальной внутренней характеристикой каждой элементарной частицы	сохраняет все свои классические свойства в нерелятивистском пределе
Таким образом, масса характеризует свойства	только элементарных частиц	любых объектов, относящихся к веществу
Преимственность по отношению к классической массе	отсутствует	сомнительная, т.к. сохранено лишь некоторое внешнее сходство математической записи уравнений движения без объяснения физического смысла массы при произвольных скоростях

Таблица 4.2.2в – Подходы к изложению СТО с использованием других масс помимо массы типа I

Подход	Б.1	Б.2	Б.3
Область применения	возможно, в вузах (в перспективе)		школьный курс прежних лет и многие современные вузовские курсы
Математическая сложность	выше (поэтому для школ не годится)		ниже (поэтому годится и для школ)

Начало

Содержание



Страница 244 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



Какие массы используются дополнительно	типа II и типа III	типа III	типа II
Эти типы массы определяются через формулы	для импульса (II) и 2-го закона Ньютона с ускорением (III)	2-го закона Ньютона с ускорением (III)	для импульса
Масса типа I	определяется как масса покоя		
Уравнение массовой поверхности	выводится из других исходных соотношений		
Массы всех видов в совокупности являются характеристиками	любых объектов	только объектов, относящихся к веществу	любых объектов

Обобщить основные данные таблиц 4.2.2а–4.2.2в можно в таблице 4.2.2г.

Таблица 4.2.2г – Сравнительная характеристика основных достоинств и недостатков основных подходов к изложению СТО

Подход	A.1	A.2	Б.1	Б.2	Б.3
Какие свойства классической массы наследуются	только инвариантность	только инвариантность	все	все, кроме аддитивности	все, кроме меры инертности

Начало

Содержание



Страница 245 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Количество используемых масс	1	1	3	2	2
Преимственность в изложении материала по отношению к классической массе	отсутствует	недостаточная	наибольшая	хорошая	хорошая
Математическая сложность с точки зрения средней школы	приемлемая	приемлемая	повышенная	повышенная	приемлемая

В заключение отметим следующее. Подход А.1 относится к физике высоких энергий, которая в XX столетии достигла огромных успехов и стала считаться основным экспериментальным полем для проверки справедливости СТО. Это дало соответствующим специалистам повод заявлять о том, что именно тот подход, который удобен в изложении релятивистских формул физики высоких энергий, должен быть положен в основу методики изложения всей СТО, причем на любой ступени образования. С такими рассуждениями можно было бы отчасти согласиться, если бы средние школы (да и вузы) в большом количестве готовили будущих специалистов в области физики высоких энергий, которым после традиционного изложения СТО в школе пришлось бы уже в вузах переосмысливать некоторые основные понятия СТО, в том числе связанные с трактовкой массы. Но поскольку



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 246 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

в процентном отношении доля таких учащихся невелика как в Республике Беларусь (даже в связи со строительством АЭС), так и на постсоветском пространстве, более весомым представляется аргумент в пользу сохранения преемственности между классической механикой и СТО при изложении последней.



*Начало*

*Содержание*



*Страница 247 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*

### Приложение 4.2.3. О возможности проведения обобщающего занятия по специальной теории относительности в форме диспута

Споры, относящиеся к выбору оптимального подхода к изложению СТО в школе и вузе, могут быть перенесены в сам образовательный процесс (в частности, на занятиях по методике преподавания физики). Для этого группа студентов должна разделиться на 2 команды.

Для начала основные различия между подходами к изложению СТО приводятся в таблице 4.2.3а.

Таблица 4.2.3а – Основные сведения о двух типах подходов к изложению СТО

Подход	I	II
1. Масса скалярная и	зависит от скорости $v$	не зависит от скорости $v$
2. Какие виды масс используются (в основном)	масса покоя $m_0$ , полная масса $m = \gamma m_0$	только масса $m$ , эквивалентная массе $m_0$ , используемой в подходе I
3.1. Формула для импульса	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{p} = \gamma m\vec{v}$ или $\vec{p} = E\vec{v}/c^2$
3.2. Формула для 2-го закона Ньютона в общем виде	$d\vec{p}/dt = \vec{F}$	$d\vec{p}/dt = \vec{F}$
4.1. Формула для полной энергии	$E = mc^2$	$E = \gamma mc^2$



Начало

Содержание



Страница 248 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



4.2. Интерпретация экспериментального подтверждения роста полной энергии с ростом скорости – это демонстрация того, что	масса $m$ зависит от скорости (а с ней и полная энергия)	полная энергия сама по себе зависит от скорости, а масса постоянна
5. Потенциальная энергия взаимодействия между частями системы приводит к	дефекту массы покоя $m_0$	дефекту массы $m$
6. Литература по СТО (в том числе учебная) с использованием данного подхода появилась	раньше (сразу после формирования СТО), ее накопилось много, и авторы новых пособий часто продолжают «по инерции» на нее опираться	позже, после успехов физики элементарных частиц (ФЭЧ), и ее сторонники вынуждены вести полемику с подходом I

После этого подчеркивается, что ни один из подходов не имеет права на абсолютизацию, и с этим необходимо считаться (как и с тем, что вопрос о тензорной массе для средней школы непреодолимо сложен, а мерой инертности в СТО может служить только она). После этого каждая команда защищает один из двух подходов, указанных в таблице 1. При этом сначала сторонники подхода I выдвигают свои аргументы, а сторонники подхода II пытаются показать их недостаточную убедительность (в соответствии с таблицей 4.2.3б).

Таблица 4.2.3.б – Аргументы в защиту подхода I и соответствующие контраргументы

Начало

Содержание



Страница 249 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Аргумент сторонников подхода I	Контраргумент сторонников подхода II
<p>1.1. Формула для импульса внешне выглядит так же, как нерелятивистская (к которой учащиеся уже успевают привыкнуть).</p> <p>1.2. Методический принцип, стремящийся сохранить классический вид уравнений при новых условиях, широко применяется в физике, например: а) благодаря приведенной длине физического маятника формула для периода его колебаний <math>T</math> аналогична формуле для <math>T</math> математического маятника); б) прецессия спина нейтрона в ядерной среде по аналогии с ларморовской позволяет ввести понятие о ядерном псевдомагнитном поле по аналогии с обычным магнитным полем (аналогия имеет глубокий физический смысл)</p>	<p>1.1. Нерелятивистскую формулу для импульса <math>\vec{p} = m\vec{v}</math> можно считать частным случаем формулы <math>\vec{p} = \gamma m\vec{v}</math> при <math>\gamma \rightarrow 1</math> (или формулы <math>\vec{p} = E\vec{v}/c^2</math> при <math>E/c^2 \rightarrow m</math>), что происходит при малых скоростях.</p> <p>1.2. Хорошими методическими принципами не стоит злоупотреблять, т.е. надо «знать меру»; в таких ситуациях вводимым переобозначениям не всегда придается глубокий смысл (например, в случае с приведенной длиной физического маятника); поэтому и массу, зависящую от скорости, можно считать удобным переобозначением, но утверждение о том, что это является проявлением глубокого физического смысла (как, например, в случае с ядерным псевдомагнитным полем), не является убедительным</p>



Начало

Содержание



Страница 250 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

2. Появляется возможность (через формулу  $E = mc^2$ ) ввести массу даже для частиц, не обладающих массой покоя (например, для фотонов), что позволяет, в частности, объяснить отклонение света массивными гравитирующими объектами (хотя этот эффект относится, скорее, к ОТО, но студенты и даже школьники о нем нередко уже знают до начала изучения основ СТО)

3. Если признавать эффект сокращения длин и замедления времени, то логично учитывать аналогичную зависимость массы от скорости

2. В общей теории относительности (ОТО) искривление лучей света гравитационным полем объясняется через искривление пространства массивными гравитирующими объектами (в отличие от релятивистской теории гравитации), поэтому вводить массу фотона (в том числе для объяснения указанного эффекта) не обязательно; кроме того, этот эффект связан с гравитационной, а не инертной массой, что не одно и то же (даже несмотря на принцип эквивалентности)

3. Напрямую измеряется лишь масса покоя, зато можно предложить способы измерения длины стержня и времени жизни частицы в состоянии покоя и движения

Затем команды меняются ролями (т.е. теперь сторонники подхода II первыми выдвигают аргументы) и ведут диспут на основе таблицы 4.2.3в.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 251 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)

Таблица 4.2.3в – Аргументы в защиту подхода II и соответствующие контраргументы

Аргумент сторонников подхода II	Контраргумент сторонников подхода I
<p>1. При использовании только массы <math>m</math> масса всегда может быть мерой количества вещества в соответствии с формулой <math>\nu = m/M</math> (<math>M</math> – молярная масса); но если считать массу <math>m</math> зависящей от скорости, то получается, что при поступательном движении вещества растёт его количество <math>\nu</math>, что противоречит здравому смыслу</p>	<p>1. Если считать, что масса зависит от скорости, то это должно происходить при движении любого количества вещества, в том числе при поступательном движении одного моля, поэтому можно ввести молярную массу покоя <math>M_0</math> и молярную массу <math>M = \gamma M_0</math>, и тогда <math>\nu = m_0/M_0 = m/M</math>, т.е. количество вещества сохраняется при движении</p>
<p>2. Если масса, зависящая от скорости в случае частиц вещества, эквивалентна массе, зависящей от полной энергии, для фотонов, то у фотонов с разной энергией будет разная масса, в результате чего они перестают быть тождественными, а это противоречит основным принципам статистической физики</p>	<p>2. В статистической физике необходимым условием тождественности частиц является равенство их масс покоя, причем это касается любых видов частиц; что касается фотонов, то у них масса покоя равна нулю, поэтому никаких противоречий с тождественностью фотонов не возникает</p>



Начало

Содержание



Страница 252 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

3. Сам Эйнштейн под формулой  $E = mc^2$  понимал именно связь энергии покоя с массой покоя (т.е. придавал ей более узкий смысл), но затем (не по его вине) эта формула получила неверную трактовку. Автору надо доверять!

3. К примеру, Лоренц вывел свои преобразования, не опираясь на 1-й постулат СТО и придавая им более узкое (по сравнению с нынешним) значение – он лишь хотел сохранить вид уравнений Максвелла при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой; но теперь им придается более глубокий смысл, что является примером того, что постановка вопроса практически всегда интереснее, чем авторский ответ на него

В заключение отметим, что данный диспут может быть предложен и участникам курсов повышения квалификации, проводимых в БОИРО. нынешние студенты педагогических специальностей как будущие школьные учителя тоже могут стать слушателями таких курсов, поэтому могут заранее ознакомиться с предполагаемым ходом диспута уже здесь, в данном приложении.



Начало

Содержание



Страница 253 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

#### Приложение 4.2.4. К вопросу об определении массы через уравнение массовой поверхности

Существуют подходы к изложению СТО, в которых предлагается использовать только скалярную инвариантную массу  $m_0$ . Но даже в этом случае ее трактовка (и, соответственно, методика изложения основ СТО) может варьироваться.

В одном из таких подходов, который предлагают специалисты в области физики элементарных частиц (ФЭЧ), масса определяется через уравнение массовой поверхности (УМП)

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = m_0^2 c^4, \quad (2)$$

где величины  $E$  и  $\vec{p}$  должны быть каким-либо образом измерены; они представляют собой суммарную полную энергию и суммарный импульс частиц, участвующих в реакции с рождением данной частицы с массой  $m_0$ . В любых иных подходах к изложению СТО это уравнение не берется в качестве определяющего для массы, но выводится из других соотношений, принятых за исходные.

В качестве обоснования указанного подхода (вплоть до обязательного внедрения его в средние и высшие учебные заведения) обычно выдвигаются следующие аргументы. 1. В ФЭЧ (по сравнению с физикой других объектов) в наибольшей степени проявляется экспериментальное подтверждение СТО и в наибольшей степени востребован математический аппарат СТО (прежде всего – уравнения релятивистской динамики). 2. На УМП, как правило, основан единственный способ определения массы нестабильных элементарных частиц (а они в подавляющем большинстве нестабильны).

Не подвергая сомнению смысловое содержание самих аргументов, можно подвергнуть сомнению само утверждение о том, что они в совокупности являются достаточным основанием для использования УМП в качестве определения массы в СТО. Соответствующие контраргументы приведены ниже. Их также можно частично обобщить в виде таблицы 4.2.4а (для тех, кто предпочитает такую форму



Начало

Содержание



Страница 254 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

структуризации материала).

1. Вопрос о массе имеет отношение не только к формулам релятивистской динамики (следствием которых является УМП при традиционном подходе к изложению СТО), но и к такому явлению, как дефект массы; т. е. предмет исследования СТО не ограничивается эффектами, происходящими при релятивистских скоростях.

2. Дефект массы как релятивистский эффект наиболее характерен для атомных ядер (хотя точность современных измерений позволяет обнаружить его и на уровне химических реакций), движение которых вовсе не обязательно должно описываться релятивистскими уравнениями; таким образом, элементарные частицы – это не единственные представители микромира, на которых отчетливо проявляются релятивистские эффекты; кроме того, на макроскопическом уровне это учитывается как в ядерной энергетике, так и в теории эволюции звезд.

3. Даже среди самих элементарных частиц есть стабильные (прежде всего, протон и электрон), масса которых определяется совсем иным способом (например, масс-спектрометрическим с последующим независимым определением заряда), поскольку это гораздо удобнее; аналогичные способы пригодны и для атомных ядер; таким образом, массу многих объектов (пусть и не относящихся к короткоживущим), по отношению к которым проявляются эффекты СТО, удобнее определять без использования УМП.

4. Величины, входящие в левую часть УМП (1), не могут напрямую относиться к той же самой частице, масса  $m_0$  которой определяется, т.к. неизвестен способ прямого измерения  $E$  и  $\vec{p}$  для частицы с неизвестной массой; эти величины могут относиться только к другим частицам, участвующим в реакции с образованием данной частицы; но тогда если их массы, в свою очередь, тоже определяются из УМП, то в каком-то звене такой последовательности определения масс должны оказаться частицы (или другие микрообъекты), массы которых определяются иным способом; если бы пришлось определять через УМП массу макроскопического тела,



Начало

Содержание



Страница 255 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

то по аналогичной причине пришлось бы учитывать его взаимодействие с другими телами для определения  $E$  и  $\vec{p}$  с аналогичными дальнейшими рассуждениями; в противном случае пришлось бы определять  $E$  и  $\vec{p}$  через массу того же самого тела, что привело бы к тавтологии; таким образом, метод определения масс через УМП (1), будучи удобным инструментом в ФЭЧ, не является самодостаточным.

5. В последние десятилетия были достигнуты успехи в области экспериментальной проверки эффектов СТО, связанных с движением (т.е. не относящихся к дефекту массы), для макроскопических объектов (причем не за счет достижения релятивистских скоростей, а за счет повышения точности измерений при скоростях, достижимых в земных условиях). При этом масса таких объектов определяется методами, совершенно отличными от методов, применяемых в микромире.

Сказанное выше позволяет утверждать, что определение массы через УМП не имеет права на абсолютизацию в рамках всей СТО, но может считаться, по крайней мере, удобным и широко применяемым «рабочим инструментом» в ФЭЧ. Здесь важно подчеркнуть, что для фундаментальной физики ценность того или иного определения заключается, прежде всего, в глубине физического смысла, отражаемого в формулировке определения, а не в практическом удобстве (которое может носить даже не фундаментальный, а, скорее, прикладной, инженерно-технический характер).



Начало

Содержание



Страница 256 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 4.2.4а – Эффекты СТО, связанные с массой, применительно к различным объектам.

Объекты	Долгоживущие или стабильные атомные ядра и элементарные частицы	Короткоживущие элементарные частицы	Макроскопические тела
1.1. Эффекты, связанные с дефектом массы	дефект массы наблюдается у всех атомных ядер	сомнительна корректность самой постановки вопроса	применение в ядерных реакторах и в теории эволюции звезд
1.2. Необходимость применения уравнений релятивистской динамики	для элементарных частиц – практически всегда; для атомных ядер – только в релятивистской ядерной физике	да, всегда	реально – нет (только в задачниках по СТО, причем соответствующие задачи пока что похожи, скорее, на научную фантастику)
2.1. Основные способы нахождения массы	масс-спектрометрия и отдельное измерение заряда	через УМП (1)	с помощью весов, закона всемирного тяготения и др.



Начало

Содержание



Страница 257 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

2.2. Является ли способ нахождения массы через УМП (1) допустимым	нельзя сказать, что не является, но его применение было бы неудобным	очень часто он является единственно возможным	нет, это было бы слишком грубо и непрактично (если вообще возможно)
---	--	---	---



*Начало*

*Содержание*



*Страница 258 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Заккрыть*

## Приложение 4.2.5. О разновидностях изменения массы в теории относительности

При изучении основ специальной теории относительности у студентов может возникать путаница при ответе на вопрос о том, за счет каких факторов может происходить изменение массы того или иного объекта или системы объектов. В связи с этим в виде сравнительных таблиц проанализированы следующие вопросы: 1. Все ли примеры изменения массы тела являются релятивистскими эффектами? 2. Какие эффекты изменения массы относятся к релятивистским? 3. Все ли релятивистские эффекты, связанные с изменением массы, трактуются однозначно в современной физике?

При этом мы будем различать следующие два основных подхода к трактовке понятия массы, рассматриваемые в учебной и научной литературе (см. таблицу 4.2.5а).

Таблица 4.2.5а – Два основных подхода к трактовке понятия массы

Подход	I	II
Применительно к веществу	масса изолированного объекта считается скалярной величиной, зависящей от скорости	масса – инвариантная скалярная величина, совпадающая с классической массой
Применительно к излучению	масса отдельного фотона считается скалярной величиной, зависящей от энергии	масса отдельного фотона равна нулю, т.к. он не может находиться в состоянии покоя

Характеристика этих подходов в контексте сформулированных выше вопросов приведена в систематизированном виде в нижеследующих таблицах.



Начало

Содержание



Страница 259 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Таблица 4.2.5б – Чем может быть обусловлено изменение массы

Система	Примеры изменения массы	Являются ли предметом изучения СТО
Открытая (есть обмен веществом с окружающей средой)	1) у ракеты за счет расхода топлива при движении; 2) при падении снега, пыли на покоящееся тело; обледенение проводов	нет, т.к. к релятивистским эффектам не относятся
Замкнутая или закрытая (нет обмена веществом с окружающей средой)	классификацию см. в таблице 4.2.5в	да

В конкретных задачах могут одновременно присутствуют разные типы изменения массы. Например, при движении ракеты ее масса уменьшается за счет расхода топлива и растет за счет роста скорости (с точки зрения подхода I).

Таблица 4.2.5в – Разновидности изменения массы, изучаемые в СТО

Разновидность	А. За счет потенциальной энергии взаимодействия частей системы между собой	Б. За счет движения материального объекта (т.е. за счет кинетической энергии)
Название	дефект массы (см. таблицу 4.2.5г)	зависимость массы от скорости
Как меняется	уменьшается	растет



[Начало](#)

[Содержание](#)



Страница 260 из 314

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закреть](#)



Признается ли эффект	в подходе I	да, и считается имеющим физический смысл	да, т.е. считается, что ему можно придать физический смысл
	в подходе II	да, и считается имеющим физический смысл	нет, он считается не имеющим физического смысла

Таблица 4.2.5г – Примеры дефектов масс, обусловленных различными фундаментальными взаимодействиями

Взаимодействие	Сильное (на нуклон-нуклонном уровне)	Электрослабое	Гравитационное
Примеры, связанные с таким взаимодействием	1) различие между массой покоящегося атомного ядра (АЯ) и сумма масс составляющих его нуклонов (в состоянии покоя) по отдельности; 2) то же в отношении к звезде, в которой происходят ядерные реакции	различие между дефектами масс зеркальных АЯ в состоянии покоя	у звезд (прежде всего, сверхплотных, т. е. белых карликов, нейтронных звезд, а также некоторых классов черных дыр)
Относятся к физике	1) микромира; 2) макромира	микромира	макромира

Начало

Содержание



Страница 261 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



Рассматриваются ли в школе	1) да (в курсе физики); 2) да (в курсе астрономии, если он есть)	нет	нет
Изучаются ли в вузовском курсе	да (СТО)	да (СТО), хотя реже	да, но, скорее, в курсе общей теории относительности, если он есть

Также важным (как при изложении теоретического материала, так и при решении задач) является вопрос о коммутативности операций учета двух видов изменения массы (см. таблицу 4.2.5д).

В связи с наличием двух основных типов изменения массы и, по крайней мере, двух подходов к ее трактовке оказывается различным смысл некоторых задач, рассматриваемых в СТО (примеры приведены в таблице 4.2.5е).

Таблица 4.2.5д – Коммутативность операций учета видов изменения массы

Подход	I	II
Коммутативны ли операции	нет; правильным является сначала учет изменения массы вида А, а затем к полученному результату применяется операция вида Б (см. таблицу 4.2.5в), но не наоборот	постановка вопроса лишена смысла, т.к. лишенным смысла считается изменение массы вида Б

Начало

Содержание



Страница 262 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 4.2.5е – Примеры задач, смысл которых меняется при различных подходах к трактовке массы

Пример задачи: «С какой скоростью должно двигаться...»		... ядро дейтерия, чтобы с точки зрения неподвижного наблюдателя его масса была равна сумме масс покоящихся изолированных протона и нейтрона?»	... тело, чтобы с точки зрения неподвижного наблюдателя его плотность возросла на 10%?»
Какие изменения массы учитываются		А и Б (см. таблицу 4.2.5в)	только Б (в зависимости от подхода; см. таблицу 4.2.5в)
При решении в рамках подхода	I	задача имеет смысл (и решение)	учитывается и изменение массы, и сокращение длины
	II	задача не имеет смысла (и, соответственно, решения)	учитывается только сокращение длины
Как можно поменять окончание условия, чтобы решение существовало и было одинаковым в обоих подходах?		«... ядро дейтерия, чтобы с точки зрения неподвижного наблюдателя его полная энергия была равна сумме энергий покоя изолированных протона и нейтрона?»	формулировку менять в этом случае затруднительно, просто констатируем, что решения и ответы будут различными

Все сказанное выше относится к объектам, обладающим отличной от нуля массой покоя (в смысле подхода I) или просто отличной от нуля инвариантной массой (в смысле подхода II), т.е. относящихся к веществу. При этом важным является также вопрос об изменении массы в процессах, связанных с взаимодействием вещества и



Начало

Содержание



Страница 263 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

излучения. Этот вопрос также по-разному трактуется в рамках подходов I и II (см. таблицу 4.2.5ж).

Таблица 4.2.5ж – Изменение массы в процессах с участием излучения

Изменение массы излучения	в подходе I	в подходе II
При излучении (или поглощении) гамма-кванта ядром либо при рождении (или аннигиляции) электронно-позитронной пары	всегда равно изменению массы вещества $\Delta m_{вещ}$ с противоположным знаком	может варьироваться от нуля (если все фотоны движутся в одну сторону) до полной компенсации $\Delta m_{вещ}$ (если центр масс системы фотонов покоится)
Т. е. закон сохранения массы	выполняется	вообще говоря, не выполняется

В заключение отметим, что для лучшего усвоения различий между разновидностями изменения массы студентам желательно иметь четкое представление об этапах изложения СТО. Перечислим их в общих чертах в таблице 4.2.5з с позиции вопроса о массе.



Начало

Содержание



Страница 264 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Таблица 4.2.5з – Этапы изложения СТО и введение представления о двух видах изменения массы

Этапы	Представление о каком типе изменения массы вводится
1. От обзора экспериментальных данных до вывода следствий из преобразований Лоренца (в рамках релятивистской кинематики)	здесь решаются другие задачи, которые для вопроса о массе можно считать подготовительными
2. Вывод выражения для 4-мерной силы Лоренца (в рамках релятивистской электродинамики) и релятивистского уравнения движения в 4-мерной форме на примере свободной заряженной частицы (в рамках релятивистской динамики) с использованием 4-мерной скорости	полученное выражение для энергии дает возможность говорить об изменении массы вида Б (хотя сторонники подхода П эту возможность использовать не желают)
3.1. В формуле Эйнштейна, полученной на этапе 2 с учетом энергии покоя и кинетической энергии, учитывается еще и потенциальная энергия	слагаемое, отвечающее за потенциальную энергию, приводит к изменению массы вида А
3.2. В формуле Эйнштейна, полученной на этапе 2, вместо энергии вещества подставляется энергия излучения	в реакциях взаимодействия излучения с веществом появляется изменение массы излучения



Начало

Содержание



Страница 265 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

# СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

*Примечания.*

1. В некоторых задачах и ответах используется обозначение  $\beta = v/c$ .
2. Задачи повышенной трудности отмечены значком (\*).

**Занятие № 1. Тема: Преобразования Лоренца. Релятивистский эффект замедления времени. Релятивистский эффект сокращения длин**

Вопросы

1 Пусть ИСО  $K'$  движется со скоростью  $v$  относительно системы  $K$  так, что направление скорости совпадает с направлением осей  $x$  и  $x'$ . Запишите прямые и обратные преобразования Лоренца для координат какой-либо частицы: а) в виде системы уравнений; б) в матричной форме.

2 Запишите общую формулу, связывающую промежутки времени, измеренные в различных ИСО.

3 Запишите релятивистские формулы, отражающие относительность понятия одновременности и эффект замедления времени.



Начало

Содержание



Страница 266 из 314

Назад

На весь экран

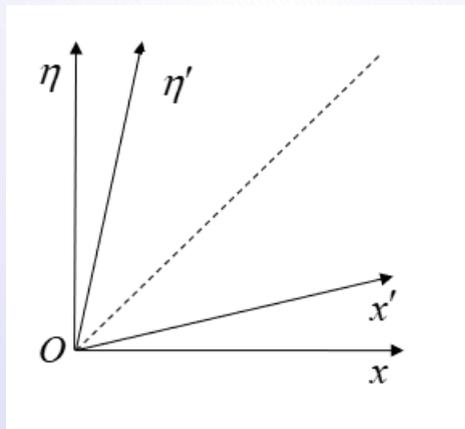
Закрыть

4 Запишите релятивистскую формулу сокращения длин.

### Задачи

1.1 Система  $K'$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ . Существует мировая точка, обладающая тем свойством, что находящиеся в ней часы систем  $K$  и  $K'$  показывают одно и то же время  $t = t'$ . Определите законы движения мировой точки: а)  $x(t)$  в системе  $K$ ; б)  $x'(t')$  в системе  $K'$ .

1.2\* Пусть на плоскости Минковского отображены 2 системы координат  $(x, \eta)$  и  $(x', \eta')$  (где  $\eta = ct$ ,  $\eta' = ct'$ ) с общим началом  $O$  (ограничимся только той областью, где  $x > 0$ ,  $\eta > 0$ ). Используя указанное построение (см. рисунок), дайте геометрическую интерпретацию эффектов: I) сокращения длин; II) замедления времени.



Рисунок



Начало

Содержание



Страница 267 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

1.3 Расстояние до звезды Проксима Центавра  $l = 4,24$  световых года. Предположим, что полет до этой звезды будет осуществляться с постоянной скоростью  $v = \sqrt{0,9999}c$ . Пренебрегая временем, затрачиваемым на разгон, а также считая, что 1 световой год равен  $9,46 \cdot 10^{15}$  м, дайте ответы на следующие вопросы. I. Какой промежуток времени занял бы такой полет в одну сторону: а) по земным часам; б) по часам, установленным на космическом корабле? II. Из расчета какой длительности путешествия (туда и обратно) следовало бы запастись продовольствием и другим снаряжением, если бы космонавт мог выдержать такой режим полета (см. также задачи 2.6 и 2.7)?

1.4 Собственное время жизни мюона  $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}c$ . Определите, с какой скоростью относительно Земли должен лететь мюон, чтобы пролететь расстояние: а)  $l = 30$  м; б)  $l = 30$  км. Сравните результаты, которые получаются в рамках: I) нерелятивистской кинематики; II) релятивистской кинематики. Сделайте выводы о том, какие из полученных результатов имеют физический смысл, и для каких расстояний нет существенного различия между нерелятивистскими и релятивистскими расчетами.

1.5 Пион, движущийся со скоростью  $v = \sqrt{0,99}c$ , пролетел от места своего рождения до места распада расстояние 78 м. Определите собственное время жизни этого мезона.

1.6 Космонавт, удаляясь на ракете от Земли, движется так, что его скорость в промежутке времени от 0 до  $c/\alpha$  изменяется по закону  $v = \sqrt{2\alpha ct - \alpha^2 t^2}$ . В момент старта земные часы и часы космонавта начинают отсчет времени от нулевого значения. К тому моменту, когда скорость ракеты относительно Земли станет равной  $v_0 = c\sqrt{3}/2$ , земные часы будут показывать время  $t_0$ , а часы космонавта – время  $t'_0$ . Вычислите: а)  $t_0$ ; б)  $t'_0$ .

1.7 Предположим, что три космических корабля 1, 2 и 3 стартовали с Земли с интервалом в  $\Delta\tau = 1$  год и совершают полет в одном направлении с одинаковой скоростью  $v = 0,5c$  относительно Земли (временем разгона пренебрегаем).



Начало

Содержание



Страница 268 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Командиры кораблей 1 и 3 сверяют свои часы по специальному радиосигналу с корабля 2. Определите, на какую величину  $\Delta t$  они ошибаются с точки зрения земного наблюдателя.

1.8 Длину стержня, движущегося вдоль своей оси в некоторой ИСО  $K$ , можно находить по следующему алгоритму: I) измерить промежуток времени  $\Delta t$ , в течение которого стержень проходит мимо фиксированной точки в этой ИСО; II) умножить полученный промежуток времени на скорость  $v$  стержня. Покажите, что при таком методе измерения получаемое значение длины  $l$  связано с собственным значением длины  $l_0$  обычным сокращением Лоренца.

1.9 Две частицы с одинаковыми скоростями  $v = 0,75c$  движутся по одной прямой и попадают в мишень. Одна из частиц попала в мишень позже другой на время  $\Delta\tau = 10^{-8}$  с. Найдите расстояние  $l$  между частицами в полете в системе отсчета, связанной с ними.

1.10 Найдите собственную длину стержня  $l_0$ , если в лабораторной ИСО его скорость равна  $c/2$ , длина  $l$ , а угол между стержнем и направлением движения равен  $45^\circ$ .

1.11 Найдите угол  $\alpha$  между диагоналями квадрата, движущегося со скоростью  $v = 2,7 \cdot 10^5$  км/с в направлении одной из своих сторон.

1.12 Система  $K'$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ , причем плоскости  $(xy)$  и  $(x'y')$  совмещены друг с другом. Некоторый треугольник покоится относительно ИСО  $K'$  в плоскости  $(x'y')$ . Пусть треугольник выглядит: I) прямоугольным равнобедренным в  $K$ , являясь равносторонним в  $K'$ ; II) равносторонним в  $K$ , являясь прямоугольным равнобедренным в  $K'$ . Определите для каждого случая: а) значение  $v$ ; б) расположение треугольника относительно направления своего движения в плоскости  $(xy)$ .

1.13 Решите задачу 1.12 для случаев, когда вместо треугольника рассматривается фигура, которая выглядит квадратом в  $K$ , являясь ромбом с меньшей диагональю,



Начало

Содержание



Страница 269 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

равной стороне, в  $K'$ . Определите: а) значение  $v$ ; б) расположение фигуры относительно направления своего движения в плоскости  $(xy)$ .

1.14 Решите задачу 1.12 для случаев, когда вместо треугольника рассматривается фигура, которая выглядит кругом в  $K$ , являясь эллипсом с эксцентриситетом  $e$  в  $K'$ . Определите для каждого случая: а) значение  $v$ ; б) расположение фигуры относительно направления своего движения в плоскости  $(xy)$ .

1.15 Взгляд наблюдателя, покоящегося в ИСО  $K$ , направлен перпендикулярно плоскости  $(xy)$ . В этой плоскости покоится прямоугольник, большая сторона которого параллельна оси  $x$ . Для того, чтобы наблюдатель вместо прямоугольника видел квадрат, можно либо повернуть прямоугольник на некоторый угол  $\alpha$ , либо привести прямоугольник в движение с некоторой скоростью  $v$ . Укажите: а) как именно должен осуществляться поворот на угол  $\alpha$ ; б) в каком направлении должен двигаться прямоугольник; в) какова взаимосвязь между  $v$  и  $\alpha$ ; г) зависит ли эта взаимосвязь от соотношения между сторонами покоящегося в ИСО  $K$  прямоугольника.



Начало

Содержание



Страница 270 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Занятие № 2. Тема: Преобразования скоростей и ускорений в СТО. Четырехмерный интервал

### Вопросы

- 1 Запишите формулу сложения (преобразования) скоростей в СТО.
- 2 Дайте определение четырехмерного интервала.
- 3 Сформулируйте основное свойство четырехмерного интервала.
- 4 Перечислите возможные типы интервалов и укажите, что возможно или невозможно для двух событий, разделенных такими интервалами.

### Задачи

2.1 Два одинаковых стержня, имеющих собственную длину  $l_0$ , движутся навстречу друг другу с равными скоростями  $v = 0,900c$  относительно лабораторной ИСО. Для каждого из стержней в системе отсчета, связанной с другим стержнем, найдите: а) абсолютное значение скорости  $u$ ; б) длину  $l$ .

2.2\* Пусть ИСО  $K'$  движется со скоростью  $v$  относительно системы  $K$  так, что направление скорости совпадает с направлением осей  $x$  и  $x'$ . Пусть движение частицы с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K$  происходит в плоскости  $(xy)$  со скоростью  $u$  под углом  $\theta$  к оси  $x$ , а с точки зрения наблюдателя в ИСО  $K'$  ее движение происходит в плоскости  $(x'y')$  со скоростью  $u'$  под углом  $\theta'$  к оси  $x'$ . Выразите: а)  $\theta'$  через  $\theta$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $\beta$ ; б)  $\theta$  через  $\theta'$ ,  $u'$ ,  $v$ ,  $\beta$ .

2.3\* Опираясь на условие и результаты предыдущей задачи, для 2 одинаковых частиц, образующихся в результате распада какой-либо другой частицы, которая двигалась со скоростью  $v$  (для них  $K'$  – это система центра инерции): а) покажите, что для угла разлета  $\Theta$  выполняется соотношение  $\cot \Theta = \frac{v^2 - (u')^2 + \beta^2 (u')^2 \sin^2 \theta'}{2vu' \sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta'}$ , где  $u'$  – абсолютное значение скорости каждой из образовавшихся частиц в ИСО



Начало

Содержание



Страница 271 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

$K'$ ; б) укажите, относительно какой переменной (обозначенной через  $\xi$ ) требуется исследовать выражение для  $\cos \Theta$  на экстремум для нахождения пределов изменения  $\Theta$ ; в) укажите пределы изменения этой переменной в соответствии с ее смыслом, указанным в условии задачи; г) найдите значение  $\xi^*$ , соответствующее экстремуму; д) найдите пределы изменения  $\Theta$  в зависимости от соотношения между  $v$  и  $u'$ .

2.4 Среда с показателем преломления  $n$  движется со скоростью  $v$  относительно некоторой ИСО  $K$ . В этой среде распространяется электромагнитная волна (свет). Найдите скорость волны  $u$  в ИСО  $K$ . Считайте, что  $v \ll c$ , при расчете можно ограничиваться слагаемыми первого порядка малости относительно  $v/c$ .

2.5 Система  $K'$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ . Пусть некоторый объект движется вдоль осей  $x$  и  $x'$ , причем  $u$  – скорость объекта,  $a$  – его ускорение. Получите формулу преобразования ускорения при переходе от  $K$  к  $K'$ .

2.6 Космический корабль начинает двигаться с ускорением  $a' = 10g$  ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ), постоянным в ИСО  $K'$ , связанной в каждый момент времени с кораблем ( $K'$  – сопутствующая ИСО). Разгон продолжается по земным часам в течение времени  $t$ . Определите в случае, если  $t = 365$  суток: а) скорость корабля  $v$  в конце разгона; б) путь  $x$ , пройденный к этому моменту (путь выразить в метрах и световых годах, считая, что 1 световой год равен  $9,46 \cdot 10^{15} \text{ м}$ ).

2.7\* Расстояние до звезды Проксима Центавра  $l = 4,24$  световых года. Предположим, что, отправляясь в полет до этой звезды, космический корабль начинает двигаться с ускорением  $a' = \eta g$  ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ), постоянным в ИСО  $K'$ , связанной в каждый момент времени с кораблем ( $K'$  – сопутствующая ИСО), причем значение скорости  $v_1 = \sqrt{0,9999}c$ , указанное в задаче 1.3, достигается вблизи звезды Проксима Центавра. Считая, что 1 световой год равен  $9,46 \cdot 10^{15} \text{ м}$ , определите: Г) а) значение  $\eta$  (сравните  $a'$  со значением ускорения в задаче 2.6); б) отношение  $a'$  к  $a_1 = 6g$  (предельное ускорение, которое еще теоретически может выдержать человеческий организм при длительном воздействии); в) отношение  $a'$  к  $a_2 = 4g$



Начало

Содержание



Страница 272 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

(предельное ускорение, при котором человеческий организм еще теоретически может сохранить работоспособность в случае длительного воздействия); II) промежуток времени (сравните с ответами к задаче 1.3), который занял бы такой полет в одну сторону: а) по земным часам ( $t_1$ ); б) по часам, установленным на космическом корабле ( $t'_1$ ).

2.8\* Измените условие задачи 2.7, полагая, что расстояние  $l$  осталось прежним, а полет осуществляется с ускорением  $a' = 4g$  ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ), постоянным в ИСО  $K'$ , связанной в каждый момент времени с кораблем ( $K'$  – сопутствующая ИСО). Определите: I) значение скорости  $v$  (в единицах скорости света), которое будет достигнуто при максимальном сближении со звездой Проксима Центавра; II) промежуток времени, который занял бы такой полет в одну сторону: а) по земным часам ( $t_1$ ); б) по часам, установленным на космическом корабле ( $t'_1$ ).

2.9\* В выражении для силы реакции излучения в ИСО  $K$  присутствует производная ускорения по времени  $da/dt$ . Пусть  $u$  – скорость частицы в ИСО  $K$ , движение происходит вдоль положительного направления оси  $x$ , ИСО  $K'$  движется в том же направлении со скоростью  $v$ . Выразите  $da'/dt'$  в ИСО  $K'$  через  $da/dt$ ,  $a$ ,  $u$ ,  $v$ .

2.10\* Для описания движения элементарных частиц со скоростями, близкими к  $c$ , удобно вместо скорости  $u$  использовать величину, которая называется быстротой (гиперскоростью) и определяется как  $y = \text{arth}\beta_u = 0.5 \ln((1 + \beta_u)/(1 - \beta_u))$ ,  $\beta_u = u/c$ . Пусть  $y$  – гиперскорость частицы в ИСО  $K$ , движение происходит вдоль положительного направления оси  $x$ , ИСО  $K'$  движется в том же направлении со скоростью  $v$ . Кроме того,  $y'$  – гиперскорость частицы в ИСО  $K'$ ,  $y_0$  – гиперскорость ИСО  $K'$  относительно  $K$ . Используя релятивистский закон сложения скоростей, покажите, что выполняется соотношение  $y' = y - y_0$ .

2.11 Докажите инвариантность четырехмерного интервала относительно преобразований Лоренца ( $(S')^2 = S^2$ ).

2.12 В ИСО  $K$  два события произошли на расстоянии  $3,0 \cdot 10^6$  км друг от



Начало

Содержание



Страница 273 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

друга, причем второе событие произошло спустя 15 с после первого. Выясните: а) существует ли ИСО  $K'$ , в которой оба события произошли в одной пространственной точке; б) чему равен промежуток времени  $\Delta t$  между событиями в такой системе  $K'$ ; в) какова скорость  $v$  системы  $K'$  относительно  $K$ .

2.13 В ИСО  $K$  событие  $B$  произошло через 1 с после события  $A$  на расстоянии  $6,0 \cdot 10^5$  км от него. Выясните: а) существует ли ИСО  $K'$ , в которой события  $A$  и  $B$  одновременны; б) чему равно пространственное расстояние  $l_0$  между  $A$  и  $B$  в такой системе  $K'$ .

2.14\* В системе отсчета  $K$ , связанной с Землей, человек вышел из дома (событие 2) через  $\Delta t = 5$  минут после отхода поезда от станции (событие 1). Однако в некоторой другой ИСО  $K'$  поезд отходит от станции через  $\Delta t' = 10$  минут после выхода человека из дома. Покажите, что человек не может воспользоваться этой системой отсчета, чтобы успеть на поезд.

2.15 50-летний человек отправился в межзвездную экспедицию и через 41 год высадился на планете, которая находится на расстоянии 40 световых лет от Земли (данные приводятся в системе отсчета, связанной с Землей). Определите, в каком возрасте  $\tau$  он вступил на эту планету, считая, что космический корабль двигался равномерно.



Начало

Содержание



Страница 274 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## Занятие № 3. Тема: Четырехмерный математический аппарат СТО. Релятивистская электродинамика

### Вопросы

- 1 Запишите преобразования Лоренца для произвольного 4-мерного вектора в матричной форме.
- 2 Дайте определение четырехмерного вектора плотности тока  $j_\mu$  и запишите закон преобразования его компонент.
- 3 Дайте определение четырехмерного потенциала  $A_\mu$  и запишите закон преобразования его компонент.
- 4 Запишите выражение для тензора электромагнитного поля.
- 5 Запишите закон сохранения заряда в лоренц-ковариантной форме.
- 6 Запишите уравнения второго порядка для потенциалов электромагнитного поля в ковариантной форме.
- 7 Запишите уравнения Максвелла в четырехмерной форме.
- 8 Запишите формулы преобразований Лоренца для электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{B}$  полей.
- 9 Запишите выражения для инвариантов электромагнитного поля.
- 10 Запишите формулу для оптического эффекта Доплера.
- 11 Запишите формулу для аберрации света.

### Задачи

- 3.1\* Из матрицы Лоренца получите обратную матрицу.
- 3.2 Опираясь на матричную форму записи, запишите в явном виде: а) формулы прямых преобразований Лоренца; б) формулы обратных преобразований Лоренца.
- 3.3 Выведите в явном виде формулы преобразований Лоренца для составляющих



Начало

Содержание



Страница 275 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

вектора: а) напряженности электрического поля  $\vec{E}$ ; б) индукции магнитного поля  $\vec{B}$ .

3.4 Докажите лоренц-инвариантность комбинаций векторов электромагнитного поля: а)  $\vec{E} \cdot \vec{B}$ ; б)  $\vec{E}^2 - \vec{B}^2$ .

3.5 В ИСО  $K$  электрическое и магнитное поля взаимно перпендикулярны:  $(\vec{E} \perp \vec{B})$ , а в ИСО  $K'$  имеется только электрическое или только магнитное поле. Получите выражение для скорости  $v$ , с которой относительно  $K$  должна двигаться система  $K'$ . Найти величину этих полей. Всегда ли задача имеет решение?

3.6\* В ИСО  $K$  угол между направлениями векторов напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и индукции магнитного поля  $\vec{B}$  произвольный (модули этих векторов обозначим, соответственно, через  $E$  и  $B$ ), а в ИСО  $K'$  эти векторы параллельны. Получите: а) уравнение для скорости  $\vec{v}$ , с которой относительно  $K$  должна двигаться система  $K'$ ; б) выражение для абсолютной величины  $v$ .

3.7 Найдите потенциалы  $\varphi$  и  $\vec{A}$  точечного заряда  $e$ , движущегося равномерно со скоростью  $v$ , произведя преобразования Лоренца от системы отсчета, в которой заряд покоится.

3.8\* Покажите соответствие между четырехмерной и трехмерной формами записи для: а) уравнений д'Аламбера; б) первой пары уравнений Максвелла; в) второй пары уравнений Максвелла; г) уравнений, выражающих компоненты  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  через компоненты векторного потенциала  $\vec{A}$ .

3.9\* Из векторов напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и индукции магнитного поля  $\vec{B}$  можно составить комплексный вектор  $\vec{G} = \vec{E} + i\vec{B}$  в ИСО  $K$  и аналогичный вектор  $\vec{G}' = \vec{E}' + i\vec{B}'$  в ИСО  $K'$ . Для этих векторов выведите явный вид матрицы  $\Lambda$  ( $3 \times 3$ ), зависящей от параметра  $\varphi = \text{arth}\beta$ , с помощью которой можно записать преобразования Лоренца (если ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ ) в виде  $\vec{G}' = \Lambda \vec{G}$ .

3.10 Для вектора  $\vec{G} = \vec{E} + i\vec{B}$  из задачи 3.9 докажите инвариантность величины  $\vec{G}^2$  относительно преобразований Лоренца.

3.11 Определите, с какой скоростью  $v$  удаляется от нас некоторая звездная



Начало

Содержание



Страница 276 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

система, если линия водорода  $4340 \text{ \AA}$  в ее спектре смещена в красную сторону на  $1300 \text{ \AA}$ .

3.12 Найдите частоту  $\omega$  световой волны, наблюдаемую при поперечном эффекте Доплера (направление распространения света перпендикулярно к направлению движения источника в системе отсчета, связанной с наблюдателем). Каково направление распространения рассматриваемой волны в системе отсчета, связанной с источником?

3.13 Одна из спектральных линий, испускаемых ионами  $He$ , имеет длину волны  $0,41 \cdot 10^{-6}$  м. Найдите доплеровское смещение этой линии, если наблюдать ее под углом  $\alpha = 30^\circ$  к пучку ионов, движущихся со скоростью  $v = 5 \cdot 10^4$  км/с.

3.14\* Пусть  $\alpha$  – угол между волновым вектором и осью  $x$  в системе  $K$ ,  $\alpha'$  – угол между волновым вектором и осью  $x'$  в системе  $K'$ . Выведите формулы, описывающую эффект Доплера.

3.15\* Пусть  $\alpha$  – угол между волновым вектором и осью  $x$  в системе  $K$ ,  $\alpha'$  – угол между волновым вектором и осью  $x'$  в системе  $K'$ . Выведите формулы, описывающую аберрацию света.



Начало

Содержание



Страница 277 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Занятие № 4. Тема: Релятивистская связь между скоростью, импульсом, кинетической энергией и полной энергией. Релятивистское уравнение движения

### Вопросы

1 Пусть известны масса покоя  $m_0$  и отношение  $\beta = \frac{v}{c}$ . Запишите релятивистские формулы, с помощью которых можно через  $m_0$ ,  $\beta$  и скорость света в вакууме выразить: а) импульс  $p$ ; б) кинетическую энергию  $\varepsilon_k$ ; в) полную энергию  $\varepsilon$ .

2 Пусть известны масса покоя  $m_0$  и лоренц-фактор  $\gamma$ . Запишите релятивистские формулы, с помощью которых можно через  $m_0$ ,  $\gamma$  и скорость света в вакууме выразить: а) кинетическую энергию  $\varepsilon_k$ ; б) полную энергию  $\varepsilon$ .

3 Пусть известна масса покоя  $m_0$ . Запишите релятивистские формулы, с помощью которых можно выразить полную энергию  $\varepsilon$  через  $m_0$ , скорость света в вакууме и: а) кинетическую энергию  $\varepsilon_k$ ; б) импульс  $p$ .

4 Запишите трехмерную часть релятивистского уравнения движения.

### Задачи

4.1 Найдите значение скорости  $v$  (в единицах скорости света в вакууме), которую необходимо сообщить телу, чтобы его плотность возросла на 10%. Рассмотрите случаи, когда плотность определяется через массу: I)  $m_0$ , не зависящую от скорости; II)  $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$ , зависящую от скорости.

4.2 Ракета с массой покоя 100 тонн движется к удаленной звездной системе со скоростью  $v = \sqrt{0,99}c$ . Требуется: а) найти необходимые затраты энергии  $\varepsilon$  для обеспечения такого полета; б) сравнить полученное значение с энергией  $\varepsilon' = 2,5 \cdot 10^{13}$  кВт·ч, вырабатываемой всеми электростанциями мира за 1 год.

4.3 Пусть электрон прошёл в ускоряющем электрическом поле разность потенциалов  $\Delta U = 10^6$  В. Определите, каким после этого будет: а) увеличение массы



Начало

Содержание



Страница 278 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

электрона  $\Delta m$ ; б) значение скорости электрона  $v$ .

4.4 Найдите значение скорости  $v$  (в единицах скорости света в вакууме), до которой нужно разогнать ядро  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , чтобы его полная энергия была равна суммарной энергии покоя всех протонов и нейтронов, входящих в его состав. Массы покоя (в а.е.м.) протона  $m_p = 1,00728$ , нейтрона  $m_n = 1,00867$  и ядра  ${}_{92}^{235}\text{U}$   $m_U = 235,04393$ .

4.5 Пусть известна масса покоя частицы  $m_0$ . Выведите релятивистские формулы, с помощью которых можно (с использованием  $m_0$  и скорости света в вакууме) выразить: а) импульс частицы  $p$  через ее кинетическую энергию  $\varepsilon_k$ ; б) импульс частицы  $p$  через лоренц-фактор  $\gamma$ ; в) импульс частицы  $p$  через полную энергию  $\varepsilon$ ; г) кинетическую энергию частицы  $\varepsilon_k$  через ее импульс  $p$ .

4.6\* Частица с массой покоя  $m_0$  начинает двигаться в момент времени  $t = 0$  под действием постоянной силы  $F$ . Найдите, как зависят от времени  $t$ : а) скорость частицы  $v$ ; б) пройденный ею путь  $s$ . Сравните случаи: I) нерелятивистский ( $NR$ ); II) релятивистский ( $R$ ).

4.7\* Используя релятивистскую запись 2-го закона Ньютона  $\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \vec{F}$ , выполните следующие задания: I) а) приведите указанное уравнение к выражению вида  $\vec{F} = \mu \vec{a}$  (по аналогии с нерелятивистским случаем), где величина  $\mu$ , в отличие от нерелятивистского случая, является не скаляром, а тензором и имеет вид

$$\mu = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{c^2 (1 - \beta^2)} \begin{pmatrix} v_x^2 & v_x v_y & v_x v_z \\ v_y v_x & v_y^2 & v_y v_z \\ v_z v_x & v_z v_y & v_z^2 \end{pmatrix} \right),$$

где  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$  – скорость частицы; б) распишите полученное уравнение в явном векторном виде без использования тензоров и производных; II) дайте ответы на вопросы: а) каким основным свойством обладает тензор; б) являются ли в общем случае векторы  $\vec{F}$  и  $\vec{a}$  параллельными друг другу, т.е. можно ли рассматривать



Начало

Содержание



Страница 279 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

величину  $\mu$  как коэффициент пропорциональности между  $\vec{F}$  и  $\vec{a}$  (ответ обоснуйте);  
III) выполните обратные преобразования: а) получите выражение для обратной матрицы  $\mu^{-1}$ ; б) распишите полученное уравнение в явном векторном виде без использования тензора обратной массы.

4.8\* Опираясь на результаты предыдущей задачи, получите выражение для  $\mu$  в частных случаях, когда: а)  $\vec{v} \perp \vec{a}$ ; б)  $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{a}$ .

4.9\* Релятивистская частица, движущаяся со скоростью  $v$  относительно лабораторной системы  $K$ , распадается на лету на две частицы. Обозначим: 1) через  $m_0$  массу покоя одной из этих частиц; 2) через  $\theta$ ,  $\varepsilon$ ,  $p_x$ ,  $p_y$ , соответственно, угол ее вылета (по отношению к направлению движения первоначальной частицы), ее полную энергию и компоненты вектора импульса  $\vec{p} = \vec{i}p_x + \vec{j}p_y$  в системе  $K$ , 3) через  $\varepsilon'$  и  $u'$ , соответственно, ее полную энергию и скорость в системе центра инерции  $K'$ .  
I. Найдите: а) выражения (через  $v$ ,  $\theta$ ,  $m_0$ ,  $\varepsilon'$  и скорость света) для коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  уравнения  $a_1\varepsilon^2 + a_2\varepsilon + a_3 = 0$ , которое получается из преобразований Лоренца для  $\varepsilon'$  с учетом связи между  $\varepsilon$  и  $p = |\vec{p}|$ ; б) выражение для  $u'$  через  $m_0$ ,  $\varepsilon'$  и скорость света. II. Для вектора  $\vec{p}$ : а) покажите, что геометрическим местом его концов является эллипс на плоскости  $(p_x, p_y)$ ; б) считая, что начало координат совпадает с началом вектора  $\vec{p}$ , найдите параметры этого эллипса (большую полуось  $a$ , малую полуось  $b$ , смещение  $p_{x0}$  центра эллипса по оси  $x$ ).

4.10\* Для задачи 4.9 рассмотрите случаи, когда уравнение  $a_1\varepsilon^2 + a_2\varepsilon + a_3 = 0$  имеет: I) 1 положительный корень; II) 2 положительных корня. Для каждого случая: а) определите условие его реализации (в виде неравенства относительно  $v$  и  $u'$ ); б) определите диапазон допустимых значений  $\theta$ ; в) в соответствии с частью II задачи 4.9, укажите особенность расположения эллипса относительно начала координат; г) укажите исходное неравенство, из которого получается результат пункта в).

4.11\* Частица с массой покоя  $m_0$  и зарядом  $e$  движется в плоскости  $(xy)$  под действием постоянного электрического поля с напряженностью  $E$ , направленного по оси  $x$ . В момент времени  $t = 0$  частица находится в начале координат, ее



Начало

Содержание



Страница 280 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

импульс направлен по оси  $y$  и по абсолютной величине равен  $p_0$ . Определите: а) зависимость  $x(t)$ ; б) зависимость  $y(t)$ ; в) уравнение траектории движения частицы в виде  $x(y)$ ; г) название траектории с геометрической точки зрения. Сравните случаи: I) нерелятивистский ( $NR$ ); II) релятивистский ( $R$ ).

4.12\* Для релятивистской частицы, у которой скорость  $\vec{v}$ , а полная энергия  $\varepsilon$ , докажите соотношения для производных по времени  $t$ : а)  $d\varepsilon/dt = \vec{v} \cdot d\vec{p}/dt$  ( $\vec{p}$  – импульс частицы); б)  $d\vec{v}/dt = (c^2 d\vec{p}/dt - \vec{v} d\varepsilon/dt) / \varepsilon$ ; в)  $d\varepsilon/dt = e\vec{E} \cdot \vec{v}$  (для частицы с зарядом  $e$ , движущейся одновременно в электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  и в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ ; т.е. результат не должен зависеть от  $\vec{B}$ ).

4.13\* Для релятивистской частицы, у которой скорость  $\vec{v}$ , масса  $m_0$ , заряд  $e$ , движущейся одновременно в электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  и в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , получите соотношение  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m_0} \sqrt{1 - \beta^2} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{B}] - \frac{1}{c^2} \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{E}) \right)$ .

4.14 Релятивистский электрон (масса  $m_e$ , заряд  $e$ ) движется по круговой орбите в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 5,0$  кГс. Найти: а) период его обращения  $\tau$ , если кинетическая энергия  $\varepsilon_k = 10,0$  МэВ; б) радиус его орбиты  $r$ , если кинетическая энергия  $\varepsilon_k = 10,0$  МэВ; в) кинетическую энергию  $\varepsilon_k$ , если радиус орбиты  $r = 10,0$  см.

4.15\* Источник моноэнергетических релятивистских бета-частиц (масса которых  $m_e$ , заряд  $e$ ) находится на оси соленоида. Известно, что бета-частицы, испускаемые под углом  $\alpha = 30^\circ$  к оси соленоида, фокусируются в точке, находящейся на расстоянии  $l = 50$  см от источника, при минимальном значении индукции магнитного поля  $B = 400$  Гс. Найти кинетическую энергию  $\varepsilon_k$  бета-частиц.



Начало

Содержание



Страница 281 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

## Занятие № 5. Тема: Законы сохранения энергии и импульса в СТО

### Вопросы

1 Приведите релятивистскую формулировку закона сохранения энергии и импульса.

2 Пусть ИСО  $K'$  движется со скоростью  $v$  относительно системы  $K$  так, что направление скорости совпадает с направлением осей  $x$  и  $x'$ . Запишите прямые и обратные преобразования Лоренца для полной энергии  $\varepsilon$  и составляющих импульса  $\vec{p}$  какой-либо частицы: а) в виде системы уравнений; б) в матричной форме.

### Задачи

5.1 Релятивистская частица с массой покоя  $m_0$  и кинетической энергией  $\varepsilon_k$ , налетает в лабораторной системе  $K$  на покоящуюся частицу с той же массой покоя. Рассмотрите следующие ситуации. I. В случае неупругого соударения исходных частиц для составной частицы, которая образовалась в результате соударения, найдите: а) скорость  $v$ ; б) массу покоя  $M_0$ , выраженную через  $m_0$ ,  $\varepsilon_k$  и скорость света. II. В случае упругого рассеяния найдите: а) кинетические энергии частиц  $\varepsilon'_{1k}$  и  $\varepsilon'_{2k}$  в системе центра инерции  $K'$ ; б) кинетическую энергию  $\varepsilon'_k$  относительного движения частиц в системе  $K'$ ; в) кинетические энергии частиц  $p'_1$  и  $p'_2$  в системе  $K'$ ; г) скорость  $v_{Ц}$  ИСО  $K'$  относительно ИСО  $K$ .

5.2 Пусть в результате аннигиляции электронно-позитронной пары (массы электрона и позитрона равны одной и той же величине  $m_0$ ) образуется два гамма-кванта. I. Для каждого из этих гамма-квантов определите в системе центра инерции: а) частоту  $\omega$ ; б) длину волны  $\lambda$ . II. Покажите, что в отсутствие внешних полей



Начало

Содержание



Страница 282 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

аннигиляция с рождением одного гамма-кванта запрещена законами сохранения энергии и импульса.

5.3 Докажите, что свободный электрон не может: а) излучить фотон; б) поглотить фотон.

5.4 Найдите частоту гамма-кванта, излучаемого покоящимся возбужденным ядром с массой покоя  $m_0$ , если энергия возбуждения ядра равна  $\Delta\varepsilon$ .

5.5 При соударении протона ( $m_p c^2 = 938,3$  МэВ) с кинетической энергией не менее 6 ГэВ, с неподвижным протоном возможно образование новой пары протон-антипротон (уравнение реакции имеет вид  $p+p \rightarrow p+p+p+\bar{p}$ ). Определите, с какими минимальными одинаковыми кинетическими энергиями  $\varepsilon_{k \min}$  должны двигаться два протона навстречу друг другу, чтобы при их столкновении могла иметь место указанная реакция.

5.6\* Находящаяся в состоянии покоя релятивистская частица с массой покоя  $M_0$  распадается на 2 частицы с массами покоя  $m_{01}$  и  $m_{02}$ . Выведите формулы в системе центра инерции: а) для полных энергий  $\varepsilon'_1$  и  $\varepsilon'_2$  образовавшихся частиц; б) для кинетических энергий  $\varepsilon'_{1k}$  и  $\varepsilon'_{2k}$  образовавшихся частиц; в) для импульсов  $p'_1$  и  $p'_2$  образовавшихся частиц.

5.7\* Релятивистская частица  $A$  с массой покоя  $m_{0A}$  налетает на покоящуюся частицу  $B$  с массой покоя  $m_{0B}$ , в результате чего происходит реакция  $A+B \rightarrow \sum_{i=1}^n C_i$ , где  $C_i$  – конечные частицы,  $n$  – их общее количество,  $n \geq 1$ . Получите: а) формулу для пороговой кинетической энергии  $\varepsilon_k^{nop}$ , необходимой для такой реакции, если  $m_{0C}$  – суммарная масса покоя образовавшихся частиц; б) значения  $m_{0C}c^2$ , если  $C$  – резонанс, возникающий в результате столкновения с покоящимся протоном ( $m_p c^2 = 938,3$  МэВ)  $\pi^+$ -мезона ( $m_{\pi} c^2 = 139,6$  МэВ) в тех случаях, когда кинетическая энергия  $\pi^+$ -мезона  $\varepsilon_{\pi k}$  принимает значения 198 МэВ, 600 МэВ и 900 МэВ.

5.8\* Найдите пороговое значение  $\varepsilon_{nop}$  энергии гамма-кванта, необходимое для рождения мезонной пары  $\pi^+\pi^-$  ( $m_{\pi} c^2 = 139,6$  МэВ) в поле покоящегося протона



Начало

Содержание



Страница 283 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

$(m_p c^2 = 938,3 \text{ МэВ})$ .

5.9\* Отрицательный мюон ( $m_\mu c^2 = 105,7 \text{ МэВ}$ ), кинетическая энергия которого  $\varepsilon_{\mu k} = 100 \text{ МэВ}$ , испытал упругое лобовое соударение с покоившимся электроном ( $m_e c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ ). Найти кинетическую энергию электрона отдачи  $\varepsilon_{ek}$ .

5.10\* Релятивистский  $K^0$ -мезон ( $m_K c^2 = 497,8 \text{ МэВ}$ ) с кинетической энергией  $\varepsilon_k$  распадается на лету на  $2\pi^0$ -мезона ( $m_\pi c^2 = 135,0 \text{ МэВ}$ ). I. Найдите: а) значение  $\varepsilon_k$ , при котором 1 из возникающих  $\pi^0$ -мезонов может оказаться в состоянии покоя; б) угол  $\theta$  между направлениями симметрично разлетающихся  $\pi^0$ -мезонов, если  $\varepsilon_k = 100 \text{ МэВ}$ . II. Затем 1 из образовавшихся  $\pi^0$ -мезонов, обладая кинетической энергией  $\varepsilon_{\pi k} = m_\pi c^2$ , распадается на лету на 2 гамма-кванта. Найдите: а) значения энергий  $\varepsilon_{\gamma 1}$  и  $\varepsilon_{\gamma 2}$  гамма-квантов, соответствующие минимальному углу разлета; б) минимально возможный угол  $\theta_{\min}$  между направлениями разлета гамма-квантов; в) минимально возможное ( $\varepsilon_{\min}$ ) и максимально возможное ( $\varepsilon_{\max}$ ) значение энергии каждого гамма-кванта.

5.11\* Проанализируйте следующую последовательность превращений. I. Остановившийся (по отношению к лабораторной системе  $K$ )  $\Sigma^-$ -гиперон ( $m_\Sigma c^2 = 1197 \text{ МэВ}$ ) распался на нейтрон ( $m_n c^2 = 939,6 \text{ МэВ}$ ) и  $\pi^-$ -мезон ( $m_\pi c^2 = 139,6 \text{ МэВ}$ ). Определите: а) угол разлета  $\theta$  между нейтроном и пионом; б) скорость движения  $v$  системы центра инерции  $K'$  относительно  $K$ ; в) произведение импульса пиона на скорость света  $cp_\pi$ ; г) кинетическую энергию пиона  $\varepsilon_{\pi k}$ . II. После того, как кинетическая энергия пиона вследствие взаимодействия со средой уменьшилась до значения  $\varepsilon_k = 50,0 \text{ МэВ}$ , он распался на лету на мюон ( $m_\mu c^2 = 105,7 \text{ МэВ}$ ) и нейтрино ( $m_\nu \approx 0$ ). Известно, что угол вылета нейтрино  $\theta_\nu = 90^\circ$ . Найдите угол вылета мюона  $\theta_\mu$ . III. После того, как мюон в результате взаимодействия со средой достиг состояния покоя, он распался, причем одной из возникших частиц был электрон ( $m_e c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ ). Определите: а) условие, при котором достигаются максимальные значения кинетической энергии электрона  $\varepsilon_{ek \max}$  и произведения его импульса на скорость света  $cp_{e \max}$ ; б) значение  $\varepsilon_{ek \max}$ ;



Начало

Содержание



Страница 284 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

в) значение  $cp_{e\max}$ . IV. После того, как электрон в результате взаимодействия со средой достиг состояния покоя, на него налетел позитрон ( $m_e c^2 = 0,511$  МэВ) с кинетической энергией  $\varepsilon_k$ , в результате чего произошла аннигиляция с возникновением 2 гамма-квантов, энергия одного из которых в  $n$  раз больше энергии другого. Пусть  $\theta$  – угол между направлениями разлета гамма-квантов. Найдите: а) общее выражение для  $\cos \theta$  через  $\varepsilon_k$ ,  $m_e$ ,  $n$  и скорость света; б) значение  $\theta$ , если  $n = 2$ ,  $\varepsilon_k = m_e c^2$ .

5.12\*  $\Sigma^+$ -гиперон ( $m_\Sigma c^2 = 1189,4$  МэВ), значение импульса  $p_\Sigma$  которого таково, что  $cp_\Sigma = 900,0$  МэВ, распался на лету на  $\pi^+$ -мезон ( $m_\pi c^2 = 139,6$  МэВ) и некоторую нейтральную частицу. Пион вылетел под углом  $\theta = 60,00^\circ$  к первоначальному направлению движения гиперона; значение импульса пиона  $p_\pi$  таково, что  $cp_\pi = 202,4$  МэВ. Найдите: а) значение  $m_0 c^2$  для нейтральной частицы ( $m_0$  – ее масса покоя); б) энергию данного распада  $Q$ .

5.13\* В результате распада некоторой нейтральной частицы обнаружены протон ( $m_p c^2 = 938,3$  МэВ) и  $\pi^-$ -мезон ( $m_\pi c^2 = 139,6$  МэВ), угол между направлениями разлета которых в лабораторной ИСО  $K$   $\theta = 60,00^\circ$ . Значения импульсов  $p_p$  и  $p_\pi$  обнаруженных частиц в ИСО  $K$  таковы, что  $cp_p = 451,0$  МэВ,  $cp_\pi = 136,0$  МэВ. Других продуктов распада нет. Определите: а) в каком состоянии произошел распад – в состоянии покоя или на лету; б) энергию покоя  $M_0 c^2$  исходной частицы.

5.14\* Релятивистская частица с массой покоя  $m_{01}$  и импульсом  $\vec{p}_1$  относительно лабораторной системы  $K$  налетает на покоящуюся частицу с массой покоя  $m_{02}$ . I. Выполните задания: а) найдите абсолютную величину скорости  $v$  системы центра инерции  $K'$ ; б) найдите абсолютную величину скорости  $u_2$  2-й частицы в ИСО  $K'$  до столкновения; в) найдите абсолютную величину импульса  $p'_2$  2-й частицы до столкновения; г) покажите, что абсолютные величины импульсов  $p'_1$  и  $q'_1$  1-й частицы в ИСО  $K'$  до и после столкновения, а также абсолютная величина импульса  $q'_2$  2-й частицы в ИСО  $K'$  после столкновения равны между собой и равны  $p'_2$ ; д) укажите пределы, в которых может меняться значение угла вылета 1-й частицы



Начало

Содержание



Страница 285 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

после рассеяния в зависимости от соотношения между  $m_{01}$  и  $m_{02}$ ; II. Обозначим через  $\vec{q}_1$  и  $\vec{q}_2$  импульсы обеих частиц в ИСО  $K$  после столкновения, точкой  $A$  – начало векторов  $\vec{p}_1$  и  $\vec{q}_1$ , точкой  $B$  – концы векторов  $\vec{p}_1$  и  $\vec{q}_2$ , точкой  $C$  – конец вектора  $\vec{q}_1$  и начало вектора  $\vec{q}_2$ . Для указанного построения: а) покажите, что геометрическим местом точек  $C$  является эллипс на плоскости  $(q_x, q_y)$ ; б) считая, что начало координат соответствует точке  $A$ , найдите параметры этого эллипса (большую полуось  $a$ , малую полуось  $b$ , смещение  $q_{x0}$  центра эллипса по оси  $x$ ); в) укажите особенность расположения эллипса относительно начала координат в зависимости от соотношения между  $m_{01}$  и  $m_{02}$ .

5.15 Пусть  $m_0$  – масса ракеты в момент начала движения из состояния покоя,  $v$  – ее скорость в данный момент времени,  $v_{отн}$  – скорость истечения газов относительно ракеты в процессе полета,  $m$  – масса ракеты в момент достижения ею скорости  $v$ . I. Покажите, что: а) формула Циолковского имеет вид  $m = m_0 \exp(-v/v_{отн})$  в нерелятивистском случае; б)\* формула Циолковского имеет вид  $m = m_0 ((1 + \beta) / (1 - \beta))^{-c/(2v_{отн})}$  в релятивистском случае; в) при малых скоростях релятивистская формула Циолковского переходит в нерелятивистскую. II. Пусть в конце разгона  $\beta = 0.25$ ,  $m = 10^3$  кг. Найдите значение  $m_0$  и отношение  $m_0/M$  (где  $M = 10^{53}$  кг – оцениваемая масса Метагалактики) в случае: а) нерелятивистском; б) релятивистском. III. Перечислите факторы, влияющие на изменение массы ракеты в процессе полета и укажите, в какую сторону меняется масса под влиянием каждого из них (в том числе в зависимости от того, считается масса зависящей от скорости или нет).



Начало

Содержание



Страница 286 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



# ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧАМ

## Ответы и указания к задачам занятия № 1

1.1 а)  $x(t) = \frac{c^2}{v} (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) t$ ; б)  $x'(t') = \frac{c^2}{v} (\sqrt{1 - \beta^2} - 1) t'$ .

1.2\* Общий алгоритм указан в таблицах ниже. 1) Дальнейшие построения (для каждого случая можно на отдельном рисунке).

Случай	I	II
Строим гиперболу	$x^2 - \eta^2 = 1$	$\eta^2 - x^2 = 1$
Это то же самое, что и	$(x')^2 - (\eta')^2 = 1$	$(\eta')^2 - (x')^2 = 1$
Гипербола пересекает	ось $Ox$ в точке $A$	ось $O\eta$ в точке $B$
	ось $Ox'$ в точке $A'$	ось $O\eta'$ в точке $B'$
Проводим прямую	через точку $A$ параллельно $O\eta$	через точку $B$ параллельно $Ox'$
Она пересекает	ось $Ox'$ в точке $A''$	ось $O\eta'$ в точке $B'''$
Проводим прямую	через точку $A'$ параллельно $O\eta'$	через точку $B'$ параллельно $Ox$

Начало

Содержание



Страница 287 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Они пересекают	ось $Ox$ в точке $A'''$	ось $O\eta$ в точке $B''$
----------------	-------------------------	---------------------------

2) Анализируем случай I.

ИСО		$K(x, \eta)$	$K'(x', \eta')$
Отрезок единичной длины в ней		$OA$	$OA'$
Он выглядит с точки зрения наблюдателя	в $K$ как	$OA = 1$	$OA''' < OA = 1$
	в $K'$ как	$OA'' < OA' = 1$	$OA' = 1$

3) Анализируем случай II.

ИСО		$K(x, \eta)$	$K'(x', \eta')$
Отрезок единичной длины в ней		$OB$	$OB'$
Он выглядит с точки зрения наблюдателя	в $K$ как	$OB = 1$	$OB'' > OB = 1$
	в $K'$ как	$OB''' > OB' = 1$	$OB' = 1$

1.3 I. а) 4,24 года; б) 15,5 суток. II. 31,0 суток.

1.4 I) а)  $v = l/\tau_0 = 0,0455c$ ; б)  $v = l/\tau_0 = 45,5c$ ; II) а)  $v = c/\sqrt{1 + c^2\tau_0^2/l^2} = 0,0454c$ . б)  $v = c/\sqrt{1 + c^2\tau_0^2/l^2} = 0,9998c$ .

1.5  $2,6 \cdot 10^{-8}$  с. 1.6 а)  $t_0 = \frac{c}{2\alpha}$ ; б)  $t'_0 = \frac{3c}{8\alpha}$ . 1.7  $\Delta t = \frac{2\beta^2\Delta\tau}{1 - \beta^2} = \frac{2}{3}$  года.

1.8 I) 1) Пусть 1-е событие – прохождение начала стержня мимо указанной точки, 2-е событие – прохождение конца стержня мимо той же точки; 2) Обозначаем через  $K'$  ИСО, связанную со стержнем, а через  $\Delta x, \Delta x', \Delta t, \Delta t'$  – пространственные и временные промежутки между двумя событиями; 3) Исходя из простых рассуждений, находим  $\Delta x, \Delta x'$ ; 4) Применяя прямые и обратные преобразования Лоренца к промежуткам времени, выражаем  $\Delta t'$  через  $\Delta t$  и  $\Delta x$ , а также  $\Delta t$  через  $\Delta t'$  и  $\Delta x'$ , учитывая явный вид  $\Delta x, \Delta x'$ , полученный ранее;



Начало

Содержание



Страница 288 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

5) Исключая из полученной системы 2 уравнений  $\Delta t'$ , выражаем  $\Delta t$  через  $l_0$  и  $\beta$ .  
 II) Подставляя в формулу  $l = v\Delta t$  выражение для  $\Delta t$ , полученное ранее, после несложных преобразований получаем требуемое соотношение.

1.9  $l = c\beta\Delta\tau_0/\sqrt{1-\beta^2} = 3,4 \text{ м.}$  1.10  $l_0 = l\sqrt{7/6} \approx 1,08l.$  1.11  $\alpha = 2\text{arctg}\sqrt{1-\beta^2} = 47^\circ.$   
 1.12

Случай	$v$	Расположение треугольника
I	$\sqrt{\frac{2}{3}}c \approx 0,82c$	движение происходит вдоль любой (с точки зрения $K'$ ) высоты (медианы, биссектрисы); сторона, лежащая напротив угла, который выглядит прямым в $K$ , перпендикулярна направлению движения
II	$\sqrt{\frac{1}{2}}c \approx 0,71c$	движение происходит вдоль основания, т.е. вдоль стороны, противоположной прямому (в $K'$ ) углу

1.13 а)  $v = \sqrt{\frac{2}{3}}c \approx 0,82c$ ; б) движение ромба происходит вдоль большей диагонали.

1.14 а)  $v = ec$ ; б) движение эллипса происходит вдоль большой полуоси.

1.15 а) вокруг любой прямой, параллельной меньшим сторонам прямоугольника (т.е. прямоугольник уже не будет лежать в плоскости  $(xy)$ ); б) параллельно большим сторонам; в)  $\beta = \sin \alpha$ ; г) нет.



Начало

Содержание



Страница 289 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

## Ответы и указания к задачам занятия № 2

2.1 а)  $u = \frac{2v}{1 + \beta^2} \approx 0,994c$ ; б)  $l = l_0 \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \approx 0,105l_0$ .

2.2\* I) а)  $ctg\theta' = \frac{u \cos \theta - v}{u\sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta}$ ; б)  $ctg\theta = \frac{u' \cos \theta' + v}{u'\sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta'}$ .

2.3\* а) 1) учитываем, что в  $K'$  частицы летят в противоположные стороны, и если одна из частиц летит под углом  $\theta'$  к направлению движения первоначальной частицы, то легко найти угол для второй частицы; 2) используя результат пункта б) части 2.2\*, записываем соответствующие выражения для каждой частицы с учетом замечания на предыдущем шаге; 3) применяем формулу для котангенса суммы; б)

$\xi = \sin \theta'$ ; в)  $0 \leq \xi \leq 1$ , так как  $0 \leq \theta' \leq \pi$ ; г)  $\xi_* = \frac{\sqrt{v^2 - (u')^2}}{u'\beta}$ ; д) везде при поиске максимального и минимального значений  $\Theta$  учитываем, что  $ctg\Theta$  – убывающая функция относительно  $\Theta$  (см. таблицу)

Случай	$v < u'$	$u' < v < \frac{u'}{\sqrt{1 - (u')^2/c^2}}$	$v > \frac{u'}{\sqrt{1 - (u')^2/c^2}}$
1 Значение $\xi_*$	мнимое т.е. не попадает в интервал $(0; 1)$	$0 < \xi_* < 1$ , т.е. попадает в интервал $(0; 1)$	$\xi_* > 1$ , т.е. не попадает в интервал $(0; 1)$
2 Поэтому в интервале $0 < \xi < 1$ при заданных $v, u'$	у $ctg\Theta = f(\xi)$ нет экстремума	у $ctg\Theta = f(\xi)$ есть экстремум	у $ctg\Theta = f(\xi)$ нет экстремума



Начало

Содержание



Страница 290 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть



3.1 Минимальное значение $\Theta$	$2\text{arctg}\left(\frac{u'}{v}\sqrt{1-\beta^2}\right)$ (меньше $\frac{\pi}{2}$ )	0	0
3.2 Как ищется	по значению $\text{ctg}\Theta$ при $\xi \rightarrow 1$	по значению $\text{ctg}\Theta$ при $\xi \rightarrow 0$	по значению $\text{ctg}\Theta$ при $\xi \rightarrow 0$
4.1 Максимальное значение $\Theta$	$\pi$	$\arcsin\sqrt{\frac{1-\beta^2}{1-(u')^2/c^2}}$ (меньше $\frac{\pi}{2}$ )	$2\text{arctg}\left(\frac{u'}{v}\sqrt{1-\beta^2}\right)$ (меньше $\frac{\pi}{2}$ )
4.2 Как ищется	по значению $\text{ctg}\Theta$ при $\xi \rightarrow 0$	в соответствии со значениями $f(\xi)$ и $f''(\xi)$ при $\xi = \xi^*$	по значению $\text{ctg}\Theta$ при $\xi \rightarrow 1$

$$2.4 \quad u \approx \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

$$2.5 \quad a' = a(1 - \beta^2)^{3/2} (1 - uv/c^2)^{-3}.$$

$$2.6 \quad \text{а) } v = A \left(1 + \frac{c^2}{100g^2t^2}\right)^{-1/2} \approx 0,995c; \quad \text{б) } x = \frac{Ac^2}{10g} \left( \left(1 + \frac{100g^2t^2}{c^2}\right)^{1/2} - 1 \right) \approx$$

$\approx 8,58 \cdot 10^{15} \text{ м} \approx 0,907 \text{ светового года}.$

2.7\* I) а)  $\eta = 22,6$  ( $a'$  больше, чем в задаче 2.6); б)  $a'/a_1 = 3,8$ ; в)  $a'/a_2 = 5,7$ ;

II) а)  $t_1 = \frac{c\beta_1}{a'\sqrt{1-\beta_1^2}} = 4,28 \text{ года}$  (больше, чем в задаче 1.3); б)  $t'_1 =$

$$= \frac{c}{2a'} \ln \left( \frac{1+\beta_1}{1-\beta_1} \right) = \frac{c}{a'} \ln \left( \frac{a't_1}{c} + \sqrt{1 + \left(\frac{a't_1}{c}\right)^2} \right) = 82,9 \text{ суток}$$

(больше, чем в задаче 1.3).

Начало

Содержание



Страница 291 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

2.8\* I)  $v = 0,999c$ ; II) а)  $t_1 = \frac{c}{4g} \sqrt{\left(1 + \frac{4gl}{c^2}\right)^2 - 1} = 4,48$  года; б)  $t'_1 = 319$  суток.

$$2.9* \frac{da'}{dt'} = (1 - \beta^2)^2 \left( \frac{da}{dt} (1 - uv/c^2)^{-4} + \frac{3a^2v}{c^2} (1 - uv/c^2)^{-5} \right).$$

2.10\* 1) выражаем  $u'$  через  $u, v$  с учетом релятивистской формулы преобразования скоростей; 2) делим обе части полученного соотношения на скорость света в вакууме, переходя к безразмерным величинам; 3) переписываем полученное соотношение, выражая безразмерные отношения скоростей через соответствующие гиперскорости (например,  $\beta = thy_0$ ); 4) применяем формулу для гиперболического тангенса разности двух аргументов.

2.11 1) составляем выражение для  $S^2$ ; 2) не нарушая общности, предполагаем, что ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  со скоростью  $v$  вдоль положительных направлений осей  $x$  и  $x'$ ; 3) записываем преобразования Лоренца для координат  $x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, z'_1, z'_2$  и моментов времени  $t'_1, t'_2$ , и составляем выражение для  $(S')^2$ ; 4) выполняем преобразования в выражении для  $(S')^2$ , приводя его к виду, совпадающему с выражением для  $S^2$ .

2.12 а) существует; б)  $\Delta\tau \approx 11$  с; в)  $v \approx 2,0 \cdot 10^8$  м/с.

2.13 а) существует; б)  $l_0 \approx 5,2 \cdot 10^8$  м.

2.14\* I. Начальные действия: 1) обозначаем через  $\Delta x, \Delta x'$  пространственные промежутки между 2 событиями; 2) полагаем, что условие возможности успеть на поезд равносильно условию  $\Delta x' = 0$ ; 3) показываем, что соответствующий интервал  $S'$  времениподобный. II. Применяем доказательство от противного (возможны 2 способа).



Начало

Содержание



Страница 292 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

Способ	Ход доказательства	Чему противоречит конечный вывод
1	Из того, что интервал времениподобный, следует, что для соответствующих событий нельзя поменять местами порядок следования во времени	условию задачи
2	а) выражаем $\Delta t'$ через $\Delta t$ из условия задачи (с учетом того, что $\Delta t' < 0$ , если считать, что $\Delta t > 0$ ); б) выражаем $\Delta t'$ через $\Delta t$ и $\Delta x$ с учетом преобразований Лоренца; в) исключаем из полученной системы $\Delta t'$ , выражая $\Delta x$ через $\Delta t$ ; г) подставляем полученное выражение для $\Delta x$ в выражение для $S^2$ ; д) после преобразований (с использованием неравенств) получаем, что интервал $S$ (а значит, и $S'$ ) должен быть пространственноподобным.	первоначальному выводу о том, что интервал должен быть времениподобным

2.15  $\tau = 59$  лет.



Начало

Содержание



Страница 293 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

## Ответы и указания к задачам занятия № 3

3.1\* Можно воспользоваться одним из следующих методов: а) элементарных преобразований (Гаусса); б) алгебраических дополнений.

3.2 1) записываем равенство  $AB = C$ ; 2) меняя значение  $i$  от 1 до 4,  $i$ -ю строку матрицы  $A$  умножаем на вектор  $B$  и приравниваем к  $i$ -му элементу вектора  $C$ , т.е. получаем систему из 4 уравнений вида  $A_{ij}B_j = C_i$ ; 3) исключая слагаемые, равные нулю, получаем окончательные формулы для преобразований Лоренца. Смысл  $A, B, C$  см. в таблице ниже.

Случай	Смысл $A$	Смысл $B$	Смысл $C$
а)	матрица Лоренца	4-вектор $X$	4-вектор $X'$
б)	матрица, обратная матрице Лоренца (см. задачу 3.1)	4-вектор $X'$	4-вектор $X$

3.3 1) записываем общую формулу для преобразования компонент 4-мерного тензора электромагнитного поля; 2) расписываем отдельно выражения для всех 6 независимых составляющих.

3.4 Можно воспользоваться (из результатов задачи 3.3) формулами, выражающими величины, относящиеся к системе  $K'$ , через величины, относящиеся к системе  $K$ .

3.5

Условие	Значения $E', B'$	Значение $v$
$E > B$	существует ИСО, в которой $B' = 0$ , $E' = \sqrt{E^2 - B^2}$	$v = cB/E$



Начало

Содержание

◀ ▶

◀◀ ▶▶

Страница 294 из 314

Назад

На весь экран

Закреть

$E < B$	существует ИСО, в которой $E' = 0$ , $B' = \sqrt{B^2 - E^2}$	$v = cE/B$
$E = B$	задача не имеет решения	

$$3.6^* \text{ а) } \frac{\vec{v}/c}{1 + v^2/c^2} = \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{E^2 + B^2}; \text{ б) } v = c \left( \frac{1}{2A} - \sqrt{\frac{1}{4A^2} - 1} \right), A = \frac{||[\vec{E}, \vec{B}]||}{E^2 + B^2} \leq \frac{1}{2}.$$

$$3.7 \varphi = \frac{e}{R^*}, \vec{A} = \frac{e\vec{v}}{c^2 R^*}, \text{ где } R^* = \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2)}.$$

3.8\* (Действия одинаковы для пунктов а) – з) при наиболее рациональном алгоритме). 1) расписываем по компонентам  $(x, y, z)$  уравнения в трехмерной форме; 2) расписываем по компонентам уравнения в четырехмерной форме; 3) после дополнительных несложных преобразований (при необходимости) убеждаемся в эквивалентности результатов, полученных на этапах 1) и 2).

$$3.9^* \Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & ch\varphi & ish\varphi \\ 0 & -ish\varphi & ch\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i\varphi & \sin i\varphi \\ 0 & -\sin i\varphi & \cos i\varphi \end{pmatrix}.$$

3.10 1) расписываем  $\vec{G}^2$  через  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$ ; 2) убеждаемся, что дальнейшие действия сводятся к решению задачи 3.4.

$$3.11 v = 0.3c.$$

$$3.12 \omega = \omega' \sqrt{1 - \beta^2}, \cos \alpha' = -\beta.$$

$$3.13 \Delta \lambda \approx 0,55 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

3.14\* 1) записываем общую формулу обратного преобразования Лоренца для компонент 4-мерного волнового вектора (при необходимости можно опираться на результаты задачи 3.2); 2) переписываем соотношения между первыми и четвертыми компонентами с учетом условий задачи; 3) из полученной системы уравнений исключаем  $\cos \alpha'$ . 3.15\* Этапы 1) и 2) такие же, как в задаче 3.14\*; 3) из полученной системы уравнений исключаем  $\omega'/\omega$ .



Начало

Содержание



Страница 295 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## Ответы и указания к задачам занятия № 4

4.1 I)  $v \approx 0,42c$ ; II)  $v \approx 0,30c$ .

4.2 а)  $\varepsilon = \varepsilon_k \approx 8,1 \cdot 10^{22}$  Дж; б)  $\varepsilon/\varepsilon' \approx 9 \cdot 10^2$ .

4.3 а)  $\Delta m = \frac{e\Delta U}{c^2}$ ; б)  $v = c \frac{\sqrt{e^2(\Delta U)^2 + 2m_0c^2e\Delta U}}{m_0c^2 + e\Delta U}$ .

4.4  $v = c \frac{\sqrt{(92m_p + 143m_n)^2 - m_U^2}}{92m_p + 143m_n} \approx 0,125c$ .

4.5 а)  $p = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon_k(\varepsilon_k + 2m_0c^2)}$ ; б)  $p = m_0c\sqrt{\gamma^2 - 1}$ ; в)  $p = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon^2 - m_0^2c^4}$ ;

г)  $\varepsilon_k = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} - m_0c^2$ .

4.6\*

Случай	I	II	Для предельного перехода от (II) к (I) выражение $\sqrt{1 + (v_{NR}(t)/c)^2}$
а)	$v_{NR}(t) = \frac{Ft}{m_0}$	$v_R(t) = \frac{Ftc/m_0}{\sqrt{c^2 + (Ft/m_0)^2}} = \frac{v_{NR}(t)}{\sqrt{1 + (v_{NR}(t)/c)^2}}$	надо разложить в ряд Тейлора и оставить первое слагаемое



Начало

Содержание



Страница 296 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

б)	$s_{NR}(t) = \frac{Ft^2}{2m_0} = \frac{m_0 v_{NR}^2(t)}{2F}$	$s_R(t) = \frac{m_0 c^2}{F} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{Ft}{m_0 c} \right)^2} - 1 \right) = \frac{m_0 c^2}{F} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{v_{NR}(t)}{c} \right)^2} - 1 \right)$	<p>надо разложить в ряд Тейлора и оставить первые два слагаемых</p>
----	--	---	---

4.7\* I) а) учитываем, что: 1)  $\beta^2 = \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{c^2}$ ; 2) для произвольных векторов  $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$  справедливо соотношение (которое можете проверить отдельно)

$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} (r_x s_x + r_y s_y + r_z s_z) = \begin{pmatrix} q_x r_x & q_x r_y & q_x r_z \\ q_y r_x & q_y r_y & q_y r_z \\ q_z r_x & q_z r_y & q_z r_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix};$$

б)  $\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( \vec{a} + \frac{\vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{a})}{c^2(1 - \beta^2)} \right)$ ; II) а) тензор симметричен; б) нет, поскольку тензор  $\mu$  не пропорционален единичной матрице размерности  $3 \times 3$  и ранга от 1

до 3; III) а)  $\mu^{-1} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{m_0} \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} v_x^2 & v_x v_y & v_x v_z \\ v_y v_x & v_y^2 & v_y v_z \\ v_z v_x & v_z v_y & v_z^2 \end{pmatrix} \right)$ ; б)  $\vec{a} =$

$$= \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{m_0} \left( \vec{F} - \frac{\vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{F})}{c^2} \right).$$



Начало

Содержание



Страница 297 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

4.8\* См. таблицу.

Случай	$\mu$	С математической точки зрения	Название массы
а)	$m_{\perp} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$	это скаляр, т.е. $\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{a}$	поперечная или эйнштейновская
б)	$m_{\parallel} = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{3/2}}$		продольная

4.9\* I) а)  $a_1 = 1 - \beta^2 \cos^2 \theta$ ,  $a_2 = -2\varepsilon' \sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $a_3 = (\varepsilon')^2 (1 - \beta^2) + \beta^2 m_0^2 c^4 \cos^2 \theta$ ;  
 б)  $u' = c \sqrt{(\varepsilon')^2 - m_0^2 c^4 / \varepsilon'}$ ; II) а) 1) записываем преобразования Лоренца для  $p_x$ ,  $p_y$  с использованием  $\varepsilon'$ , а также  $p'$  и  $\theta'$  (соответственно, импульс и угол вылета в  $K'$ );  
 2) исключаем  $\theta'$ ; 3) выражаем  $p'$  через  $\varepsilon'$  и  $m_0$ ; б)  $a = \frac{\sqrt{(\varepsilon')^2 - m_0^2 c^4}}{c \sqrt{1 - \beta^2}}$ ,  $b = \frac{\sqrt{(\varepsilon')^2 - m_0^2 c^4}}{c}$ ,  $p_{x0} = \frac{\varepsilon' \beta}{c \sqrt{1 - \beta^2}}$ .

4.10\*

Случай	I	II
а)	$u' > v$	$u' < v$
б)	$0 \leq \theta \leq \pi$	$0 \leq \theta \leq \arcsin \left( \frac{\sqrt{((\varepsilon')^2 - m_0^2 c^4) (1 - \beta^2)}}{m_0 c^2 \beta} \right)$
в)	начало координат находится внутри эллипса	начало координат находится вне эллипса
г)	$p_{x0} < a$	$p_{x0} > a$



Начало

Содержание



Страница 298 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

Случай I		II	Для предельного перехода от (II) к (I) надо использовать приближения
а)	$x_{NR}(t) = \frac{eEt^2}{2m_0}$	$x_R(t) = \frac{\sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}}{eE} \times$ $\times \left( \sqrt{1 + \left( \frac{ceEt}{\sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}} \right)^2} - 1 \right)$	1) $\sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2} \approx m_0 c^2$ ; 2) $\frac{eEt}{m_0 c} \ll 1$
б)	$y_{NR}(t) = \frac{p_0 t}{m_0}$	$y_R(t) = \frac{p_0 c}{eE} \times$ $\times \operatorname{arsh} \left( \frac{ceEt}{\sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}} \right)$	
в)	$x_{NR}(t) =$ $= \frac{eEm_0}{2p_0^2} y_{NR}^2(t)$	$x_R(t) = \frac{\sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}}{eE} \times$ $\times \left( \operatorname{ch} \left( \frac{eEy}{p_0 c} \right) - 1 \right)$	
г)	парабола с вершиной в начале координат	цепная линия с вершиной в начале координат	1) $\sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2} \approx m_0 c^2$ ; 2) $\frac{eEy}{p_0 c} \ll 1$



Начало

Содержание



Страница 299 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

4.12\* а) учитывая, что  $\beta^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}/c^2$ , находим: 1)  $d\varepsilon/dt$  (где  $\varepsilon$  выражаем через  $m_0$ ,  $\beta$  и скорость света в вакууме); 2)  $d\vec{p}/dt$  (где  $\vec{p}$  выражаем через  $m_0$ ,  $\vec{v}$  и  $\beta$ ); 3)  $\vec{v} \cdot d\vec{p}/dt$ , используя результат, полученный на предыдущем шаге, и после преобразований приходим к выражению, полученному ранее для  $d\varepsilon/dt$ ; б) расписываем  $d\vec{p}/dt$  (где  $\vec{p}$  выражаем через  $\vec{v}$ ,  $\varepsilon$  и скорость света в вакууме); в) воспользуемся соотношением, доказанным в пункте а), подставляя вместо  $d\vec{p}/dt$  выражение для обобщенной силы Лоренца (учитывающей воздействие  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  на заряженную частицу).

4.13\* 1) воспользуемся результатом, полученным в пункте б) задачи 4.12; 2) воспользуемся результатом, полученным в пункте а) задачи 4.12, для замены  $d\varepsilon/dt$ ; 3) подставляем вместо  $d\vec{p}/dt$  выражение для обобщенной силы Лоренца.

$$4.14 \text{ а) } \tau = \frac{2\pi(\varepsilon_k + m_e c^2)}{cBe} = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ с; б) } r = \frac{\sqrt{\varepsilon_k(\varepsilon_k + 2m_e c^2)}}{Be} = 7,0 \text{ см;}$$

$$\text{в) } \varepsilon_k = m_e c^2 \left( \sqrt{1 + \left( \frac{erB}{m_e c^2} \right)^2} - 1 \right) = 14 \text{ МэВ.}$$

$$4.15^* \varepsilon_k = m_e c^2 \left( \sqrt{1 + \left( \frac{elB}{2\pi m_e c^2 \cos \alpha} \right)^2} - 1 \right) = 0,70 \text{ МэВ.}$$



Начало

Содержание



Страница 300 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

## Ответы и указания к задачам занятия № 5

$$5.1 \text{ I) а) } v = c \sqrt{\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_k + 2m_0c^2}}; \text{ б) } M_0 = 2m_0 \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_k}{2m_0c^2}};$$

$$\text{II) а) } \varepsilon'_{1k} = \varepsilon'_{2k} = m_0c^2 \left( \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_k}{2m_0c^2}} - 1 \right); \text{ б) } \varepsilon'_k = \varepsilon'_{1k} + \varepsilon'_{2k} = \\ = 2m_0c^2 \left( \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_k}{2m_0c^2}} - 1 \right); \text{ в) } p_{1k} = p_{2k} = \sqrt{\frac{m_0\varepsilon_k}{2}}; \text{ г) } v_{\&} = c \sqrt{\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_k + 2m_0c^2}}.$$

5.2 I) а)  $\omega = \frac{m_0c^2}{\hbar}$ ; б)  $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}$ ; II) воспользуемся доказательством от противного: 1) предположим, что однофотонная аннигиляция произошла; 2) запишем соответствующие уравнения для законов сохранения энергии и импульса; 3) после подстановок и преобразований приходим к противоречивому результату.

5.3 Воспользуемся доказательством от противного (этапы см. в таблице):

Случай	а	б
1. Предположим, что свободный электрон	поглощает фотон	излучает фотон
2. Тогда можно подобрать систему отсчета, в которой электрон покоится	до поглощения фотона	после излучения фотона
3. Записываем соответствующие уравнения для законов сохранения энергии и импульса		
4. После подстановок и преобразований приходим к противоречивому результату		
5. Следовательно, фотон	не поглощается	не излучается

$$5.4 \omega = \frac{\Delta\varepsilon (\Delta\varepsilon + 2m_0c^2)}{2\hbar (\Delta\varepsilon + m_0c^2)} \approx \frac{\Delta\varepsilon}{\hbar} \left( 1 - \frac{\Delta\varepsilon}{2m_0c^2} \right).$$



Начало

Содержание



Страница 301 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

$$5.5 \quad \varepsilon_{k \min} = m_p c^2 = 938,3 \text{ МэВ.}$$

$$5.6^* \text{ а) } \varepsilon'_1 = c^2 \frac{M_0^2 + m_{01}^2 - m_{02}^2}{2M_0}, \quad \varepsilon'_2 = c^2 \frac{M_0^2 + m_{02}^2 - m_{01}^2}{2M_0};$$

$$\text{б) } \varepsilon'_{1k} = c^2 \frac{(M_0 - m_{01})^2 - m_{02}^2}{2M_0}, \quad \varepsilon'_{2k} = c^2 \frac{(M_0 - m_{02})^2 - m_{01}^2}{2M_0};$$

$$\text{в) } p'_1 = p'_2 = \frac{c}{2M_0} \sqrt{(M_0^2 - (m_{01} + m_{02})^2) (M_0^2 - (m_{01} - m_{02})^2)}.$$

$$5.7^* \text{ а) } \varepsilon_k^{nop} = A^2 \frac{m_{0C}^2 - (m_{0A} + m_{0B})^2}{2m_{0B}}; \quad \text{б) } m_{0C} c^2 = \sqrt{2m_p c^2 \varepsilon_{\pi k} + (m_p + m_\pi)^2 c^4} = 1,24 \text{ ГэВ, } 1,51 \text{ ГэВ и } 1,69 \text{ ГэВ.}$$

$$5.8^* \quad \varepsilon_{nop} = 2m_\pi c^2 (1 + m_\pi/m_p) = 320,7 \text{ МэВ.}$$

$$5.9^* \quad \varepsilon_{ek} = \frac{2m_e \varepsilon_{\mu k} (\varepsilon_{\mu k} + 2m_\mu c^2)}{(m_\mu + m_e)^2 c^2 + 2m_e \varepsilon_{\mu k}} = 2,80 \text{ МэВ.} \quad 5.10^* \text{ I) а) } \varepsilon_k = c^2 \frac{(m_K - 2m_\pi) m_K}{2m_\pi} = 420 \text{ МэВ; б) } \theta = \arccos \left( \frac{2\varepsilon_k (\varepsilon_k + 2m_K c^2)}{(\varepsilon_k + m_K c^2)^2 - 4m_\pi^2 c^4} - 1 \right) = 103^\circ;$$

$$\text{II) а) } \varepsilon_{\gamma 1} = \varepsilon_{\gamma 2} = (\varepsilon_{\pi k} + m_\pi c^2) / 2 = 135,0 \text{ МэВ; б) } \theta_{\min} = 2 \arcsin \left( \frac{m_\pi c^2}{2\sqrt{\varepsilon_{\gamma 1} \varepsilon_{\gamma 2}}} \right) = 60^\circ; \text{ в) } \varepsilon_{\min} = \frac{1}{2} \left( m_\pi c^2 + \varepsilon_{\pi k} - \sqrt{\varepsilon_{\pi k} (\varepsilon_{\pi k} + 2m_\pi c^2)} \right) = 18,1 \text{ МэВ; } \varepsilon_{\max} = \frac{1}{2} \left( m_\pi c^2 + \varepsilon_{\pi k} + \sqrt{\varepsilon_{\pi k} (\varepsilon_{\pi k} + 2m_\pi c^2)} \right) = 252 \text{ МэВ.}$$

$$5.11^* \text{ I) а) } \theta = \pi, \text{ поскольку образовалось 2 частицы, а распад произошел из состояния покоя; б) } v = 0, \text{ поскольку распад произошел из состояния покоя, поэтому можно воспользоваться результатами задачи 5.6^*; в) } cp_\pi = 192,6 \text{ МэВ; г) } \varepsilon_{\pi k} = 98,3 \text{ МэВ; II) } \theta_\mu = \arctg \left( \frac{m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4}{2(m_\pi c^2 + \varepsilon_k) \sqrt{\varepsilon_k (\varepsilon_k + 2m_\pi c^2)}} \right) \approx 9,7^\circ; \text{ III) а) из соотношений}$$

$$\vec{p}_e + \vec{p}(\tilde{\nu}_e) + \vec{p}(\nu_\mu) = \vec{0} \text{ и } |\vec{p}(\tilde{\nu}_e)| + |\vec{p}(\nu_\mu)| \geq |\vec{p}(\tilde{\nu}_e) + \vec{p}(\nu_\mu)| \text{ следует, что } p(\tilde{\nu}_e) + p(\nu_\mu) =$$



Начало

Содержание



Страница 302 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

$$= p_e \text{ (по абсолютной величине); б) } \varepsilon_{ek \max} = \frac{(m_\mu - m_e)^2 c^2}{2m_\mu} = 52,3 \text{ МэВ; в) } cp_{e \max} =$$

$$= \frac{(m_\mu^2 - m_e^2) c^2}{2m_\mu} = 52,8 \text{ МэВ; IV) а) } \cos \theta = \frac{1}{2n} \left( \frac{\varepsilon_k (1+n)^2}{\varepsilon_k + 2m_e c^2} - 1 - n^2 \right); \text{ б) } \theta = 120^\circ.$$

$$5.12^* \text{ а) } m_0 c^2 = \sqrt{m_\Sigma^2 c^4 + m_\pi^2 c^4 - 2 \left( \sqrt{(m_\Sigma^2 c^4 + p_\Sigma^2 c^2) (m_\pi^2 c^4 + p_\pi^2 c^2)} - p_\Sigma p_\pi c^2 \cos \theta \right)} \approx$$

$$\approx 939,6 \text{ МэВ (нейтрон); б) } Q = (m_\Sigma - m_0 - m_\pi) c^2 = 110,2 \text{ МэВ.}$$

5.13\* а) на лету, так как  $\theta < \pi$ ; б) на определенном этапе преобразований может понадобиться формула для косинуса суммы двух углов;  $M_0 c^2 =$

$$= \sqrt{m_p^2 c^4 + m_\pi^2 c^4 + 2 \left( \sqrt{(m_p^2 c^4 + p_p^2 c^2) (m_\pi^2 c^4 + p_\pi^2 c^2)} - p_p p_\pi c^2 \cos \theta \right)} \approx 1116 \text{ МэВ (}\Lambda^0\text{-гиперон).}$$

5.14\* I) а)  $v = p_1 c^2 / \left( \sqrt{m_{01}^2 c^4 + p_1^2 c^2} + m_{02} c^2 \right)$ ; б)  $u'_2 = v$ ; в)  $p'_2 =$

$$= m_{02} v / \sqrt{1 - \beta^2}; \text{ г) воспользуемся законами сохранения энергии и импульса, а также условием упругости столкновения; д) } 0 \leq \theta \leq \pi \text{ при } m_{01} <$$

$$< m_{02} \text{ и } 0 \leq \theta \leq \arcsin(m_{02}/m_{01}) \text{ при } m_{01} > m_{02}; \text{ II) а) рассуждаем}$$

по аналогии с пунктом а) части II задачи 4.8\*; б)  $a = \frac{p'_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} =$

$$= \frac{m_{02} p_1 \left( \sqrt{m_{01}^2 c^2 + p_1^2} + m_{02} c \right)}{m_{01}^2 c + m_{02}^2 c + 2m_{02} \sqrt{m_{01}^2 c^2 + p_1^2}}, \quad b = p'_2 = \frac{m_{02} c p_1}{\sqrt{m_{01}^2 c^2 + m_{02}^2 c^2 + 2m_{02} c \sqrt{m_{01}^2 c^2 + p_1^2}}},$$

$$q_{x0} = \frac{\beta c}{1 - \beta^2} \sqrt{\beta^2 (m_{02}^2 - m_{01}^2) + m_{01}^2} =$$

$$= \frac{p_1 c \sqrt{p_1^2 (m_{02}^2 - m_{01}^2) + m_{01}^2 \left( \sqrt{m_{01}^2 c^2 + p_1^2} + m_{02} c \right)^2}}{\left( \sqrt{m_{01}^2 c^2 + p_1^2} + m_{02} c \right)^2 - p_1^2}; \text{ в) сравнивая } p_1 \text{ с } 2a \text{ (это)}$$



Начало

Содержание



Страница 303 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

проще, чем сравнивать  $q_{x0}$  с  $a$ ), убеждаемся, что начало координат находится внутри эллипса при  $m_{01} < m_{02}$  и вне эллипса при  $m_{01} > m_{02}$ .

5.15 I. Для пунктов а) и б) общий алгоритм один и тот же (этапы и примечания см. в таблице)

Этап	Примечания
1. Записываем изменение импульса ракеты	ставим дифференциал перед всем выражением для импульса, которое различается в нерелятивистском и релятивистском случаях
2. Записываем изменение импульса газа через скорость газа	с учетом того, что газы, уже покинувшие ракету ранее, не влияют на ее движение, в выражении для импульса ставим дифференциал только перед массой газа (в релятивистском случае – перед массой покоя)
3. Записываем закон сохранения импульса	с учетом этапов 1 и 2 (сумма дифференциалов импульсов равна нулю, если нет внешних сил)
4. Записываем (в виде суммы дифференциалов, равной нулю) дополнительный закон сохранения	в каждый момент времени это относится к ракете и той массе газов, которая выходит; в нерелятивистском случае имеется в виду закон сохранения массы, а в релятивистском – закон сохранения полной энергии
5. Выражаем скорость газа через $v$ и $v_{отн}$	используем закон сложения (вычитания) скоростей (классический (а) или релятивистский (б))



Начало

Содержание



Страница 304 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть



6. Составляем дифференциальное уравнение, связывающее массу $m$ и скорость $v$ (без учета внешних сил)	подставляем результаты этапов 4 и 5 в уравнение, полученное на этапе 3, после чего выполняем некоторые преобразования, приводящие к разделению переменных
7. Получаем формулу Циолковского	выполняем интегрирование уравнения, полученного на этапе 6, с учетом начальных условий

в) можно выполнить, например, такую последовательность действий:

- 1) выполнить приближенное разложение знаменателя дроби в скобках в соответствии с формулой Тейлора–Маклорена, оставляя 2 слагаемых;
- 2) приближенно перемножить полученный результат с числителем дроби в скобках, оставляя 2 слагаемых;
- 3) умножить и разделить показатель степени на  $\beta$ , выделяя отношение  $v/v_{отн}$ ;
- 4) воспользоваться формулой 2-го замечательного предела.

II. а)  $m_0 = 5.37 \cdot 10^{3330}$  кг,  $m_0 \cdot M = 5.37 \cdot 10^{3277}$ ; б)  $m_0 = 1.62 \cdot 10^{3260}$  кг,  $m_0/M = 1.62 \cdot 10^{3207}$ .

III. См. таблицу.

Фактор	Характер изменения массы	Учет в формуле Циолковского	
		нерелятивистской	релятивистской
Выброс газа	уменьшение	да	да
Увеличение скорости	рост	принципиально нет	только если считать массу зависящей от скорости

Начало

Содержание



Страница 305 из 314

Назад

На весь экран

Заккрыть

# ТЕСТЫ

Тесты



*Начало*

*Содержание*



*Страница 306 из 314*

*Назад*

*На весь экран*

*Закреть*



# ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА» (РАЗДЕЛ «СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ»)

1. Объект, предмет и методы СТО. Структура СТО. Связь СТО с другими разделами физики.
2. Краткая историческая справка о создании СТО. Экспериментальные основания СТО.
3. Постулаты Эйнштейна. Относительный характер одновременности и длины в СТО.
4. Преобразования Лоренца. Релятивистский эффект замедления времени.
5. Релятивистский эффект сокращения длин. Сложение скоростей в СТО.
6. Четырехмерный интервал. Времениподобные и пространственноподобные интервалы.
7. Пространство Минковского. Элементы векторной и тензорной алгебры и

[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 307 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

анализа в пространстве Минковского.

8. Четырехмерный вектор плотности тока. Тензор электромагнитного поля. Инварианты электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца.

9. Четырехмерный вектор силы Лоренца. Сила Минковского.

10. Эффект Доплера и абберация света.

11. Релятивистская инвариантность законов природы. Уравнение движения в четырехмерной форме. Трехмерное релятивистское уравнение движения.

12. Релятивистская связь между массой и энергией, энергией и импульсом. Дефект массы и энергия связи.

13. Законы сохранения энергии и импульса в СТО. Экспериментальные подтверждения следствий СТО.



Начало

Содержание



Страница 308 из 314

Назад

На весь экран

Закреть



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ремизович, В. С. Конспект лекций по специальной теории относительности. / В. С. Ремизович [и др.]. - М. : НИЯУ МИФИ, 2011. - 164 с.
2. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учеб. пособие для вузов: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 8-е изд., стереот. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. II : Теория поля. – 536 с.
3. Теоретическая физика. Основы теории относительности. Электродинамика: Практикум / Сост. В. А. Плетюхов, М. А. Иванов. – Брест: БрГУ им. А.С. Пушкина, 2003. – 24 с.
4. Эйнштейн, А. Теория относительности. / А. Эйнштейн. – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 2000. - 224 с.
5. Батыгин В. В. Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности: Учебное пособие. / В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. – 4-е изд., перераб. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 480 с.
6. Иродов, И. Е. Атомная и ядерная физика. Сборник задач: Учебное пособие. / И.Е. Иродов. – 8-е изд., испр. – СПб: Издательство «Лань», 2002. – 288 с.

Начало

Содержание



Страница 309 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

7. Плетюхов, В. А. О формировании понятия массы в релятивистской динамике / В. А. Плетюхов // Физика. – 2018. – № 1. – С. 22–24.
8. Плетюхов, В. А. Второй закон Ньютона и релятивистская масса / В. А. Плетюхов // Физика. – 2018. – № 2. – С. 18–21.
9. Угаров, В. А. Специальная теория относительности. / В. А. Угаров. – М. : Наука, 1977. – 384 с.
10. Матвеев, А. Н. Механика и теория относительности: Учеб. Для студентов вузов / А. Н. Матвеев. – 3-е изд. – М. : ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003. – 432 с.
11. Матвеев, А. Н. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие / А. Н. Матвеев. – М. : Высш. школа, 1983. – 463 с.
12. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – 4-е изд., стереот. – М. : Физматлит; Изд-во МФТИ, 2004. – Т. 1 : Механика. – 560 с.
13. УМЦ КЭФ: Курс общей физики проф. Д. А. Паршина [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://lms.physics.spbstu.ru/course/index.php?categoryid=12> – Дата доступа: 25.12.2018.
14. УМЦ КЭФ: Курс общей физики проф. В. К. Иванова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://lms.physics.spbstu.ru/course/index.php?categoryid=12> – Дата доступа: 25.12.2018.
15. Серый, А.И. Систематизация сведений о некоторых опытах в курсе специальной теории относительности / А.И. Серый // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися :



Начало

Содержание



Страница 310 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 10–11 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; редкол.: Е.П. Гринько [и др.]; под общ. ред. Е.П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2019. – 291 с. – С. 225–229.

16. Серый, А.И. О некоторых аспектах формирования специальной теории относительности / А.И. Серый // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 10–11 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; редкол.: Е.П. Гринько [и др.]; под общ. ред. Е.П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2019. – 291 с. – С. 230–231.
17. Серый, А.И. К методике вывода преобразований Лоренца / А.И. Серый // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 10–11 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; редкол.: Е.П. Гринько [и др.]; под общ. ред. Е.П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2019. – 291 с. – С. 232.
18. Серый, А.И. Четырехмерные векторы в специальной теории относительности и их отличие от биспиноров / А.И. Серый, З.Н. Серая // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 10–11 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; редкол.: Е.П. Гринько [и др.]; под общ. ред. Е.П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2019. – 291 с. – С. 233–234.
19. Серый, А.И. О возможных формулировках понятия «релятивистский эффект» / А.И. Серый // Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии : сб. материалов VII Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. В.С. Секержицкого. - Брест : БрГУ, 2019. – 703 с. – С. 51–52.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 311 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

20. Серый, А.И. О некоторых ошибках, связанных с постулатами специальной теории относительности / А.И. Серый // Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии : сб. материалов VII Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. В.С. Секержицкого. - Брест : БрГУ, 2019. – 70 с. – С. 53–55.
21. Серый, А.И. О парадигмах классической механики и специальной теории относительности / А.И. Серый // Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии : сб. материалов VII Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. В.С. Секержицкого. - Брест : БрГУ, 2019. – 70 с. – С. 56–58.
22. Серый, А.И. О различных эффектах, связанных с изменением длины световой волны / А.И. Серый // Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии : сб. материалов VII Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. В.С. Секержицкого. - Брест : БрГУ, 2019. – 70 с. – С. 59–61.
23. Серый, А.И. О разновидностях изменения массы в теории относительности / А.И. Серый, В.А. Плетюхов // Современные научные проблемы и вопросы преподавания теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии : сб. материалов VII Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. В.С. Секержицкого. - Брест : БрГУ, 2019. – 70 с. – С. 62–65.
24. Серый, А.И. О разновидностях изменения длины в физике / А.И. Серый, З.Н. Серая // Современные научные проблемы и вопросы преподавания



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 312 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Закрыть](#)

теоретической и математической физики, физики конденсированных сред и астрономии : сб. материалов VII Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. В.С. Секержицкого. - Брест : БрГУ, 2019. – 70 с. – С. 66–68.

25. Плетюхов, В.А. Тензорная масса в специальной теории относительности и ее взаимосвязь с другими типами массы / В.А. Плетюхов, А.И. Серый // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов VIII междунар. науч.-практ. конф., Брест, 18 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. А.А. Козинского. – Брест : БрГУ, 2018. – 272 с. – С. 233–234.
26. Серый, А. И. О структуре курса «Основы специальной теории относительности» / А. И. Серый // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 25–26 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест : БрГУ, 2019. – 177 с. – С. 141–143.
27. Серый, А. И. Подходы к классификации задач в курсе «Основы специальной теории относительности» / А. И. Серый, З. Н. Серая // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 25–26 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест : БрГУ, 2019. – 177 с. – С. 144–146.
28. Серый, А. И. О взаимосвязи специальной теории относительности с другими разделами физики / А. И. Серый // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 25–26 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест : БрГУ, 2019. – 177 с. – С. 147–149.



Начало

Содержание



Страница 313 из 314

Назад

На весь экран

Закрыть

29. Плетюхов, В.А. О подходах к изложению специальной теории относительности с использованием различных типов массы / В.А. Плетюхов, А.И. Серый // Образование XXI века: проблемы, приоритеты и перспективы развития : сб. материалов Республиканской научно-практической конференции, Брест, 24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; редколл.: И.А. Мельничук, М.П. Михальчук; под общ. ред. И.Г. Матыциной. – Брест : БрГУ, 2019. – 276 с. – С. 166–169.
30. Плетюхов, В.А. О возможности проведения обобщающего занятия по специальной теории относительности в форме диспута / В.А. Плетюхов, А.И. Серый // Образование XXI века: проблемы, приоритеты и перспективы развития : сб. материалов Республиканской научно-практической конференции, Брест, 24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; редколл.: И.А. Мельничук, М.П. Михальчук; под общ. ред. И.Г. Матыциной. – Брест : БрГУ, 2019. – 276 с. – С. 169–172.
31. Серый, А.И. К методике преподавания специальной теории относительности: вопросы классификации основных опытов и эффектов / А.И. Серый // Образование XXI века: проблемы, приоритеты и перспективы развития : сб. материалов Республиканской научно-практической конференции, Брест, 24 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; редколл.: И.А. Мельничук, М.П. Михальчук; под общ. ред. И.Г. Матыциной. – Брест : БрГУ, 2019. – 276 с. – С. 196–199.



[Начало](#)

[Содержание](#)



[Страница 314 из 314](#)

[Назад](#)

[На весь экран](#)

[Заккрыть](#)