

Теоремы 1 – 3 обобщают известные результаты о \mathfrak{F} -покрывающих подгруппах и \mathfrak{F} -проекторах конечных групп для локальной формации \mathfrak{F} (см. теоремы 15.8, 15.11 [1], следствие 2 теоремы 5.23 [2]).

Литература. [1] Л. А. Шеметков. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. [2] В. С. Монахов. Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа, 2006. [3] В. А. Ведерников, М. М. Сорокина, \mathfrak{F} -проекторы и \mathfrak{F} -покрывающие подгруппы конечных групп. Сиб. матем. ж., 57 (2016), N 6, 1224–1239.

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского

e-mail: mmsorokina@yandex.ru

И. Л. Сохор (Брест)

О группах с формационно субнормальными или самонормализуемыми примарными циклическими подгруппами

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология и обозначения соответствуют [1], [2].

Пусть \mathfrak{F} — формация, G — группа. Подгруппа H группы G называется \mathfrak{F} -абнормальной, если $L/K_L \notin \mathfrak{F}$ для всех подгрупп K и L таких, что $H \leq K < \cdot L \leq G$. Здесь запись $K < \cdot L$ означает, что K — максимальная подгруппа группы L , а K_L — ядро подгруппы K в группе L . Подгруппа H группы G называется \mathfrak{F} -субнормальной в G , если существует такая цепочка подгрупп

$$H = H_0 < \cdot H_1 < \cdot \dots < \cdot H_n = G,$$

что $H_i/(H_{i-1})_{H_i} \in \mathfrak{F}$ для всех i . В любой группе G каждая собственная подгруппа не может быть одновременно \mathfrak{F} -субнормальной и \mathfrak{F} -абнормальной.

Напомним, формация \mathfrak{F} называется сверхрадикальной, если она нормально наследственная и любая группа $G = AB$, где A и B — \mathfrak{F} -субнормальные \mathfrak{F} -подгруппы из G , принадлежит \mathfrak{F} . Известно, что формация с условием Шеметкова [3, 6.4.6] и решеточная формация [4, лемма 4] являются сверхрадикальными.

Группы с нетривиальными \mathfrak{F} -субнормальными или \mathfrak{F} -абнормальными подгруппами исследовались в работах многих авторов, см. литературу в [5].

Для формации \mathfrak{F} , содержащей все нильпотентные группы, каждая \mathfrak{F} -абнормальная подгруппа самонормализуема. В симметрической группе S_4 степени 4 силовская 2-подгруппа одновременно \mathfrak{U} -

субнормальна и самонормализуема. Здесь \mathcal{U} — формация всех сверхразрешимых групп. Поэтому \mathfrak{F} -субнормальность и самонормализуемость не являются взаимоисключающими понятиями, что затрудняет исследования групп с \mathfrak{F} -субнормальными или самонормализуемыми системами подгрупп.

В. С. Монахов [6] описал группы, все примарные подгруппы которых \mathcal{U} -субнормальны или самонормализуемы.

Развивая данную тематику, мы получили описание групп с \mathfrak{F} -субнормальными или самонормализуемыми примарными циклическими подгруппами для случая, когда \mathfrak{F} — сверхрадикальная формация. Доказана

Теорема. Если \mathfrak{F} — наследственная насыщенная сверхрадикальная формация, содержащая все нильпотентные группы, то для разрешимой группы $G \notin \mathfrak{F}$ следующие утверждения эквивалентны:

- (1) каждая примарная циклическая подгруппа в группе G самонормализуема или \mathfrak{F} -субнормальна;
- (2) каждая собственная подгруппа в группе G самонормализуема или \mathfrak{F} -субнормальна;
- (3) $G = G' \rtimes \langle x \rangle$, где $\langle x \rangle$ — самонормализуемая силовская p -подгруппа для некоторого $p \in \pi(G)$ и $G' \rtimes \langle x^p \rangle \in \mathfrak{F}$.

Здесь G' — коммутант группы G ; $A \rtimes B$ — полупрямое произведение нормальной подгруппы A и подгруппы B .

Литература. [1] В. С. Монахов. Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа, 2006. [2] Л. А. Шеметков. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. [3] A. Ballester-Bolínches, L. M. Ezquerro. Classes of Finite Groups. Dordrecht: Springer-Verl., 2006. [4] А. Ф. Васильев, С. Ф. Каморников, В. Н. Семенчук. О решетках подгрупп конечных групп. Бесконечные группы и примыкающие алгебраические системы. Киев: Институт математики АН Украины, 1993, 27–54. [5] В. С. Монахов, И. Л. Сохор. Конечные группы с формационно субнормальными примарными подгруппами. Сиб. матем. журн., 58 (2017), 851–863. [6] В. С. Монахов. Конечные группы с абнормальными и \mathcal{U} -субнормальными подгруппами. Сиб. матем. журн. 57 (2016), 447–462.

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина

e-mail: irina.sokhor@gmail.com