Умножив уравнение (1) скалярно на M, получим: $\vec{M} = \frac{d\vec{M}}{dt} = 0$, откуда $\left|\vec{M}\right|^2 = M^2 = const$.

С.: – Теперь вижу, что уравнение (1) аналогично уравнению кинематики вращающегося твердого тела. Таким образом, вектор $\vec{M}$ описывает вокруг вертикальной оси коническую поверхность с угловой скоростью $\vec{\Omega} = -\frac{r\vec{P}}{M}$, которая и является угловой скоростью прецессии.

Все приведенные рассуждения можно изложить и в скалярном варианте. Подобным образом может быть построено занятие на тему «Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле».

Уравнение динамики

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

и в этом случае легко приводится к аналогии с уравнением кинематики. Просто и единообразно решается задача о ларморовской прецессии электронов в атоме. Вращающийся электрон может рассматриваться и как гироскоп, и как круговой ток. Его орбитальный магнитный момент связан с моментом импульса $\vec{M}$ по формуле $\vec{P} = \Gamma\vec{M}$, где Г – гиромагнитное отношение. В однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ на ток действует момент сил $\vec{P}_m \times \vec{B}$, и уравнение динамики примет вид:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{P}_m \times \vec{B} , \qquad (2)$$

или

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\vec{B} \times \Gamma\vec{M} . \qquad (3)$$

Сравнивая с уравнением кинематики, мы получим, что

$$\vec{\Omega} = -\Gamma\vec{B} . \qquad (4)$$

На основе прецессии Лармора можно объяснить явление диамагнетизма Ланжевена и некоторые другие явления.

Таким образом, на основе создания проблемных вопросов можно подвести учащихся к логическому мышлению, выяснить теоретические знания и умения пользоваться математическим аппаратом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев, А. Н. Механика и теория относительности / А. Н. Матвеев. – М.: Высш. шк., 1976. – 416 с.

М. И. ЗАНЕВСКАЯ, Е. И. МИРСКАЯ
БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

ИССЛЕДОВАНИЕ КОВАРИАЦИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Пусть $X(t), t \in Z$ – стационарный в широком смысле случайный процесс с математическим ожиданием *m*, ковариационной функцией $R(\tau), \tau \in Z$ и спектральной плотностью $f(\lambda), \lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$.

В качестве оценки неизвестного математического ожидания случайного процесса в работе исследована статистика вида

$$\widehat{m} = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} X(t). \tag{1}$$

Математическое ожидание статистики (1) исследовано в работе [1]. В данной работе вычислена и исследована ковариация построенной оценки (1). Доказана

Теорема 1. Для оценки $\widehat{m}$, задаваемой выражением (1), справедливо соотношение

$$T cov\{\widehat{m}, \widehat{m}\} = 2\pi \int_{\Pi} f(x)\Phi_T(x)dx,$$

где

$$\Phi_T(x) = (2\pi T)^{-1}\Delta_T{}^2(x),$$

$$\Delta_T(x) = \frac{\sin\frac{Tx}{2}}{\sin\frac{x}{2}},$$

$x \in \Pi$.

Теорема 2. Если функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = 0$ и ограничена на П, то

$$\lim_{T\to\infty} T cov\{\widehat{m}, \widehat{m}\} = 2\pi f(0).$$

В работе исследовано асимптотическое поведение ковариации оценки (1). Показано, что построенная оценка является состоятельной в среднеквадратическом смысле.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.