

**СЕКЦИЯ 6**  
**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
**В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**Е. В. БОРОДЕЙ, Е. И. МИРСКАЯ**  
 БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРВОГО МОМЕНТА**  
**ПЕРИОДОГРАММНОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ**  
**ПЛОТНОСТИ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО**  
**ПРОЦЕССА**

Построение и исследование оценок спектральных плотностей стационарных случайных процессов является одной из основных задач спектрального анализа временных рядов. В настоящее время параметрические методы анализа временных рядов широко применяются в различных областях науки и техники, таких как радиоэлектроника, медицина, физика, астрономия и т. д.

Пусть  $X'(t), t \in Z, r$  – мерный действительный стационарный в широком смысле случайный процесс. Будем предполагать, что  $MX_a(t)X_b(t+\tau) = R_{ab}(\tau) = \overline{MX_a(t+\tau)X_b(t)}, t, \tau \in Z$  – взаимная ковариационная функция,  $f_{ab}(\lambda), a, b = \overline{1, r}, \lambda \in \Pi$  – неизвестная взаимная спектральная плотность рассматриваемого процесса.

В работе исследована расширенная периодограмма вида

$$I_{ab}^T(\lambda) = d_a^T(\lambda) \overline{d_b^T(\lambda)},$$

$$\lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}.$$

Статистика  $d_a^T(\lambda), \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$  исследована в работе [1].

**Теорема 1.** Математическое ожидание расширенной периодограммы, заданной соотношением (1), имеет вид

$$MI_{ab}^T(\lambda) = \int_{\Pi} f_{ab}(x + \lambda) \Phi_T(x) dx,$$

$\lambda \in \Pi$ , где функция  $\Phi_T(x)$  задается выражением

$$\Phi_T(x) = \left[ 2\pi \sum_{t=0}^{T-1} h_t^2(t) \right]^{-1} |\varphi_T(x)|^2,$$

**Теорема 2.** Если взаимная спектральная плотность  $f_{ab}(\lambda)$  непрерывна в точке  $\lambda \in \Pi$  и ограничена на  $\Pi$ , то

$$\lim_{T \rightarrow \infty} MI_{ab}^T(\lambda) = f_{ab}(\lambda),$$

где  $\lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$ .

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.

**Д. В. ГРИЦУК<sup>1</sup>, А. А. ТРОФИМУК<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>БрГУ имени А. С. Пушкина (Брест, Беларусь)

<sup>2</sup>ГГУ имени Ф. Скорины (Гомель, Беларусь)

**ПРОИЗВОДНАЯ  $\pi$ -ДЛИНА  $\pi$ -РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ,  
ПОРЯДОК КОФАКТОРОВ КОТОРОЙ СВОБОДЕН  
ОТ КВАДРАТОВ**

Все используемые понятия и обозначения соответствуют [1].

Напомним, что кофактором подгруппы  $H$  группы  $G$  называется фактор-группа  $H/H_G$ , где  $H_G$  является наибольшей нормальной в  $G$  подгруппой, содержащейся в подгруппе  $H$ . В работе [2] решена двойственная задача: исследованы инварианты разрешимой группы  $G$  в зависимости от канонических разложений порядков кофакторов субнормальных подгрупп. В. С. Монаховым в 2006 г. [3] было предложено понятие производной  $\pi$ -длины  $\pi$ -разрешимой группы  $G$  как наименьшее число абелевых  $\pi$ -факторов среди всех субнормальных  $(\pi', \pi)$ -рядов группы  $G$ , где  $\pi$  – некоторое подмножество множества простых чисел  $P$ , а  $\pi'$  – дополнение к  $\pi$  во множестве  $P$ . В дальнейшем производную  $\pi$ -длину  $\pi$ -разрешимой группы  $G$  будем обозначать через  $l_\pi^a(G)$ . Если  $\pi(G) = \pi$ , то значение  $l_\pi^a(G)$  совпадает со значением производной длины группы  $G$ . Вполне естественно развить рассмотренные выше результаты работы [2] на случай  $\pi$ -разрешимых групп. Доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $G$  –  $\pi$ -разрешимая группа. Если порядок кофактора  $H/H_G$  свободен от квадратов, где  $H$  – произвольная субнормальная подгруппа  $G$ , то  $l_\pi^a(G/\Phi(G)) \leq 2$  при  $2 \notin \pi$  и  $l_\pi^a(G/\Phi(G)) \leq 4$  при  $2 \in \pi$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект № Ф17М-063).