

Е.И. МИРСКАЯ

БрГУ имени А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ
ДВУХ ОЦЕНОК СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ
МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $X(t) = \{X_a(t), a = \overline{1, r}\}, t \in Z$, с $MX(t) = 0$, неизвестной взаимной спектральной плотностью $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi = [-\pi, \pi], a, b = \overline{1, r}$.

Пусть $X_a(0), X_a(1), \dots, X_a(T-1) - T$ последовательных наблюдений, полученных через равные промежутки времени, за составляющей $X_a(t)$ процесса $X(t), t \in Z, a = \overline{1, r}$.

С использованием методики Д. Бриллинджера [1] в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности исследована статистика вида

$$\tilde{f}_{ab}(\lambda) = \frac{2\pi}{T} \sum_{x=1}^T W_{ab}(\lambda - \frac{2\pi x}{T}) \hat{f}_{ab}^{(T)}(\frac{2\pi x}{T}), \quad (1)$$

где $W_{ab}(x), x \in R, a, b = \overline{1, r}$ – спектральное окно, а $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda), \lambda \in \Pi$ – оценка взаимной спектральной плотности процесса $X(t), t \in Z$, построенная по методу Уэлча

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L I_{ab}(\lambda, l), \quad (2)$$

где $I_{ab}(\lambda, l)$ – модифицированная периодограмма.

В работе исследована скорость сходимости математического ожидания оценок $\tilde{f}_{ab}(\lambda)$ и $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)$, предполагая, что $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi$, удовлетворяет условию

$$|f_{ab}(x + \lambda) - f_{ab}(\lambda)| \leq C|x|^\alpha, \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad (3)$$

для любых $x \in \Pi$, C – некоторая положительная константа, $a, b = \overline{1, r}$.

Теорема. Если взаимная спектральная плотность $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi$, удовлетворяет соотношению (3), то для математического ожидания оценки $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)$, задаваемой (2), имеет место равенство

$$|\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) - f_{ab}(\lambda)| = O\left(\int |x|^\alpha \Phi_{ab}(x) dx\right), \quad 0 < \alpha \leq 1.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. – Минск : Мир, 1980. – 536 с.

