УДК 510.5

А. Е. БУДЬКО
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

О ПОРЯДКЕ СЛЕДОВАНИЯ КОМАНД В ПРОГРАММАХ БЕСЦИКЛОВЫХ МАШИН ТЬЮРИНГА

В настоящей работе исследуется сложность отыскания команд в программах одноленточных машин Тьюринга с внешним алфавитом {0, 1}. За один такт головка такой машины обозревает ячейку, записывает туда символ и сдвигается влево (Л) или вправо (П) к соседней ячейке или остается на месте (С). Программа машины Тьюринга задается списком команд вида $q_i a_i \to a_k Dq_j$, где q_i, q_j – внутренние состояния машины, $a_k, a_i \in \{0,1\}$, D – есть Л, П или С. В каждой строке списка находится ровно одна команда. При этом $q_i a_i$ называется левой частью команды, $a_k Dq_j$ - правой частью.

Будем считать, что машина следующим образом отыскивает в списке команду, которую она должна выполнять в данный момент:

1. Пусть в начальный момент головка обозревает символ a_r. Тогда машина, начиная с первой команды списка, сравнивает $q_1 a_r$ с левыми частями команд до тех пор, пока не найдет команду с левой частью $q_1 a_r$, которую она и будет выполнять.

2. Пусть в момент после выполнения команды $q_i a_i \to a_k Dq_j$ $(q_j \neq q_0)$ головка обозревает символ a_c. Тогда, начиная с команды, следующей за выполненной, машина сравнивает $q_j a_c$ с левыми частями команд списка до тех пор, пока не найдет команду с левой частью $q_j a_c$, которую она и будет выполнять.

3. Сравнение производится в том порядке, в котором команды следуют в списке. При этом если после сравнения с левой частью последней команды списка нужная команда не найдена, сравнение продолжается, начиная с первой команды списка.

4. Сравнение любого $q_j a_k$ с левой частью любой команды списка проводится за одинаковое время: за одну единицу времени (1 ед. вр.).

В настоящей работе рассматривается нахождение такого порядка следования команд в программе, заданной списком, при котором время отыскания команд было бы наименьшим. При этом под наименьшим будем понимать наименьшее среднее время отыскания как отношение суммы времени отыскания по всем начальным конфигурациям к числу этих конфигураций. Порядок следования команд, соответствующий наименьшему среднему времени их отыскания, назовем оптимальным.

Кроме задания программы в виде списка команд будем использовать еще и представление программы в виде ориентированного графа. В этом графе внутренним состояниям машины Тьюринга будут соответствовать вершины, а дуги будут определять команды. В [1] введена классификация $L_0, L_1, L_2, \ldots$ машин Тьюринга в зависимости от структуры графа, задающего программу машины. В данной работе рассматриваются машины класса L_0. Их программы, заданные графами, удовлетворяют следующим требованиям:

1. Из каждой неконечной вершины исходят ровно две дуги.

2. В каждую неконечную вершину, отличную от начальной, входит ровно одна дуга. В начальную вершину не входит ни одна дуга.

3. Граф является связным и не содержит циклов.

Будем считать, что для каждого пути графа из начальной вершины в конечную имеется начальная конфигурация, при работе над которой выполняются все команды, определяемые дугами данного пути.

Два пути из начальной вершины в конечную назовем соседними по i-му $(1 \leq i \leq k)$ ярусу, если они отличаются, начиная только с i-й дуги. Например, два любых пути из начальной вершины в конечную, у которых отличаются уже самые первые дуги этих путей, являются соседними по первому ярусу.

Теорема. Пусть в программе машины класса L_0, заданной графом, длина каждого пути из начальной вершины в конечную не превышает k. Тогда:

1) для минимальной суммы времени отыскания команд по всем начальным конфигурациям T_{min} справедлива оценка

$$n^2 + 2n \leq T_{min} \leq n^2 + n + \frac{1}{2}(n+1)\cdot \log_2(n+1);$$

2) оптимальным является тот порядок, при котором вначале следуют команды группы путей из начальной вершины в конечную с длиной, равной 1 (если такие пути есть), затем – с длиной, равной 2 (если такие пути есть), и т.д.;

3) внутри каждой группы команд:

3.1) вначале следуют команды произвольно выбранного пути в порядке, определяемом дугами этого пути;

3.2) затем следуют команды пути соседнего с выбранным по максимально наибольшему ярусу, которые не вошли в список команд ранее выбранного пути и т.д.

Следствие. Если в программе машины класса L_0, заданной графом, длина каждого пути из начальной вершины в конечную не превышает k, то для минимального среднего времени отыскания команд по всем начальным конфигурациям $T_{ср.}$ справедлива оценка

$$n + \frac{n}{n+1} \le T_{cp.} \le n + \frac{1}{2} \cdot \log_2(n + 1).$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будько, А. Е. О двух классах машин Тьюринга / А. Е. Будько // Доклады АН БССР. – 1985. – № 9. – С. 792–793.

УДК 512.542

Д. В. ГРИЦУК[1], А. А. ТРОФИМУК[2]
[1]Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина
[2]Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

НЕПРИВОДИМЫЕ ПОДГРУППЫ ГРУППЫ *GL(3,3)*

Рассматриваются только конечные группы. Все используемые понятия и обозначения соответствуют [1].

Некоторые проблемы теории групп можно решить с помощью эффективных вычислительных методов системы компьютерной алгебры GAP [2; 3]. Данная система охватывает различные разделы алгебры, однако особый акцент делает на вычислениях в теории групп. Одной из крупнейших библиотек системы GAP является библиотека SmallGroups, которая содержит группы, порядок которых не превышает 2000 (за исключением 49487365422 групп порядка 1024, точное количество которых также было определено с помощью системы GAP).

Используя вычисления в системе компьютерной алгебры GAP, была доказана следующая теорема.

Теорема. Если H – неприводимая подгруппа группы $GL(3,3)$, то $H \in \{Z_2 \times S_4, Z_{13}, A_4, S_4, Z_{26}, Z_2 \times A_4, Z_2 \times ([Z_{13}]Z_3), [Z_{13}]Z_3\}$.

Здесь Z_n – циклическая группа порядка n, запись $G \cong [A]B$ означает полупрямое произведение с нормальной подгруппой A.

В частности, для получения данного результата использовались функции *NumberIrreducibleSolvableGroups, AllIrreducibleSolvableMatrixGroups, StructureDescription.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф17М-063).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hall, P. The p-lengh of a p-soluble groups and reduction theorems for Burnside's problem / P. Hall, G. Higman // Proc. London Math. Soc. – 1956. – Vol. 3, № 7. – P. 1–42.

2. The GAP Group, GAP – Groups, Algorithms and Programming, Version 4.4. [Electronic resource]. – 2016. – Mode of access: http://gap-system.org.

3. Грицук, Д. В. Компьютерная алгебра: курс лекций / Д. В. Грицук, А. А. Трофимук ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2017. – 112 с.

УДК 539.12

А. Д. КОРАЛЬКОВ, А. В. ИВАШКЕВИЧ, А. А. НИКОЛАЕНКО
Мозырь, МГПУ имени И. П. Шамякина

СКАЛЯРНАЯ ЧАСТИЦА С ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ ДАРВИНА – КОКСА ВО ВНЕШНЕМ КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ, НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

С самого начала предполагаем случай внешнего кулоновского поля и использование метрического тензора в сферических координатах:

$$A_0 = \frac{e}{r}, \quad dS^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2 .$$

Исходим из релятивистских уравнений Прока для частицы Кокса [1; 2]:

$$K_\rho{}^\alpha (i\partial_\alpha - eA_\alpha)\Phi = m\Phi_\rho, \quad i\bar{D}_\alpha g^{\alpha\beta}\Phi_\beta = m\Phi .$$

Делаем в уравнениях (3 + 1)-расщепление (явный вид матрицы $K_\rho{}^\alpha$ приведен в [2]):

$$K_0{}^0 (i\partial_0 - eA_0)\Phi + K_0{}^l i\partial_l \Phi = m\Phi_0 ,$$

$$\{K_j{}^0 (i\partial_0 - eA_0) + K_j{}^k i\partial_k\}\Phi = m\Phi_j ,$$

$$(i\partial_0 - eA_0)\Phi_0 + \frac{i}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^l}\sqrt{-g}\; g^{lj}\Phi_j = m\Phi .$$

С помощью второго уравнения исключаем из третьего уравнения нединамическую переменную Φ_j:

$$K_0{}^0 (i\partial_0 - eA_0)\Phi + K_0{}^l i\partial_l \Phi = m\Phi_0 ,$$

$$(i\partial_0 - eA_0)\Phi_0 + \frac{i}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^l}\sqrt{-g}\,\frac{g^{lj}}{m}\{K_j{}^0 (i\partial_0 - eA_0) + K_j{}^k i\partial_k\}\Phi = m\Phi .$$

Выделим энергию покоя с помощью подстановок

$$\Phi \sim e^{-imx^0}, \qquad \Phi_0 \sim e^{-imx^0} .$$

В результате получаем уравнения

$$K_0{}^0 (i\partial_0 + m - eA_0)\Phi + K_0{}^l i\partial_l \Phi = m\Phi_0 , \qquad (1a)$$