

Учреждение образования
«Брестский государственный университет имени А.С.Пушкина»

Т.С. Онискевич

**МАТЕМАТИКА В
РАЗНОУРОВНЕВЫХ ЗАДАНИЯХ**

Практикум для студентов-заочников
специальности «Начальное образование»

Часть 2

Брест 2006

УДК 372.8:51(07)
ББК 74.262.21+74.58
О 58

Рецензенты

Кандидат педагогических наук,
проректор по учебной работе БрОИПК и ПРРиСо

В.С. Дуванова

Кандидат физико-математических наук,
зав. кафедрой методик дошкольного образования

Т.С. Будько

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
УО «БрГУ им. А.С. Пушкина»*

Онискевич Т.С.

О 58 **Математика в разноуровневых заданиях**
(практикум для студентов-заочников специальности
«Начальное образование»): Часть 2 / Сост.: Т.С.
Онискевич. – Брест: Изд-во УО «БрГУ им. А.С. Пуш-
кина», 2006. – 48 с.

ISBN

Практикум содержит программу по математике специ-
альности «Начальное образование», список литературы с
указанием страниц, где изложен теоретический материал, пе-
речень разноуровневых заданий для самостоятельного вы-
полнения с образцами решений нулевого варианта.

Пособие предназначено для самостоятельной работы и
совершенствования навыков решения задач по курсу матема-
тики, а также для выполнения контрольной работы № 2 сту-
дентами отделения заочного обучения.

УДК 372.8:51(07)
ББК 74.262.21+74.58

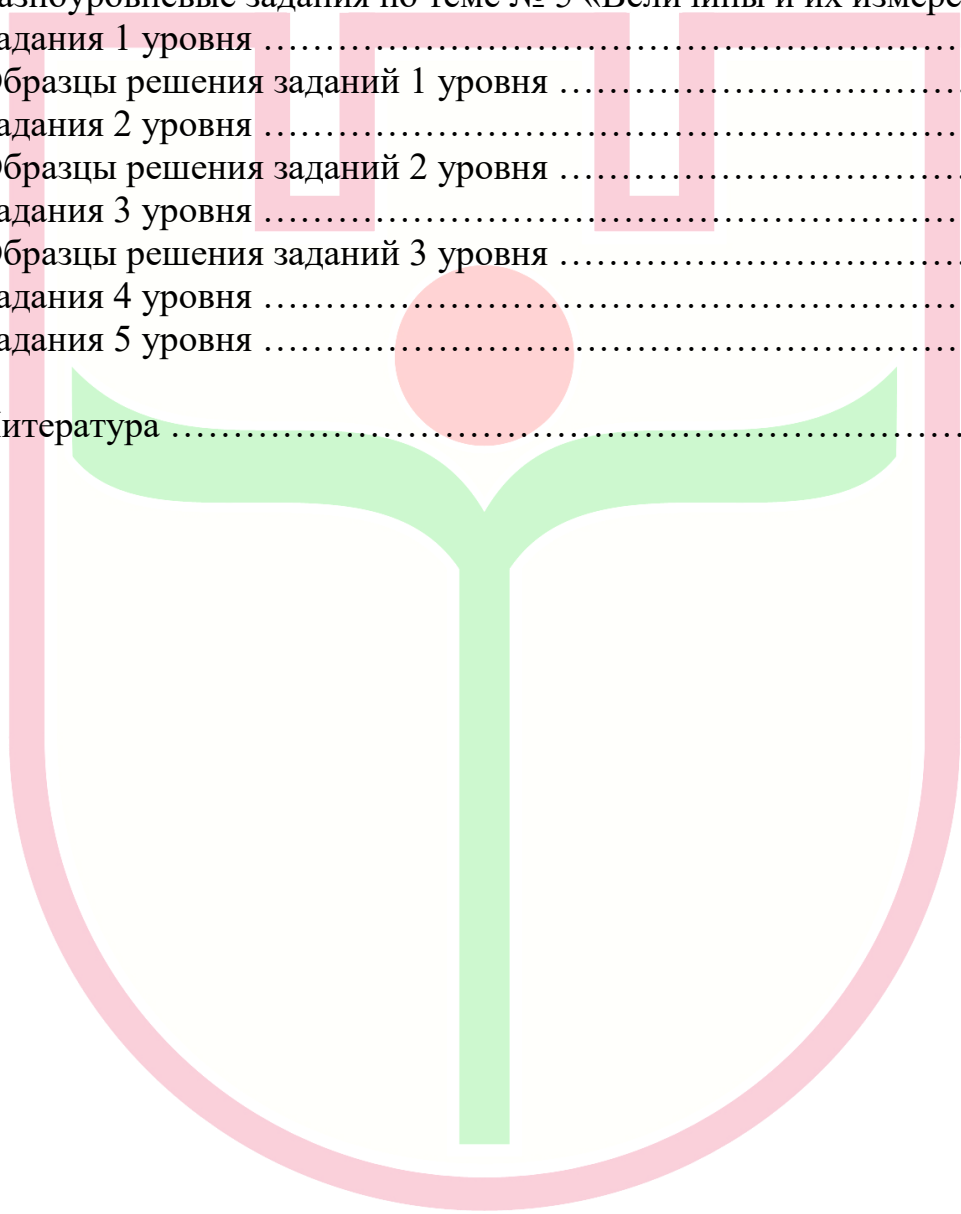
ISBN

© Издательство БрГУ
имени А.С.Пушкина, 2006
© Онискевич Т.С. 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Разноуровневые задания по теме № 1 «Количественная и аксиоматическая теории натурального числа»:	
Задания 1 уровня	7
Образцы решения заданий 1 уровня	8
Задания 2 уровня	9
Образцы решения заданий 2 уровня	10
Задания 3 уровня	11
Образцы решения заданий 3 уровня	11
Задания 4 уровня	12
Задания 5 уровня	13
Разноуровневые задания по теме № 2 «Системы счисления»:	
Задания 1 уровня	13
Образцы решения заданий 1 уровня	15
Задания 2 уровня	15
Образцы решения заданий 2 уровня	16
Задания 3 уровня	17
Образцы решения заданий 3 уровня	17
Задания 4 уровня	19
Задания 5 уровня	20
Разноуровневые задания по теме № 3 «Теория делимости натуральных чисел»:	
Задания 1 уровня	20
Образцы решения заданий 1 уровня	22
Задания 2 уровня	23
Образцы решения заданий 2 уровня	24
Задания 3 уровня	25
Образцы решения заданий 3 уровня	25
Задания 4 уровня	28
Задания 5 уровня	28
Разноуровневые задания по теме № 4 «Положительные рациональные и действительные числа»:	
Задания 1 уровня	29
Образцы решения заданий 1 уровня	31
Задания 2 уровня	32

Образцы решения заданий 2 уровня	33
Задания 3 уровня	34
Образцы решения заданий 3 уровня	35
Задания 4 уровня	36
Задания 5 уровня	37
Разноуровневые задания по теме № 5 «Величины и их измерение»:	
Задания 1 уровня	39
Образцы решения заданий 1 уровня	40
Задания 2 уровня	41
Образцы решения заданий 2 уровня	41
Задания 3 уровня	42
Образцы решения заданий 3 уровня	43
Задания 4 уровня	44
Задания 5 уровня	45
Литература	47



ПРЕДИСЛОВИЕ

Практикум по методике с разноуровневыми заданиями предназначен для будущих учителей начальных классов, социальных педагогов, обучающихся заочно.

Пособие является руководством по самостоятельному изучению курса математики, поскольку:

- содержит программу по математике для студентов специальности «Начальное образование»;
- включает список литературы по каждой теме для повторения теоретического материала;
- содержит задачи пяти уровней сложности, распределение которых организовано с учетом их постепенного усложнения и увеличения объема теоретических знаний для выполнения;
- предполагает самоконтроль и самооценку студентов посредством использования образцов решений 0 варианта для 1 – 3 уровней сложности;
- дает возможность произвольного выбора заданий (А или Б) для выполнения в каждом варианте по каждой теме.

Часть 2 содержит задания по следующим темам:

1. Количественная и аксиоматическая теории натурального числа
2. Системы счисления
3. Теория делимости натуральных чисел
4. Положительные рациональные и действительные числа
5. Величины и их измерение.

Студентам предлагаются задания пяти уровней:

Первый – уровень узнавания. В эту группу включены задания тестового характера, для выполнения которых необходимы лишь формальные знания основных определений, теорем, свойств. Это, как правило, выбор правильного ответа из нескольких предложенных (закрытые тестовые задания).

Второй – уровень неосознанного воспроизведения учебного материала. Задания, соответствующие этому уровню усвоения – несложные задачи на применение усвоенных математических фактов. Наряду с закрытыми, в этой группе предлагаются и открытые тестовые задания.

Третий уровень – воспроизведение с осознанным пониманием. Группа заданий, соответствующих этому уровню, включает в себя задачи, аналогичные разобранным в нулевом варианте. Решение задач на этом уровне идет по аналогии.

Четвертый уровень – применение знаний в знакомой ситуации. К этой группе относятся более сложные по сравнению с третьим уровнем задачи, но требующие, тем не менее, стандартного подхода к их решению.

Пятый – уровень творческого применения знаний. Сюда вошли, в основном, задачи на доказательство математических фактов, формул, нестандартные задачи, требующие применения творческой активности в процессе их решения.

Работа состоит из 5 вариантов. Студент выполняет один из вариантов, номер которого определяет преподаватель. Для получения отметки «зачтено» по контрольной работе студент должен осуществить выбор и выполнить:

- либо задания первых трех уровней,
- либо задания 4 уровня,
- либо задания 5 уровня.

Студент, выбравший выполнение заданий первых трех уровней, имеет возможность выполнить в каждом из трех уровней задание А или Б по желанию. Например, набор заданий для 1 варианта может быть следующим: «Количественная и аксиоматическая теории натурального числа» – задания 1А, 1Б, 1Б; «Системы счисления» – задания 1Б, 1А, 1Б и т.д. Итого: 5 тем по 3 задания, всего 15 заданий. Студент, выполняющий задания 4 или 5 уровня, выполняет все задания (А и Б), помещенные в его варианте по каждой теме. Контрольная работа 4 уровня (все варианты) состоит из 8 заданий, 5 уровня – из 7 заданий.

Распределение вариантов контрольной работы указывает преподаватель. Один из возможных способов распределения такой:

1 вариант – пишут студенты, номера зачетной книжки которых заканчиваются цифрами 0 или 1;

2 вариант – последняя цифра зачетки 2 или 3;

3 вариант – последняя цифра зачетки 4 или 5;

4 вариант – последняя цифра зачетки 6 или 7;

5 вариант – последняя цифра зачетки 8 или 9.

Практикум может быть использован студентами дневного отделения для самостоятельной работы по отдельным темам, а также для самооценки уровня знаний по математике и своего продвижения в изучении материала.

Автор

ТЕМА № 1. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИИ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА

Понятие о натуральном числе и числе ноль в количественной теории. Сложение и вычитание целых неотрицательных чисел. Умножение и деление целых неотрицательных чисел. Деление с остатком. Аксиоматическая теория натурального числа. Аксиомы Пеано. Метод математической индукции. Аксиоматическое определение сложения и умножения целых неотрицательных чисел.

Литература: [1] с. 247-270, [2] с. 132-135, [3] с. 88-129, [4] с. 53-63, [5] с. 120-135, [6] с.90-102, [7] с. 95-134.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИИ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА (задания 1 уровня)

1А. Среди приведенных ниже множеств выберите те, с помощью которых можно дать теоретико-множественное определение числа 5:

- а) множество пальцев на руке человека;
- б) множество нечетных цифр;
- в) множество сторон параллелограмма;
- г) множество лепестков у розоцветных.

1Б. Какие из высказываний истинны:

- а) сумма любых двух целых неотрицательных чисел существует;
- б) существует разность любых двух целых неотрицательных чисел;
- в) неверно, что существует разность любых двух целых неотрицательных чисел.

2А. Среди приведенных ниже множеств выберите те, которые можно использовать для теоретико-множественного определения числа 3:

- а) множество зимних месяцев;
- б) множество сигналов светофора;
- в) множество дней недели;
- г) множество стадий развития бабочки-капустницы.

2Б. Даны пары множеств А и В. Какие из них удовлетворяют определению сложения целых неотрицательных чисел:

- а) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{d, e, f, g\}$.
- б) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$.
- в) $A = \{с, т, о, л\}$, $B = \emptyset$.

3А. Среди приведенных ниже множеств выберите те, которые можно использовать для теоретико-множественного определения числа 1:

- а) множество нулей в записи числа сто;
- б) множество объективов фотоаппарата;
- в) множество вершин угла;
- г) множество дней недели.

3Б. Даны пары множеств А и В. Какие из них удовлетворяют определению сложения целых неотрицательных чисел:

- а) $A = \{к, л, м, н, о\}$, $B = \{л, н, о\}$.
- б) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 1\}$.
- в) $A = \{\Delta, \vee, \wedge, \subset\}$, $B = \{1, 2\}$.

4А. Среди приведенных ниже множеств выберите те, которые можно использовать для теоретико-множественного определения числа 7:

- а) множество ребер треугольной пирамиды;
- б) множество дней недели;
- в) множество цветов радуги;
- г) множество четных натуральных чисел до 10.

4Б. Даны пары множеств А и В. Какие из них удовлетворяют определению разности целых неотрицательных чисел:

- а) $A = \{к, л, м, н, о\}$, $B = \{л, н, о\}$.
- б) $A = \{1, 2\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$.
- в) $A = \{\in, \notin, \cup, \cap\}$, $B = \{\Rightarrow, \vee, \wedge\}$.

5А. Среди приведенных ниже множеств выберите те, которые можно использовать для теоретико-множественного определения числа 2:

- а) множество медиан треугольника;
- б) множество концов отрезка;
- в) множество сторон угла;
- г) множество прямых углов в треугольнике.

5Б. Какие из высказываний истинны:

- а) для любых множеств А и В $n(B'_A) = n(A) - n(B)$.
- б) существуют множества А и В, для которых $n(B'_A) = n(A) - n(B)$.
- в) существуют множества А и В, для которых $n(A'_B) = n(B) - n(A)$.

0А. Среди приведенных ниже множеств выберите те, которые можно использовать для теоретико-множественного определения числа 4:

- а) множество звуков октавы;

- б) множество диагоналей ромба;
- в) множество конечностей у млекопитающих;
- г) множество делителей числа 6.

Решение: Т. к. число 4 – это количество элементов в равномоощных множествах, которые состоят из 4 элементов, то ответ а – не подходит, т.к. множество звуков октавы состоит из 8 элементов; б – не подходит, т.к. множество диагоналей ромба состоит из 2 элементов; в – подходит, т.к. число конечностей у млекопитающих – 4; г – подходит, т.к. множество делителей числа 6 состоит из 4 элементов $\{1; 2; 3; 6\}$.

0Б. Какие из высказываний истинны:

- а) для любых множеств А и В $n(A)+n(B)=n(A\cup B)$.
- б) для любых множеств А и В $n(A)+n(B)\geq n(A\cup B)$.
- в) существуют множества А и В, такие что $n(A)+n(B)=n(A\cup B)$.

Решение: а) Данное высказывание ложно, т.к. если $A\cap B\neq\emptyset$, то $n(A)+n(B)\neq n(A\cup B)$; б) данное высказывание истинно, т.к. если $A\cap B=\emptyset$, то $n(A)+n(B)=n(A\cup B)$, а если $A\cap B\neq\emptyset$, то $n(A)+n(B)>n(A\cup B)$; в) данное высказывание истинно (см. пункт б).

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИИ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА (задания II уровня)

1А. Даны множества $A=\{+, \times, :, -\}$, $B=\{\wedge, \vee, \Rightarrow\}$. Найдите $A\cup B$. Найдите число элементов объединения множеств А и В двумя способами. Найдите: а) $n(A)$, б) $n(B)$, в) $n(A) + n(B)$.

1Б. Опираясь на количественную теорию, объясните, почему $1 + 3 = 4$.

2А. Даны множества $A=\{>, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$ и $B=\{\wedge, \vee\}$. Найдите: а) B'_A , б) $n(B'_A)$, в) $n(A)$ и $n(B)$. Верно ли, что $n(B'_A) = n(A) - n(B)$.

2Б. Пользуясь определением суммы целых неотрицательных чисел, объясните, почему $5 + 0 = 5$.

3А. Пусть А – множество месяцев в году. Назовите еще три множества, равномоощные множеству А. Какое натуральное число является общим свойством класса множеств, равномоощных А.

3Б. С помощью количественной теории дайте обоснование того, что $7 - 4 = 3$.

4А. Приведите примеры множеств, равномоощных: а) множеству пальцев на руке человека; б) множеству медиан треугольника; в) множеству отрицательных чисел на промежутке $[3;5]$.

4Б. С помощью количественной теории дайте обоснование того, что $5 - 2 = 3$.

5А. Какие из высказываний истинны: а) для любых целых неотрицательных чисел a и b число ab есть целое неотрицательное; б) существуют целые неотрицательные числа a и b , произведение которых равно 0; в) произведение любых двух натуральных чисел больше каждого из них.

5Б. Пользуясь определением разности целых неотрицательных чисел, объясните, почему: $7 - 7 = 0$.

0А. Приведите примеры множеств, равномоощных: а) множеству звуков в слове «Брест»; б) множеству цветов белорусского флага; в) множеству делителей числа 1.

Решение:

а) Множество звуков в слове «Брест» состоит из 5 элементов $\{б, р, е, с, т\}$, значит, ему равномоощными будут множество пальцев на одной руке; множество букв в имени «Света»; множество цифр числа 12345; множество лучей у звезды.

б) Множество цветов белорусского флага состоит из 3 элементов $\{\text{красный, зеленый, белый}\}$. Значит, ему равномоощными будут: множество углов в треугольнике; множество согласных звуков в слове «молоко»; множество цифр числа 538.

в) Множество делителей числа 1 содержит 1 элемент, значит ему равномоощными будут: множество голов у одного человека; множество гласных звуков в слове «дом»; множество цифр числа 5.

0Б. Опираясь на количественную теорию, объясните, почему $4 + 2 = 6$.

Решение:

Возьмем 2 множества. $A = \{a, в, с, d\}$, $n(A) = 4$ и $B = \{n, т\}$, $n(B) = 2$, причем $A \cap B = \emptyset$.

Найдем объединение этих множеств: $A \cup B = \{a, b, c, d, n, m\}$,
 $n(A \cup B) = 6$. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$. $6 = 4 + 2$. Значит, $4 + 2 = 6$.

**КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИИ
 НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА**
 (задания III уровня)

1А. Объясните, опираясь на количественную теорию, почему: а) $0 < 2$;
 б) $17 \geq 7$.

1Б. Укажите условия, при которых следующие равенства истинны:

а) $(a + b) : c = a : c + b : c$, б) $(a \cdot b \cdot c \cdot d) : m = (a : m) \cdot b \cdot c \cdot d$.

2А. Используя теоретико-множественное определение частного, покажите двумя способами, что $6 : 3 = 2$.

2Б. Укажите условия, при которых следующие равенства истинны:

а) $(a - b) : c = a : c - b : c$, б) $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$.

3А. Объясните, опираясь на количественную теорию, почему: а) $5 > 7$;
 б) $1 < 3$.

3Б. Укажите условия, при которых следующие равенства истинны:

а) $(a + b) - c = (a \cdot c) + b$, б) $a - (b + c) = (a - b) - c$, если $a, b, c \in \mathbb{N}_0$.

4А. Докажите, опираясь на различные определения произведения целых неотрицательных чисел, что $2 \cdot 3 = 6$.

4Б. Укажите условия, при которых следующие равенства истинны:

а) $(a + b) - c = a + (b - c)$, б) $(a - b) - c = (a - c) - b$, если $a, b, c \in \mathbb{N}_0$.

5А. Используя теоретико-множественное определение частного, покажите двумя способами, что $10 : 5 = 2$.

5Б. Укажите условия, при которых следующие равенства истинны:

а) $a - (b - c) = (a + c) - b$, б) $a - (b - c) = (a - b) + c$, если $a, b, c \in \mathbb{N}_0$.

0А. Докажите двумя способами, что $4 \cdot 3 = 12$.

Решение:

1 способ: по определению, произведением числа a на число b называют число, которое удовлетворяет требованиям:

$$1) a \cdot b = a + a + a + \dots + a \quad 2) a \cdot 1 = a \quad 3) a \cdot 0 = 0$$

в раз

Значит, $4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 12$.

3 раза

2 способ: Воспользуемся определением умножения через декартово произведение. По определению, произведением целых неотрицательных чисел a и b называют число элементов в декартовом произведении $A \times B$, где $a = n(A)$, $b = n(B)$, и $a \cdot b = n(A) \cdot n(B) = n(A \times B)$.

Возьмем множества A и B такие, что $n(A) = 4$; $n(B) = 3$.

Пусть $A = \{a; b; c; d\}$, $B = \{x; y; z\}$.

$A \times B = \{(a; x), (a; y), (a; z), (b; x), (b; y), (b; z), (c; x), (c; y), (c; z), (d; x), (d; y), (d; z)\}$.

$$n(A \times B) = 12; \quad n(A \times B) = n(A) \cdot n(B); \quad 4 \cdot 3 = 12.$$

0Б. Существуют ли такие целые неотрицательные числа a, b, c, d , что верны равенства:

а) $(a + b) + c + d = a + (b + c) + d$,

б) $(a + b) + (c + d) = (a + d) + (b + c)$.

Решение:

а) это равенство верно для любых целых неотрицательных чисел, т.к. сумма на множестве целых неотрицательных чисел обладает свойством ассоциативности;

б) для суммы целых неотрицательных чисел справедливы коммутативный и ассоциативный законы, поэтому записанное равенство верно для любых целых неотрицательных чисел.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИИ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА (задания IV уровня)

1. Пользуясь количественной теорией натурального числа, докажите, что $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$

2. Пользуясь количественной теорией натурального числа, докажите, что $3 \cdot (1+2) = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2$

3. Пользуясь количественной теорией натурального числа, докажите, что $5 + 1 = 1 + 5$

4. Пользуясь количественной теорией натурального числа, докажите, что $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$

5. Пользуясь количественной теорией натурального числа, докажите, что $(2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4)$

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИИ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА (задания V уровня)

1. Докажите с помощью метода математической индукции, что $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

2. Докажите с помощью метода математической индукции, что $-1 + 3 - 5 + 7 - 9 + \dots + (-1)^n \cdot (2n - 1) = (-1)^n \cdot n$

3. Докажите с помощью метода математической индукции, что $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$

4. Докажите с помощью метода математической индукции, что $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

5. Докажите с помощью метода математической индукции, что

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

ТЕМА № 2. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Понятие о системе счисления. Запись чисел в позиционных системах. Операции над целыми неотрицательными числами в позиционной системе счисления.

Литература: [1] с. 271-288, [2] с. 143-145, [3] с. 129-149, [4] с. 66-69, [5] с. 136-142, [6] с.122-126, [7] с. 136-156.

(задания I уровня)

1А. Среди следующих сумм найдите краткую запись числа 70025_8 :

а) $7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10 + 5$;

б) $7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10$;

в) $7 \cdot 8^4 + 2 \cdot 8 + 5$;

г) $7 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8 + 5$.

1Б. Замените суммы краткой записью числа:

а) $6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1$; б) $3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4$; в) $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1$.

2А. Среди следующих сумм найдите краткую запись числа 100111_2 :

а) $1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10$;

б) $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 1$;

в) $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2$;

г) $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1$.

2Б. Замените суммы краткой записью числа:

а) $3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5 + 2$; б) $7 \cdot 8^4 + 6 \cdot 8^3 + 4$; в) $2 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^2 + 2$.

3А. Среди следующих сумм найдите краткую запись числа 121022_3 :

а) $1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10$;

б) $1 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3$;

в) $1 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3 + 2$;

г) $1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10 + 2$.

3Б. Замените суммы краткой записью числа:

а) $3 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8 + 4$; б) $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1$; в) $3 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^3 + 4$.

4А. Среди следующих сумм найдите краткую запись числа 210331_4 :

а) $2 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10$;

б) $2 \cdot 4^5 + 2 \cdot 4^4 + 3 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4$;

в) $2 \cdot 4^5 + 2 \cdot 4^4 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 1$;

г) $2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 1$.

4Б. Замените суммы краткой записью числа:

а) $3 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7 + 2$; б) $2 \cdot 4^5 + 1 \cdot 4^4 + 3 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 1$; в) $4 \cdot 6^5$.

5А. Среди следующих сумм найдите краткую запись числа 42310_5 :

а) $4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1$;

б) $4 \cdot 5^4 + 2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 1 \cdot 10$;

в) $4 \cdot 5^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 5 + 1$;

г) $4 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5$.

5Б. Замените суммы краткой записью числа:

а) $2 \cdot 3^5 + 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3 + 1$; б) $4 \cdot 5^6 + 2 \cdot 5^3 + 5$; в) $7 \cdot 9^6$.

0А. Среди следующих сумм найдите краткую запись числа 16503_7 :

а) $1 \cdot 7^4 + 6 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 3$;

б) $1 \cdot 7^4 + 6 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7$;

в) $1 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3$;

г) $1 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 3$.

Решение:

$16503_7 = 1 \cdot 7^4 + 6 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7 + 3 = 1 \cdot 7^4 + 6 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 3$,
поэтому а) – верно; б) – не верно; в) и г) также не верно, т.к. число записано в системе счисления с основанием $p = 7$.

0Б. Замените суммы краткой записью числа:

а) $5 \cdot 10^2 + 2$; б) $3 \cdot 9^4 + 6 \cdot 9^2 + 1 \cdot 9 + 7$; в) $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2$.

Решение:

а) $5 \cdot 10^2 + 2 = 502$

б) $3 \cdot 9^4 + 6 \cdot 9^2 + 1 \cdot 9 + 7 = 30617_9$

в) $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2 = 1010010_2$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ
(задания II уровня)

1А. Верно ли, что в числе 25760 всего:

а) 25 тысяч; б) 7 сотен; в) 257 сотен; г) 2576 десятков; д) 6 десятков?

1Б. Запишите число, в котором: а) 56 миллионов и 23 десятка; б) 32 тысячи и 364 единицы; в) 605 десятков тысяч, 32 сотни и 24 единицы.

2А. Верно ли, что в числе 362100 всего:

а) 36 тысяч; б) 362 тысячи; в) 36 десятков тысяч; г) 100 единиц; д) 3621 сотня?

2Б. Запишите число, в котором: а) 179 сотен тысяч и 22 десятка; б) 41 десяток тысяч и 88 десятков; в) 55 тысяч и 714 единиц.

3А. Верно ли, что в числе 197324 всего:

а) 197 тысяч; б) 1973 сотни; в) 324 единицы; г) 19732 десятка; д) 19 десятков тысяч?

3Б. Запишите число, в котором: а) 21 сотня тысяч и 996 десятков; б) 42 миллиона, 302 десятка тысяч и 17 единиц; в) 825 сотен тысяч.

4А. Верно ли, что в числе 76809 всего:

а) 768 десятков; б) 7680 десятков; в) 76 тысяч; г) 768 сотен; д) 76809 единиц?

4Б. Запишите число, в котором: а) 506 сотен тысяч; б) 23 десятка миллионов, 825 сотен и 31 единицы; в) 101 тысяча и 332 сотни.

5А. Верно ли, что в числе 2170302 всего:

а) 21 сотня тысяч; б) 217 десятков тысяч; в) 170 тысяч; г) 21703 сотни; д) 2170 тысяч?

5Б. Запишите число, в котором: а) 178 десятков миллионов; б) 34 десятка тысяч, 42 десятка и 815 единиц; в) 75 сотен и 382 десятка.

0А. Верно ли, что в числе 3006158 всего:

а) 3 миллиона; б) 6 тысяч; в) 3006 тысяч; г) 30061 сотня; д) 615 десятков?

Решение:

- а) верно;
 б) нет, не верно, т.к. чтобы узнать, сколько в числе тысяч, нужно закрыть последние три цифры, полученное число и есть число тысяч в данном числе;
 в) верно;
 г) верно;
 д) нет (объяснение аналогично пункту б).

0Б. Запишите число, в котором: а) 24 миллиона и 605 сотен; б) 87 десятков тысяч, 90 сотен и 814 единиц; в) 506 десятков миллионов.

Решение:

- а) 24060500;
 б) 879814;
 в) 5060000000.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ (задания III уровня)

1А. Переведите числа: а) 7542_8 , 111011_2 в десятичную систему счисления; б) 12937 в систему счисления с основанием $p=7$; $p=3$.

1Б. Найдите сумму и разность чисел, а затем выполните проверку с использованием десятичной системы счисления: 1543_6 и 245_6 .

2А. Переведите числа: а) 232010_4 , 654321_7 в десятичную систему счисления; б) 43728 в систему счисления с основанием $p=6$; $p=4$.

2Б. Найдите сумму и разность чисел, а затем выполните проверку с использованием десятичной системы счисления: 426_8 и 352_8 .

3А. Переведите числа: а) 432001_5 , 210022_3 в десятичную систему счисления; б) 17931 в систему счисления с основанием $p=7$; $p=5$.

3Б. Найдите сумму и разность чисел, а затем выполните проверку с использованием десятичной системы счисления: 1020_7 и 534_7 .

4А. Переведите числа: а) 10101100_2 , 25118_9 в десятичную систему счисления; б) 6122 в систему счисления с основанием $p=2$; $p=4$.

4Б. Найдите сумму и разность чисел, а затем выполните проверку с использованием десятичной системы счисления: 1010_2 и 111_2 .

5А. Переведите числа: а) 710062_8 , 13122_4 в десятичную систему счисления; б) 7432 в систему счисления с основанием $p=3$; $p=7$.

5Б. Найдите сумму и разность чисел, а затем выполните проверку с использованием десятичной системы счисления: 423_5 и 344_5 .

0А. Переведите числа: а) 26133_7 , 12011_3 в десятичную систему счисления; б) 26104 в систему счисления с основанием $p=2$; $p=8$.

Решение:

а) $26133_7 = 2 \cdot 7^4 + 6 \cdot 7^3 + 1 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7 + 3 = 4802 + 2058 + 49 + 21 + 3 = 6933$

$12011_3 = 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3 + 1 = 81 + 54 + 3 + 1 = 139$

Ответ: $26133_7 = 6933$; $12011_3 = 139$

б)

26104 | 2

2	13052	2	6526	2	3263	2	1631	2	815	2	407	2	203	2	101	2	50	2	25	2	12	2	6	2	3	2	1	
-2	12	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2	6	-2
6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	6	10	10
-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	-6	10	10
10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	10	4	4
-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	-10	4	4
4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	4	12	12
-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	-4	12	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

26104 = 110010111111000₂

26104 | 8

8	3263	8	407	8	50	8	6
-8	32	-8	40	-8	48	-8	6
16	63	16	7	16	2	16	2
-16	56	-16	7	-16	2	-16	2
50	7	50	7	50	7	50	7
-50	7	-50	7	-50	7	-50	7
48	7	48	7	48	7	48	7
-48	7	-48	7	-48	7	-48	7
24	7	24	7	24	7	24	7
-24	7	-24	7	-24	7	-24	7
24	7	24	7	24	7	24	7
0	7	0	7	0	7	0	7

$$26104 = 62770_8$$

Ответ: $26104 = 110010111111000_2$
 $26104 = 62770_8$

0Б. Найдите сумму и разность чисел, а затем выполните проверку с использованием десятичной системы счисления: 736_8 и 252_8 .

Решение:

$$\begin{array}{r} + \quad 736_8 \\ \quad 252_8 \\ \hline 1210_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - \quad 736_8 \\ \quad 252_8 \\ \hline 464_8 \end{array}$$

Для проверки переведем числа из восьмеричной системы счисления в десятичную. Для этого запишем числа 736_8 и 252_8 в виде суммы разрядных слагаемых и выполним арифметические действия в десятичной системе счисления.

$$736_8 = 7 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 448 + 24 = 478$$

$$252_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = 128 + 40 + 2 = 170$$

$$\begin{array}{r} + \quad 478 \\ \quad 170 \\ \hline 648 \end{array} \quad \begin{array}{r} - \quad 478 \\ \quad 170 \\ \hline 308 \end{array}$$

Переведем числа 648 и 308 из десятичной системы счисления в восьмеричную.

$$\begin{array}{r} 648 \mid 8 \\ \underline{-64} \quad 8 \\ \quad 81 \mid 8 \\ \quad \underline{-80} \quad 10 \\ \quad \quad 8 \mid 8 \\ \quad \quad \underline{-8} \quad 1 \\ \quad \quad \quad 0 \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 308 \mid 8 \\ \underline{-24} \quad 8 \\ \quad 38 \mid 8 \\ \quad \underline{-32} \quad 6 \\ \quad \quad 6 \mid 8 \\ \quad \quad \underline{-6} \quad 2 \\ \quad \quad \quad 4 \end{array}$$

$$648 = 1210_8$$

$$308 = 464_8$$

Ответ: 1210_8 ; 464_8 .

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ (задания IV уровня)

1А. Найдите значение выражения: $23213_5 : 32_5 - 113_5$.

1Б. Решите уравнение: $122_x + 201_x = 36$.

2А. Найдите значение выражения: $132_6 \cdot 47_6 + 2451_6$.

2Б. Решите уравнение: $322_x + 231_x = 103$.

3А. Найдите значение выражения: $(1472_7 - 513_7) \cdot 413_7$.

3Б. Решите уравнение: $212_x - 101_x = 13$.

4А. Найдите значение выражения: $(132_4 + 212_4) \cdot 13_4$.

4Б. Решите уравнение: $45_x \cdot 23_x = 561$.

5А. Найдите значение выражения: $731_8 : 13_8 + 611_8$.

5Б. Решите уравнение: $43_x : 13_x = 3$.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ (задания V уровня)

1А. Найдите значение выражения: $11_2 \cdot 11_2 + 12_5 \cdot 13_5$.

1Б. Сумма цифр двузначного числа равна 7. Если к каждой цифре прибавить 2, то получится число, которое на 3 меньше удвоенного первоначального числа. Найдите это число.

2А. Найдите значение выражения: $731_8 : 13_8 + 113_5 \cdot 3_5$.

2Б. Двузначное число, деленное на сумму его цифр, дает в частном 4 и в остатке 3. Если переставить цифры в этом числе, то получим число, на 5 больше, чем увеличенная в 6 раз сумма его цифр. Найдите это число.

3А. Найдите значение выражения: $2134_5 : 12_5 + 57_8 \cdot 37_8$.

3Б. Произведение цифр двузначного числа в три раза меньше самого числа. Если к искомому числу прибавить 18, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.

4А. Найдите значение выражения: $121_3 \cdot 22_3 - 25_6 \cdot 13_6$.

4Б. Найдите двузначное число по следующим условиям: частное от деления искомого числа на сумму его цифр равно 8; частное от деления на ту же сумму произведения его цифр равно $\frac{14}{9}$.

5А. Найдите значение выражения: $76_8 \cdot 64_8 - 23213_6 : 326_6$.

5Б. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 10, а произведение искомого числа на число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, равно 403. Найдите число.

ТЕМА № 3. ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Отношение делимости. Признаки делимости. Простые и составные числа. Кратные и делители. Наименьшее общее кратное, наибольший общий делитель, их свойства. Взаимно простые числа. Признак делимости на составное число.

Литература: [1] с. 290-306, [2] с. 135-142, [3] с. 150-179, [4] с. 69-78, [5] с. 143-151, [6] с.107-122, [7] с. 159-171.

ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(задания I уровня)

1А. Среди следующих предложений укажите истинные и ложные:

- а) $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$; б) числа 124 и 25 являются взаимно простыми;
в) число 199 – составное.

1Б. Подтвердите истинность либо опровергните высказывания:

- а) если сумма делится на число **a**, то каждое слагаемое делится на **a**;
б) если число кратно 4, то оно кратно 2.

2А. Среди следующих предложений укажите истинные и ложные:

а) число 543 – простое; б) НОД (48, 60) = 12; в) $810 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5$.

2Б. Подтвердите истинность либо опровергните высказывания:

а) если произведение делится на число **а**, то хотя бы один множитель делится на **а**; б) числа 9 и 24 – взаимно простые.

3А. Среди следующих предложений укажите истинные и ложные:

а) число 159 – простое; б) НОК (45, 30) = 180; в) $216 = 2^3 \cdot 3^3$.

3Б. Подтвердите истинность либо опровергните высказывания:

а) существует наибольшее простое число;
б) каждое число, кратное 3, является кратным 9.

4А. Среди следующих предложений укажите истинные и ложные:

а) $144 = 2^4 \cdot 3^2$; б) НОД (12, 72) = 72; в) число 224 кратно 7.

4Б. Подтвердите истинность либо опровергните высказывания:

а) существует наибольшее составное число; б) числа 12 и 16 взаимно простые.

5А. Среди следующих предложений укажите истинные и ложные:

а) $1440 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$; б) число 437 – простое;
в) число 2204 является кратным числа 48.

5Б. Подтвердите истинность либо опровергните высказывания:

а) НОД (**а**, **в**) = 1, если числа **а** и **в** – взаимно простые;
б) число 9 имеет только два делителя.

0А. Среди следующих предложений укажите истинные и ложные:

а) число 189 – составное; б) $1620 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5$;
в) число 18 является кратным числа 54.

Решение:

а) составным числом называют число, которое имеет более двух делителей. Найдем каноническое разложение данного числа 189:

$$\begin{array}{r|l} 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \end{array}$$

$$1 \mid \begin{array}{l} 189 = 3^3 \cdot 7; \text{ число } 189 \text{ имеет } 5 \text{ делителей} \\ \{1; 3; 9; 7; 189\} \\ \text{Значит, } 189 - \text{составное число.} \end{array}$$

б) Представим число 1620 в каноническом виде:

$$\begin{array}{r|l} 1620 & 2 \\ 810 & 2 \\ 405 & 3 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Следовательно, $1620 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5$.

в) Представим числа 54 и 18 в каноническом виде:

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$54 = 2 \cdot 3^3$; $18 = 2 \cdot 3^2$; $\text{НОД}(54; 18) = 2 \cdot 3^2 = 18$. Число 18 является делителем числа 54, а не кратным.

0Б. Подтвердите истинность либо опровергните высказывания:

- а) $\text{НОК}(a, b) = a \cdot b$, если числа a и b взаимно простые;
 б) если запись числа оканчивается цифрой 8, то оно кратно 4.

Решение:

а) Данное высказывание истинно. Т.к. если числа a и b – взаимно простые, то они имеют только один общий делитель – 1. Значит, наименьшим общим кратным этих чисел будет их произведение.

б) Данное высказывание ложно. Число делится на 4, если две последних цифры образуют число, которое делится на 4.

ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (задания II уровня)

1А. Найдите каноническое разложение чисел: а) 78; б) 504; в) 2748.

1Б. Не выполняя арифметических действий, выясните, делятся ли заданные числовые выражения на указанные числа и объясните, почему:
а) ; б) ; в) .

2А. Найдите каноническое разложение чисел: а) 96; б) 810; в) 2061.

2Б. Не выполняя арифметических действий, выясните, делятся ли заданные числовые выражения на указанные числа и объясните, почему:
а) $229 + 631$ на 7; б) $16 \cdot 23 \cdot 124$ на 3; в) $15 \cdot 749 + 16$ на 6.

3А. Найдите каноническое разложение чисел: а) 80; б) 675; в) 4368.

3Б. Не выполняя арифметических действий, выясните, делятся ли заданные числовые выражения на указанные числа и объясните, почему:
а) $123 \cdot 749$ на 7; б) $225 + 130$ на 5; в) $540 \cdot 8310 + 750$ на 15.

4А. Найдите каноническое разложение чисел: а) 84; б) 162; в) 3744.

4Б. Не выполняя арифметических действий, выясните, делятся ли заданные числовые выражения на указанные числа и объясните, почему:
а) $2808 + 6500 + 1875$ на 15; б) $123 \cdot 201 \cdot 44$ на 18;
в) $72 \cdot 29 \cdot 47 + 2304$ на 9.

5А. Найдите каноническое разложение чисел: а) 56; б) 270; в) 1124.

5Б. Не выполняя арифметических действий, выясните, делятся ли заданные числовые выражения на указанные числа и объясните, почему:
а) $2512 + 127$ на 3; б) $134 \cdot 270$ на 5; в) $123 \cdot 207 + 36$ на 18.

0А. Найдите каноническое разложение чисел: а) 81; б) 225; в) 94180.

Решение:

$$\begin{array}{l}
 \text{а)} \quad 81 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 27 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right. \\
 \text{б)} \quad 225 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 75 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array} \right. \\
 \text{в)} \quad 94180 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 47090 \\ 23545 \\ 4709 \\ 277 \end{array} \right.
 \end{array}$$

— | — | — 1 |

$$81 = 3^4 \quad 225 = 3^2 \cdot 5^2 \quad 94180 = 2^2 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 277$$

Проверим, что 277 – простое число, по признаку простого числа: $\sqrt{277} \approx 17$; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 – простые числа, не превосходящие 17. Проверяем: $\overline{277:2}$ - по признаку делимости на 2; $\overline{277:3}$ - по признаку делимости на 3; $\overline{277:5}$ - по признаку делимости на 5; $\overline{277:7}$; $\overline{277:11}$ - по признаку делимости на 11; $\overline{277:13}$; $\overline{277:17}$. Значит, 277 делится только на 1 и на 277.

0Б. Не выполняя арифметических действий, выясните, делятся ли заданные числовые выражения на указанные числа и объясните, почему:

- а) $30861 + 45063 + 2304$ на 9;
- б) $22050 + 2380 + 6175$ на 15;
- в) $540 \cdot 127$ на 6.

Решение:

а) Воспользуемся теоремой о том, что если каждое слагаемое суммы делится на число, то и сумма делится на это число, и признаком делимости на 9: число делится на 9, если сумма цифр в записи числа делится на 9.

$$30861 : 9, \text{ т. к. } 3 + 0 + 8 + 6 + 1 = 18, \quad 18 : 9;$$

$$45063 : 9, \text{ т. к. } 4 + 5 + 0 + 6 + 3 = 18, \quad 18 : 9;$$

$$2304 : 9, \text{ т. к. } 2 + 3 + 0 + 4 = 9, \quad 9 : 9.$$

Каждое слагаемое данной суммы делится на 9.

$$\text{Значит, сумма } (30861 + 45063 + 2304) : 9.$$

б) Признак делимости на составное число: число делится на 15, если оно делится на 5 и на 3.

$$22050 : 15, \text{ поскольку } 22050 : 5 \text{ (т.к. число оканчивается на 0),}$$

$$22050 : 3 \text{ (т.к. } 2 + 2 + 5 = 9; 9 : 3)$$

$$\overline{2380:15}, \text{ поскольку } 2380 : 5 \text{ (т.к. число оканчивается на 0),}$$

$$\overline{2380:3} \text{ (т.к., } 2 + 3 + 8 = 13; 13 : 3)$$

$$\overline{6175:15}, \text{ поскольку } 6175 : 5 \text{ (т.к. число оканчивается на 5),}$$

$$\overline{6175:3} \text{ (т.к. } 6 + 1 + 7 + 5 = 19; 19 : 3)$$

Получим, что два слагаемых суммы не делятся на 15, поэтому сумма $22050 + 2380 + 6175$ может делиться, а может и не делиться на 15.

в) Произведение делится на число, если хотя бы один из множителей делится на число. Число делится на 6, если оно делится на 2 и на 3.

$540 \div 6$, т. к. $540 \div 3$ ($5 + 4 = 9$, $9 \div 3$) и $540 \div 2$ (заканчивается нулем).
Значит, $(540 \cdot 127) \div 6$.

ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ
(задания III уровня)

- 1А. Найдите двумя способами НОД и НОК чисел: 1960 и 588.
- 1Б. Определите, какие из чисел являются простыми, а какие – составными: а) 209; б) 331; в) 389.
- 2А. Найдите двумя способами НОД и НОК чисел: 3960 и 4375.
- 2Б. Определите, какие из чисел являются простыми, а какие – составными: а) 223; б) 377; в) 437.
- 3А. Найдите двумя способами НОД и НОК чисел: 536 и 1024.
- 3Б. Определите, какие из чисел являются простыми, а какие – составными: а) 299; б) 1227; в) 139.
- 4А. Найдите двумя способами НОД и НОК чисел: 2416 и 604.
- 4Б. Определите, какие из чисел являются простыми, а какие – составными: а) 187; б) 571; в) 395.
- 5А. Найдите двумя способами НОД и НОК чисел: 540 и 1512.
- 5Б. Определите, какие из чисел являются простыми, а какие – составными: а) 463; б) 189; в) 183.
- 0А. Найдите двумя способами НОД и НОК чисел: 192 и 1620.

Решение:

1-ый способ: с помощью канонического разложения:

$192 \left \begin{array}{l} 2 \\ 96 \\ 48 \end{array} \right.$	$1620 \left \begin{array}{l} 2 \\ 810 \\ 405 \end{array} \right.$	$192 = 2^6 \cdot 3;$	$1620 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5;$
		$\text{НОД}(192; 1620) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12;$	
		$\text{НОК}(192; 1620) = 2^6 \cdot 3 \cdot 5 = 64 \cdot 81 \cdot 5 = 25920.$	

24	2	135	3
12	2	45	3
6	2	15	3
3	3	5	5
1		1	

2-ой способ: с использованием алгоритма Евклида

$$\begin{array}{r}
 1620 \overline{) 192} \\
 \underline{1536} \\
 84 \\
 192 \overline{) 84} \\
 \underline{168} \\
 24 \\
 84 \overline{) 24} \\
 \underline{72} \\
 24 \\
 24 \overline{) 24} \\
 \underline{24} \\
 0
 \end{array}$$

$$\text{НОД}(192; 1620) = 12$$

$$\text{НОК}(192; 1620) = \frac{a \cdot b}{\text{НОД}} = \frac{192 \cdot 1620}{12} = 25920.$$

0Б. Определите, какие из чисел являются простыми, а какие – составными: а) 829; б) 703; в) 481.

Решение:

а) Воспользуемся признаком простого числа. Если $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$ не делится ни на одно простое число, не превосходящее \sqrt{n} , то n – простое число.

$\sqrt{829} \approx 29$; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 – простые числа, не превосходящие $\sqrt{829}$.

$\overline{829:2}$, т. к. последняя цифра в записи числа не делится на 2;

$\overline{829:3}$, т. к. сумма цифр в записи числа не делится на 3 ($8+2+9 = 19$, $\overline{19:3}$);

$\overline{829:5}$, т. к. последняя цифра в записи числа не 5 и не 0;

$\overline{829:7}$, т. к. $829 : 7 = 118$ (ост. 2);

$\overline{829:11}$, т. к. сумма цифр, занимающих четные места, не равна сумме цифр, занимающих нечетные места, либо эти суммы отличаются на число, делящееся на 11 ($8 + 9 \neq 2$).

$\overline{829:13}$, т. к. $829 : 13 = 63$ (ост. 10);

$\overline{829:17}$, т. к. $829 : 17 = 48$ (ост. 13);

$\overline{829:19}$, т. к. $829 : 19 = 43$ (ост. 12);

$\overline{829:23}$, т. к. $829 : 23 = 36$ (ост. 1).
Значит, 829 – простое число.

б) Воспользуемся признаком простого числа.

$\sqrt{703} \approx 27$; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 – простые числа, не превосходящие $\sqrt{703}$.

$\overline{703:2}$, т. к. последняя цифра в записи числа не делится на 2;

$\overline{703:3}$, т. к. сумма цифр в записи числа не делится на 3;

$\overline{703:5}$, т. к. последняя цифра в записи числа не 5 и не 0;

$\overline{703:7}$, т. к. $703 : 7 = 100$ (ост. 3);

$\overline{703:11}$, т. к. сумма цифр, занимающих четные места, не равна сумме цифр, занимающих нечетные места, либо эти суммы отличаются на число, делящееся на 11;

$\overline{703:13}$, т. к. $703 : 13 = 54$ (ост. 1);

$\overline{703:17}$, т. к. $703 : 17 = 41$ (ост. 6);

$703 : 19$, т. к. $703 : 19 = 37$.

Значит, 703 – составное число.

в) Воспользуемся признаком простого числа.

$\sqrt{481} \approx 22$; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 – простые числа, не превосходящие $\sqrt{481}$.

$\overline{481:2}$, т. к. последняя цифра в записи числа не делится на 2;

$\overline{481:3}$, т. к. сумма цифр в записи числа не делится на 3;

$\overline{481:5}$, т. к. последняя цифра в записи числа не 0 и не 5;

$\overline{481:7}$, т. к. $481 : 7 = 68$ (5 ост.);

$\overline{481:11}$, т. к. сумма цифр, занимающих четные места, не равна сумме цифр, занимающих нечетные места, либо эти суммы отличаются на число, делящееся на 11;

$\overline{481:13}$, т. к. $481 : 13 = 39$ (4 ост.);

$\overline{481:17}$, т. к. $481 : 17 = 27$ (2 ост.);

$\overline{481:19}$, т. к. $481 : 19 = 25$ (6 ост.).

Значит, 481 – простое число.

ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (задания IV уровня)

1А. Докажите с помощью метода математической индукции, что для $\forall n \in \mathbb{N} (n^3 + 5n) : 6$.

1Б. Найдите числа a и b , если $\text{НОД}(a, b) = 5$, $\text{НОК}(a, b) = 105$.

2А. Докажите с помощью метода математической индукции, что для $\forall n \in \mathbb{N} (4^n - 1) \div 3$.

2Б. Найдите числа a и b , если $\text{НОД}(a, b) = 7$, $a \cdot b = 294$.

3А. Докажите с помощью метода математической индукции, что для $\forall n \in \mathbb{N} (6^{2n} - 1) \div 35$.

3Б. Найдите числа a и b , если $\text{НОК}(a, b) = 75$, $a \cdot b = 375$.

4А. Докажите с помощью метода математической индукции, что для $\forall n \in \mathbb{N} (n^5 - n) \div 5$.

4Б. Найдите числа a и b , если $\text{НОД}(a, b) = 4$, $a : b = 19 : 15$.

5А. Докажите с помощью метода математической индукции, что для $\forall n \in \mathbb{N} (n^3 + 11n) \div 6$.

5Б. Найдите числа a и b , если $a \cdot b = 25200$, $\text{НОК}(a, b) = 12600$.

ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (задания V уровня)

1А. Докажите двумя способами, что если $n \in \mathbb{N}$, то $\frac{10^n + 2}{3} \in \mathbb{N}$

1Б. Мимо станции железной дороги проходят один за другим три поезда: в первом 418 пассажиров, во втором – 494, в третьем – 456. сколько пассажирских вагонов в каждом поезде, если известно, что в каждом вагоне находится по одинаковому числу пассажиров и их число наибольшее из возможных?

2А. Докажите двумя способами, что если $n \in \mathbb{N}$, то $\frac{10^n + 17}{9} \in \mathbb{N}$

2Б. Сколько яиц лежит в корзине, если при раскладывании кучками по 15, по 20 и по 24 одно яйцо остается лишним, а при раскладывании по 11 не остается ни одного лишнего яйца?

3А. Докажите двумя способами, что если $n \in \mathbb{N}$, то $\frac{10^n + 8}{9} \in \mathbb{N}$

3Б. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 2, 3, 4, 5, 6, 8 дает остаток 1 и без остатка делится на 7.

4А. Докажите двумя способами, что если $n \in \mathbb{N}$, то $\frac{10^n + 5}{5} \in \mathbb{N}$

4Б. И 156 желтых, 234 белых и 390 красных роз составили букеты так, что в каждом букете было одинаковое количество каждого (в отдельности) цвета роз. Таких букетов составили максимально возможное количество. Сколько было букетов и сколько роз в каждом букете?

5А. Докажите двумя способами, что если $n \in \mathbb{N}$, то $\frac{10^n(9n-1)+1}{9} \in \mathbb{N}$

5Б. В некоторый момент времени планеты Венера и Меркурий занимают определенное положение относительно неподвижных звезд. Через сколько суток обе планеты будут находиться вновь в том же положении относительно звезд, если известно, что Меркурий делает один полный оборот вокруг Солнца за 88 суток, а Венера – за 225 суток?

ТЕМА № 4. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Понятие дроби. Сложение и вычитание положительных рациональных чисел. Умножение и деление рациональных чисел. Десятичные дроби и операции над ними. Понятие процента. Бесконечные десятичные дроби. Положительные действительные числа.

Литература: [1] с. 308-330, 335-339, [2] с. 148-152, [3] с. 180-228, [4] с. 82-89, [5] с. 152-165, [6] с.142-148.

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА
(задания I уровня)

1А. Укажите значения истинности следующих высказываний:

а) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$; б) $\frac{7}{9} > \frac{11}{13}$; в) $\frac{1}{6} + \frac{7}{12} = \frac{3}{4}$.

1Б. Верно ли, что:

а) $0,007 = 0,00(7)$; б) $1,83 > 1,8$; в) $1,(6) = 1\frac{2}{3}$.

2А. Укажите значения истинности следующих высказываний:

а) $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$; б) $\frac{5}{7} > \frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{6}{8}$.

2Б. Верно ли, что:

а) $0,0612 = 0,06(12)$; б) $1,05 > 1,1$; в) $2,1(25) = 2\frac{37}{110}$.

3А. Укажите значения истинности следующих высказываний:

а) $\frac{1}{6} = \frac{7}{40}$; б) $\frac{1}{2} < \frac{7}{12}$; в) $1 - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$.

3Б. Верно ли, что:

а) $0,09 = 0,0(8)$; б) $21,(7) < 21,7$; в) $2,8(4) = 2\frac{38}{45}$.

4А. Укажите значения истинности следующих высказываний:

а) $\frac{7}{10} = \frac{3}{5}$; б) $\frac{17}{20} > \frac{10}{11}$; в) $\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{2}{15}$.

4Б. Верно ли, что:

а) $71,008 = 71,0(08)$; б) $33,1 > 33,(1)$; в) $2,(3519) = 2\frac{391}{1111}$.

5А. Укажите значения истинности следующих высказываний:

а) $\frac{1}{54} = \frac{2}{27}$; б) $\frac{3}{7} < \frac{9}{40}$; в) $3\frac{5}{6} - 3\frac{3}{7} = \frac{17}{40}$.

5Б. Верно ли, что:

а) $0,1375 = 0,1375(0)$; б) $1,17 > 1,170$; в) $8,291(6) = 8\frac{7}{24}$.

0А. Укажите значения истинности следующих высказываний:

а) $\frac{3}{7} = \frac{4}{11}$; б) $\frac{3}{8} < \frac{5}{12}$; в) $1\frac{3}{4} - \frac{6}{4} = \frac{1}{4}$.

Решение:

а) НОК (7; 11) = 77, значит числа $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{11}$ можно привести к общему знаменателю 77:

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 11}{77} = \frac{33}{77}; \quad \frac{4}{11} = \frac{4 \cdot 7}{77} = \frac{28}{77}; \quad \frac{33}{77} > \frac{28}{77}, \text{ т.е. } \frac{3}{7} > \frac{4}{11} - \text{истинное}$$

высказывание, значит $\frac{3}{7} = \frac{4}{11}$ - ложное высказывание.

$$\begin{array}{l} \text{б)} \quad 8 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right. \quad 12 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 8 = 2^3; \\ 12 = 2^2 \cdot 3; \end{array} \end{array}$$

НОК (8; 12) = $2^3 \cdot 3 = 24$. Числа 8 и 12 можно привести к общему знаменателю 24:

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{24} = \frac{9}{24}; \quad \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 2}{24} = \frac{10}{24}; \quad \frac{10}{24} > \frac{9}{24}; \quad \frac{5}{12} > \frac{3}{8},$$

значит, $\frac{3}{8} < \frac{5}{12}$ - истинно.

$$\text{в)} \quad 1\frac{3}{4} - \frac{6}{4} = 1\frac{3}{4} - 1\frac{2}{4} = (1 - 1) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4},$$

т. е. $1\frac{3}{4} - \frac{6}{4} = \frac{1}{4}$ - истинно.

ОБ. Верно ли, что:

$$\text{а)} \quad 3,87(5) = 3,87(50); \quad \text{б)} \quad 23,05 < 23,(05); \quad \text{в)} \quad 7,91(6) = 7\frac{11}{12}.$$

Решение:

а) Для проверки истинности записанного равенства переведем дроби в обыкновенные.

Чтобы смешанную периодическую дробь перевести в обыкновенную, нужно в числителе записать разность между числом, записанным цифрами, стоящими до второго периода, и числом, записанным цифрами предпериода. В знаменателе записываем число, состоящее из столько 9, сколько цифр в периоде, и столько 0, сколько цифр в предпериоде.

$$3,87(5) = 3 + \frac{875 - 87}{900} = 3\frac{788}{900}; \quad 3,87(50) = 3 + \frac{8750 - 87}{9900} = 3\frac{8663}{9900};$$

$$3\frac{788}{900} \neq 3\frac{8663}{9900}.$$

Ответ: $3,87(5) \neq 3,87(50)$.

б) Для проверки истинности неравенства переведем дроби в обыкновенные: $23,05 = 23\frac{1}{20}$.

Чтобы чистую периодическую дробь перевести в обыкновенную, необходимо в числителе записать число, образованное цифрами периода, а в знаменателе – столько 9, сколько цифр в периоде. $23,05 = 23\frac{5}{99}$

Сравниваем дроби $23\frac{1}{20}$ и $23\frac{5}{99}$

Так как целые части равны, сравниваем дробные: $\frac{1}{20}$ и $\frac{5}{99}$;

$$\frac{1}{20} < \frac{5}{99} \text{ (т.к. } 1 \cdot 99 < 5 \cdot 20); \quad 23\frac{1}{20} < 23\frac{5}{99}$$

Ответ: $23,05 < 23, (05)$.

в) Переведем десятичную дробь $7,91(6)$ в обыкновенную:

$$7,91(6) = 7 + \frac{916-91}{900} = 7\frac{33}{36} = 7\frac{11}{12};$$

Значит, $7,91(6) = 7\frac{11}{12}$ - верно.

$$\text{Ответ: } 7,91(6) = 7\frac{11}{12}.$$

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА (задания II уровня)

1А. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенной:

а) $0,125$; б) $0,0(3)$; в) $6,(435)$.

1Б. Для данного множества запишите подмножества, состоящие из:

а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел; в) целых чисел.

$A = \{\sqrt{11}; 1,666\dots; 2\frac{3}{4}; 1,521131313\dots; \frac{5}{12}; \sqrt{252}; 5,1234167\dots, 0,27000\dots; 6,000\dots; 2,313133313\dots\}$

2А. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенной:

а) $9,126$; б) $2,(2519)$; в) $2,1(3)$.

2Б. Для данного множества запишите подмножества, состоящие из:
а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел; в) целых чисел.

$V = \{5,111\dots; 2,311331133113\dots; \frac{32}{4}; \frac{6}{15}; \sqrt{625}; 3,000\dots; 1\frac{15}{1000}; 0,1231757\dots; \sqrt{13}\}$.

3А. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенной:

а) 43,375; б) 0,1(2); в) 0,(571428).

3Б. Для данного множества запишите подмножества, состоящие из:
а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел; в) целых чисел.

$C = \{7,(5); \frac{6}{11}; 0,75; 5,666\dots; \frac{42}{7}; \sqrt{64}; \sqrt{55}; 1,7121314\dots; 0,(83)\}$.

4А. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенной:

а) 0,1375; б) 0,(31); в) 4,6(3).

4Б. Для данного множества запишите подмножества, состоящие из:
а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел; в) целых чисел.

$D = \{\frac{2}{3}; 4,(2); 7,00\dots; \sqrt{7}; 0,2(34); \Pi; \sqrt{9}; \frac{3}{15}; \frac{18}{9}; 0,121314\dots\}$

5А. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенной:

а) 3,075; б) 0,2(35); в) 17,(22).

5Б. Для данного множества запишите подмножества, состоящие из:
а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел; в) целых чисел.

$E = \{\sqrt{2}; \frac{11}{6}; 2,1(3); 45\frac{1}{4}; \sqrt{144}; 11,1212\dots; 25,(2); 71,1444\dots\}$.

0А. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенной:

а) 7,001; б) 0,5(8); в) 6,(12).

Решение:

$$а) 7,001 = 7\frac{1}{1000};$$

б) Для того, чтобы смешанную периодическую дробь перевести в обыкновенную, нужно в числителе записать разность между числом, записанным цифрами, стоящими до второго периода, и числом, записанным цифрами предпериода. В знаменателе записывают число, стоящее из

стольких девяток, сколько цифр в периоде, и стольких нулей, сколько цифр в предпериоде.

$$0,5(8) = \frac{58-5}{90} = \frac{53}{90};$$

в) Чтобы чистую периодическую дробь перевести в обыкновенную, необходимо в числителе записать число, образованное цифрами периода, а в знаменателе – столько 9, сколько цифр в периоде.

$$6,(12) = 6\frac{12}{99} = 6\frac{4}{33}.$$

0Б. Для данного множества запишите подмножества, состоящие из:
а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел; в) целых чисел.

$$F = \{ \sqrt{3}; \frac{12}{2}; 46,(3); 7,21(35); \sqrt{16}; \frac{11}{3}; 47,2(571); 2,1234567\dots \}.$$

Решение:

а) $\frac{12}{2}; 46,(3); 7,21(35); \sqrt{16}; \frac{11}{3}; 47,2(571)$ – элементы множества рациональных чисел Q ;

б) $\sqrt{3}; 2,1234567\dots$ – элементы множества иррациональных чисел I ;

в) $\frac{12}{2}; \sqrt{16}$ – элементы множества целых чисел Z .

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА (задания III уровня)

1А. Найдите значение выражения:
$$\frac{(\frac{2}{3} - \frac{5}{18}) \cdot 5\frac{1}{7} - 2}{(0,75 + \frac{1}{4}) : \frac{2}{3} + 1,5}.$$

1Б. Решите уравнение, используя зависимость между результатами и компонентами арифметических действий: $(2\frac{1}{18} - (1\frac{1}{27} - (x - \frac{1}{9}))) + 3\frac{5}{54} = 5.$

2А. Найдите значение выражения: $(1,6 - 2\frac{1}{6} - \frac{41}{90}) \cdot (-3\frac{3}{5}) + 0,25 : (-1,25).$

2Б. Решите уравнение, используя зависимость между результатами и компонентами арифметических действий: $1\frac{3}{5} + (2\frac{7}{12} - ((\frac{3}{4} + x) + 1)) = 2\frac{14}{15}.$

3А. Найдите значение выражения:

$$(22\frac{1}{6} - 21\frac{5}{8}) \cdot 1\frac{1}{13} + 1\frac{31}{44} (6,3 - 3\frac{11}{15}).$$

3Б. Решите уравнение, используя зависимость между результатами и компонентами арифметических действий:

$$12 - (30 - 19\frac{1}{2} : (2\frac{3}{4} - \frac{3}{5}x)) \cdot \frac{23}{55} = 3.$$

4А. Найдите значение выражения: $1\frac{7}{8} \cdot 4 - (8,9 - 2,6 : \frac{2}{3}) + 12\frac{1}{3}$.

4Б. Решите уравнение, используя зависимость между результатами и компонентами арифметических действий:

$$(3,28 - (-1,52)) : x + (-1,3) \cdot (-0,04) = -0,148.$$

5А. Найдите значение выражения: $(0,8 - \frac{3}{5}) : 2\frac{2}{5} - (\frac{7}{8} - 0,25) : 2\frac{3}{4}$.

5Б. Решите уравнение, используя зависимость между результатами и компонентами арифметических действий:

$$3\frac{4}{15} : ((2\frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2}) : 21\frac{3}{7}) - 1\frac{1}{8} = 5\frac{7}{8}.$$

0А. Найдите значение выражения: $\frac{8,3 \cdot 1,2 + 4,2}{(3\frac{3}{5} - 2\frac{1}{15}) \cdot 5 - 7\frac{1}{3}}$.

Решение:

1) $8,3 \cdot 1,2 = 9,96;$

2) $9,96 + 4,2 = 14,16;$

3) $3\frac{3}{5} - 2\frac{1}{15} = 3\frac{9}{15} - 2\frac{1}{15} = (3 - 2) + (\frac{9}{15} - \frac{1}{15}) = 1\frac{8}{15};$

4) $1\frac{8}{15} \cdot 5 = \frac{23}{15} \cdot 5 = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3};$

5) $7\frac{2}{3} - 7\frac{1}{3} = (7 - 7) + (\frac{2}{3} - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3};$

6) $14,16 : \frac{1}{3} = 14\frac{4}{25} : \frac{1}{3} = \frac{354}{25} : \frac{1}{3} = \frac{354}{25} \cdot \frac{3}{1} = \frac{1062}{25} = 42,48.$

Ответ: 42,48.

0Б. Решите уравнение, используя зависимость между результатами и компонентами арифметических действий:

Решение:

$$66\frac{3}{5} : (5 + 3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x)) - 7\frac{1}{20} = \frac{3}{4};$$

$$66\frac{3}{5} : (5 + 3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x)) = \frac{3}{4} + 7\frac{1}{20};$$

$$66\frac{3}{5} : (5 + 3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x)) = 7\frac{4}{5};$$

$$5 + 3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x) = 66\frac{3}{5} : 7\frac{4}{5};$$

$$5 + 3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x) = \frac{111}{13};$$

$$3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x) = \frac{111}{13} - 5;$$

$$3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x) = 3\frac{7}{13};$$

$$1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x = 3\frac{1}{5} : 3\frac{7}{13};$$

$$1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x = \frac{104}{115};$$

$$\frac{4}{15}x = 1\frac{3}{5} - \frac{104}{115};$$

$$\frac{4}{15}x = \frac{16}{23};$$

$$x = \frac{16}{23} : \frac{4}{15} = \frac{16 \cdot 15}{23 \cdot 4} = \frac{60}{23} = 2\frac{14}{23}.$$

$$\text{Ответ: } 2\frac{14}{23}.$$

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА (задания IV уровня)

1. Решите уравнение на основе зависимости между компонентами и результатами арифметических действий:

$$\frac{15,98 + 24,57 : 3,5 - x(1\frac{7}{20} - \frac{11}{15} + \frac{5}{18})}{22\frac{1}{2} : 2,5 - 1\frac{1}{9} \cdot 0,9} = 1\frac{109}{144}.$$

2. Решите уравнение на основе зависимости между компонентами и результатами арифметических действий:

$$\frac{0,75 + 3 \frac{19}{24} : (1 \frac{37}{60} - 1 \frac{1}{9})x}{40 : 6,4 - 5,625 \cdot 0,4} = 1 \frac{11}{48}.$$

3. Решите уравнение на основе зависимости между компонентами и результатами арифметических действий:

$$\frac{2 \frac{14}{41} \cdot (2 \frac{1}{24} - 1,875 + 2 \frac{1}{3} : 4 \frac{2}{3})}{(1,1 + 7 : (3 \frac{1}{12} - 1,625)) \cdot x} = \frac{5}{12}.$$

4. Решите уравнение на основе зависимости между компонентами и результатами арифметических действий:

$$2 \frac{4}{7} + \frac{0,21816 : (0,9 : x - 0,75 \cdot 0,064)}{0,875} + 1 \frac{18}{35} = 5.$$

5. Решите уравнение на основе зависимости между компонентами и результатами арифметических действий:

$$\frac{((4,325 - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26}) : x + (2,5 + 4,25) : 6,75) : 1 \frac{53}{68}}{(\frac{1}{2} - 0,375) : 0,125 + (\frac{5}{6} - \frac{7}{12}) : (0,358 - 1,4796 : 13,7)} = \frac{17}{27}.$$

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА (задания V уровня)

1. Решите задачи по действиям, либо с помощью уравнения или системы уравнений:

а) На сколько процентов повысился дневной заработок рабочего, если вместо 90000 рублей он стал получать 140000 рублей?

б) На складе находится 150 ц гречневой и пшеничной круп. Сколько раз нужно взять гречневой крупы по 3,75 ц, а пшеничной по 2,625 ц, чтобы гречневой осталось в 1,45 раза меньше чем пшеничной?

2. Решите задачи по действиям, либо с помощью уравнения или системы уравнений:

а) На сколько процентов повысился почасовой заработок рабочих при переходе от 8-часового к 7-часовому рабочему дню без изменения дневного заработка?

б) Каждый из трех рабочих должен выполнить одну и ту же работу. Первый и второй вместе порученную им работу выполняют за 12 часов;

второй и третий вместе за $13\frac{1}{3}$ часа; первый и третий вместе за $10\frac{10}{11}$ часа.

За какое время каждый рабочий выполнит всю работу?

3. Решите задачи по действиям, либо с помощью уравнения или системы уравнений:

а) За неделю завод выпустил 588000 подшипников вместо 510000 по плану. На сколько процентов перевыполнен план?

б) Расстояние между городами 150 км. В 9 часов утра из одного города в другой выехал первый велосипедист, а в 10,2 часа того же утра навстречу ему из другого города выехал второй велосипедист, который в час проезжал на 2,5 км меньше первого велосипедиста и встретился с ним в три часа дня. С какой скоростью ехал каждый велосипедист?

4. Решите задачи по действиям, либо с помощью уравнения или системы уравнений:

а) При высыхании трава теряет 28% своей массы. Сколько было скошено травы, если получено 144 ц сена?

б) Когда один из друзей потратил $\frac{11}{15}$, а другой $\frac{3}{11}$ своих денег, то у обоих осталось поровну. Сколько денег было бы у каждого, если у первого было на $23000000\frac{3}{4}$ рублей больше, чем у второго?

5. Решите задачи по действиям, либо с помощью уравнения или системы уравнений:

а) На товар стоимостью 1120000 рублей за центнер снизили цену сначала на 8%, а через некоторое время понизили цену еще на 8%. Какова стоимость товара и какой она была бы, если бы цену понизили сразу на 16%?

б) Смешано три вида сухих ягод: 9 кг первого вида, 11 кг второго и 90 кг третьего. Сколько стоит 1 кг ягод каждого вида, если вся смесь стоит 355000 рублей и 1 кг ягод первого вида дороже 1 кг ягод второго на 3000 рублей, а 1 кг второго вида дороже 1 кг ягод третьего на 5000 рублей?

ТЕМА № 5. ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

Аксиоматическое построение теории аддитивных положительных скалярных величин. Понятие величины и измерение величин в начальном курсе математики. Зависимости между величинами.

Литература: [1] с. 331-334, [3] с. 265-293, [4] с. 108-120, [5] с. 167-175, [6] с.127-133.

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ (задания I уровня)

1А. Верно ли, что: а) $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$; б) $45 \text{ мин.} = \frac{7}{10} \text{ час}$;
в) $0,75 \text{ см}^2 > 0,6 \text{ дм}^2$?

1Б. Если единицу измерения величины сначала увеличить в 3 раза, а затем уменьшить в 6 раз, то значение величины:

- а) увеличится в 3 раза; б) уменьшится в 3 раза;
в) не изменится; г) увеличится в 2 раза.

2А. Верно ли, что: а) $12,5 \text{ м} = \frac{1}{80} \text{ км}$; б) $2 \text{ т } 50 \text{ кг} = 2050 \text{ кг}$; в) $25 \text{ мин} > \frac{7}{10} \text{ час}$?

2Б. Единица измерения величины сначала уменьшилась в 4 раза, затем увеличилась в 6 раз. При этом численное значение измеряемой величины:

- а) увеличилось в 2 раза; б) уменьшилось в 2 раза;
в) увеличилось в $\frac{2}{3}$ раза; г) уменьшилось в $\frac{2}{3}$ раза.

3А. Верно ли: а) $2 \text{ дм} = 0,2 \text{ м}$; б) $36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$; в) $1,2 \text{ т} < 120 \text{ ц}$?

3Б. Единица измерения величины сначала увеличилась в 4 раза, затем уменьшилась в 10 раз. Как изменилось при этом численное значение измеряемой величины:

- а) увеличилось в 6 раз; б) увеличилось в 2,5 раза;
в) уменьшилось в 6 раз; г) уменьшилось в 2,5 раза.

4А. Верно ли, что: а) $325 \text{ мм} = 3 \text{ м } 25 \text{ мм}$; б) $1,8 \text{ км/ч} = 30 \text{ м/мин}$;
в) $1125 \text{ г} > 1 \text{ кг}$?

4Б. Единицу измерения величины сначала увеличили в 5 раз, затем еще увеличили в 6 раз. Как изменилось при этом численное значение измеряемой величины:

- а) увеличилось в 30 раз; б) уменьшилось в 1 раз;

в) уменьшилось в 30 раз; г) не изменилось.

5А. Верно ли, что: а) $105 \text{ мм} = 1 \text{ дм } 5 \text{ мм}$; б) $25 \text{ ц} = 2,5 \text{ т}$; в) $90 \text{ мин} > 5400 \text{ сек}$?

5Б. Единицу измерения величины сначала уменьшили в 60 раз, затем увеличили в 6 раз. При этом численное значение измеряемой величины:

- а) уменьшилось в 10 раз; б) увеличилось в 10 раз;
в) увеличилось в 360 раз; г) уменьшилось в 360 раз.

0А. Верно ли, что: а) $95 \text{ дм} = 9,5 \text{ м}$; б) $20 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с}$; в) $20 \text{ мин } 30 \text{ сек.} = \frac{41}{120} \text{ час}$?

Решение:

а) $1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$; $95 \text{ дм} = 95 \cdot 0,1 = 9,5 \text{ м}$ – значение верно;

б) $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$; $1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$;

$20 \text{ км/ч} = \frac{20000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{200}{36} = 5 \frac{20}{36} = 5 \frac{5}{9} \text{ м/с}$ – значение не верно;

в) $1 \text{ сек} = \frac{1}{60} \text{ мин}$; $30 \text{ сек} = \frac{30}{60} \text{ мин} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ мин}$;

$20 \text{ мин } 30 \text{ сек} = 20 \text{ мин} + \frac{1}{2} \text{ мин} = 20 \frac{1}{2} \text{ мин} = \frac{41}{2} \text{ мин}$;

$1 \text{ час} = 60 \text{ мин}$; $\frac{41}{2} \text{ мин} = \frac{41}{2} \cdot \frac{1}{60} = \frac{41}{120} \text{ час}$ – значение верно.

0Б. Единицу измерения величины сначала уменьшили в 5 раз, затем увеличили во столько же раз. Как изменилось при этом численное значение измеряемой величины:

- а) увеличилось в 5 раз; б) уменьшилось в 5 раз;
в) увеличилось в 25 раз; г) не изменилось.

Решение:

Численное значение измеряемой величины не изменилось, т. к. при уменьшении единицы измерения величины в 5 раз, численное значение величины увеличилось в 5 раз, а при увеличении в 5 раз численное значение величины уменьшилось в 5 раз.

Ответ: г (не изменилось).

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ
(задания II уровня)

1А. Выразите в более мелких единицах: а) 3 га 2 м²; б) 40 км/ч;
в) 17 сут 11 час; г) 3°24'; д) 22 т 10ц 3 кг; е) 401 м³.

1Б. Выразите в более крупных единицах: а) 75000 мм²; б) 17902 см³;
в) 7432 сек; г) 22 г; д) 36' 4"; е) 300 м/с.

2А. Выразите в более мелких единицах: а) 17 км² 25 га; б) 60 км/мин;
в) 23 сут 20 мин; г) 45°25'; д) 0,604 т; е) 10 м³ 3 дм³.

2Б. Выразите в более крупных единицах: а) 17040 см²; б) 23715 дм³;
в) 12132 мин; г) 3112 г; д) 25' 11"; е) 70 м/с.

3А. Выразите в более мелких единицах: а) 2 км² 45000 м²; б) 76 км/ч;
в) 3 сут 25 мин; г) 7°17'; д) 123 ц 2 кг; е) 40 м³.

3Б. Выразите в более крупных единицах: а) 32 см²; б) 12300 мм³;
в) 25 мин; г) 170 кг; д) 69' 2"; е) 11м/с.

4А. Выразите в более мелких единицах: а) 75 га 31 м²; б) 25 км/ч;
в) 47 сут. 2 час.; г) 25°59'; д) 17 т $\frac{3}{4}$ ц; е) $1\frac{1}{3}$ м³.

4Б. Выразите в более крупных единицах: а) 326 мм²; б) 117 дм³;
в) 246 сек; г) 95 г; д) 15' 3"; е) 19 м/с.

5А. Выразите в более мелких единицах: а) 45 га 13 ар; б) 17 км/ч;
в) 13 сут. 14 час.; г) $\frac{1}{7}^\circ 2'$; д) $\frac{2}{3}$ т 10 ц; е) 3 м³ 2 дм³.

5Б. Выразите в более крупных единицах: а) 86,5 м²; б) 253 см³;
в) 19 мин; г) $\frac{7}{11}$ кг; д) 62' 11"; е) 27 м/с.

0А. Выразите в более мелких единицах: а) 0,2 га 30 м²; б) 23 км/ч;
в) $\frac{1}{2}$ сут. 2 час; г) $\frac{2}{3}^\circ 30'$; д) 0,7 т 2 кг; е) 17 м³ 30 дм³.

Решение:

а) 1 га = 10000 м²; 0,2 га = 10000 · 0,2 = 2000 м²;

$$0,2 \text{ га } 30 \text{ м}^2 = 2000 \text{ м}^2 + 30 \text{ м}^2 = 2030 \text{ м}^2.$$

$$\text{б) } 23 \text{ км/ч} = \frac{23000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{230 \text{ м}}{36 \text{ с}} = \frac{115 \text{ м}}{18 \text{ с}} = 6\frac{7}{18} \text{ м/с}.$$

$$\text{в) } \frac{1}{2} \text{ сут.} = 12 \text{ час}; \quad \frac{1}{2} \text{ сут. } 2 \text{ час} = 12 \text{ час} + 2 \text{ час} = 14 \text{ час}.$$

$$\text{г) } 1^\circ = 60'; \quad \frac{2}{3}^\circ = \frac{2}{3} \cdot 60' = \frac{60 \cdot 2}{3} = 20 \cdot 2 = 40';$$

$$\frac{2}{3}^\circ 30' = 40' + 30' = 70'.$$

$$\text{д) } 1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}; \quad 0,7 \text{ т} = 0,7 \cdot 1000 = 700 \text{ кг};$$

$$0,7 \text{ т } 2 \text{ кг} = 700 \text{ кг} + 2 \text{ кг} = 702 \text{ кг}.$$

$$\text{е) } 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3; \quad 17 \text{ м}^3 = 17000 \text{ дм}^3;$$

$$17 \text{ м}^3 30 \text{ дм}^3 = 17000 \text{ дм}^3 + 30 \text{ дм}^3 = 17030 \text{ дм}^3.$$

0Б. Выразите в более крупных единицах: а) 192 м²; б) 2174 мм³;

в) 22 мин; г) $\frac{3}{17}$ кг; д) 46' 33"; е) 79 м/с.

Решение:

$$\text{а) } 1 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2; \quad 192 \text{ м}^2 = 0,000192 \text{ км}^2.$$

$$\text{б) } 1 \text{ м}^3 = 1000000000 \text{ мм}^3; \quad 2174 \text{ мм}^3 = 0,00002174 \text{ м}^3.$$

$$\text{в) } 1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ час}; \quad 22 \text{ мин} = \frac{22}{60} \text{ час} = \frac{11}{30} \text{ час}.$$

$$\text{г) } 1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}; \quad \frac{3}{17} \text{ кг} = \frac{3}{1700} \text{ ц}.$$

$$\text{д) } 1' = \frac{1}{60}^\circ; \quad 1'' = \frac{1}{3600}^\circ; \quad 46'33'' = 46\frac{33}{60} = (46\frac{33}{60})' \cdot \frac{1}{60} = \frac{931}{1200}^\circ.$$

$$\text{е) } 1 \text{ м} = 0,001 \text{ км}; \quad 1 \text{ с} = \frac{1}{3600} \text{ час}; \quad 79 \text{ м/с} = \frac{79 \cdot 3600}{1000} \text{ км/ч} = 284,4 \text{ км/ч}.$$

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ (задания III уровня)

1А. Масштаб карты 1: 200000. Чему равно расстояние на местности, если на карте оно составляет 1 дм 5 см $2\frac{1}{4}$ мм? Ответ дайте в километрах.

1Б. Вычислите: а) $54 \text{ км/ч} + 25 \text{ м/с} = \dots \text{ м/мин}$; б) $1\frac{1}{4} \text{ га} + \frac{1}{12} \text{ км}^2 = \dots \text{ ар}$; в) $27 \text{ см}^2 + 2 \text{ дм}^2 = \dots \text{ мм}^2$; г) $5 \text{ ч } 14 \text{ мин } 24 \text{ сек.} - 2 \text{ ч } 24 \text{ мин } 36 \text{ сек} = \dots \text{ мин}$; д) $12 \text{ дм } 8 \text{ см } 9 \text{ мм} \cdot 8 = \dots$

2А. Норма посева льна 50 кг на гектар. Сколько потребуется семян льна, чтобы засеять прямоугольный участок земли, размеры которого на плане в масштабе 1:10000 равны 17 см × 5 см?

2Б. Вычислите: а) $15 \text{ км/ч} + 15 \text{ м/с} = \dots \text{ м/мин}$; б) $885 \text{ см}^2 + 5,8 \text{ дм}^2 = \dots \text{ мм}^2$; в) $3\frac{1}{8} \text{ га} + \frac{1}{15} \text{ км}^2 = \dots \text{ ар}$; г) $19 \text{ дм} 8 \text{ см} 7 \text{ мм} \cdot 6 = \dots$; д) $17 \text{ ч} 35 \text{ мин} 24 \text{ сек} : 3 = \dots$.

3А. Масштаб карты 1:300000. Чему равно расстояние на местности, если на карте оно соответствует 1 дм 2 см $5\frac{1}{2}$ мм? Ответ дайте в км.

3Б. Вычислите: а) $9 \text{ км/ч} + 10 \text{ м/с} = \dots \text{ м/мин}$; б) $45 \text{ см}^2 + 4,5 \text{ дм}^2 = \dots \text{ мм}^2$; в) $2\frac{1}{5} \text{ га} + \frac{1}{14} \text{ км}^2 = \dots \text{ ар}$; г) $11 \text{ дм} 7 \text{ см} 8 \text{ мм} \cdot 5 = \dots$; д) $11 \text{ ч} 47 \text{ мин} 36 \text{ сек} : 3 = \dots$.

4А. Длина реки составляет 328 км. Какова длина этой реки на карте, если масштаб карты 1:12000?

4Б. Вычислите: а) $18 \text{ км/ч} + 45 \text{ м/с} = \dots \text{ м/мин}$; б) $105 \text{ см}^2 + 4,2 \text{ дм}^2 = \dots \text{ мм}^2$; в) $1\frac{1}{7} \text{ га} + \frac{2}{7} \text{ км}^2 = \dots \text{ ар}$; г) $7 \text{ дм} 2 \text{ см} 4 \text{ мм} \cdot 9 = \dots$; д) $3 \text{ ч} 12 \text{ мин} 45 \text{ сек} : 9 = \dots$.

5А. Длина одного поля в масштабе 1:10000 показана отрезком в 4,5 см, длина другого поля в масштабе 1:15000 – отрезком в 3 см. Какое поле длиннее и на сколько?

5Б. Вычислите: а) $25 \text{ км/ч} + 4 \text{ м/с} = \dots \text{ м/мин}$; б) $12 \text{ см}^2 + 45 \text{ дм}^2 = \dots \text{ мм}^2$; в) $3\frac{1}{2} \text{ га} + \frac{3}{4} \text{ км}^2 = \dots \text{ ар}$; г) $3 \text{ ч} 12 \text{ мин} 10 \text{ сек} - 1 \text{ ч} 28 \text{ мин} 34 \text{ сек} = \dots \text{ мин}$; д) $17 \text{ дм} 2 \text{ см} 2 \text{ мм} \cdot 9 = \dots$.

0А. Масштаб карты 1:250000. Чему равно расстояние на местности, если на карте оно составляет 1 дм 3 см $2\frac{1}{2}$ мм? Ответ дайте в км.

Решение:

$1 \text{ дм} = 100 \text{ мм}; \quad 3 \text{ см} = 30 \text{ мм};$

$$1 \text{ дм } 3 \text{ см } 2 \frac{1}{2} \text{ мм} = 100 \text{ мм} + 30 \text{ мм} + 2 \frac{1}{2} \text{ мм} = 132 \frac{1}{2} \text{ мм}.$$

Если 1 мм на карте соответствует 250000 мм на местности, то $132 \frac{1}{2}$ мм на карте соответствует $250000 \cdot 132 \frac{1}{2} = 33125000$ мм на местности.

$$1 \text{ км} = 1000000 \text{ мм}; \quad 33125000 \text{ мм} = \frac{33125000}{1000000} = 33,125 \text{ км}.$$

Ответ: 33,125 км.

0Б. Вычислите: а) $17 \text{ км/ч} + 6 \text{ м/с} = \dots \text{ м/мин}$; б) $3 \text{ см}^2 + 14 \text{ дм}^2 = \dots \text{ мм}^2$; в) $9 \frac{2}{3} \text{ га} + \frac{1}{6} \text{ км}^2 = \dots \text{ ар}$; г) $7 \text{ м } 3 \text{ дм } 6 \text{ см} \cdot 8 = \dots$; д) $23 \text{ ч } 12 \text{ мин } 15 \text{ сек} : 5 = \dots$

Решение:

$$\begin{aligned} \text{а) } 17 \text{ км/ч} + 6 \text{ м/с} &= 17 \frac{1000}{3600} \text{ м/с} + 6 \text{ м/с} = 4 \frac{13}{18} \text{ м/с} + 6 \text{ м/с} = 10 \frac{13}{18} \text{ м/с} = \\ &= \frac{193}{18} \text{ м/с} = \frac{1930}{3} \text{ м/мин} = 643 \frac{1}{3} \text{ м/мин}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } 3 \text{ см}^2 + 14 \text{ дм}^2 = 3 \text{ см}^2 + 1400 \text{ см}^2 = 1403 \text{ см}^2 = 140300 \text{ мм}^2;$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 9 \frac{2}{3} \text{ га} + \frac{1}{6} \text{ км}^2 &= \frac{29}{3} \cdot \frac{1}{100} \text{ км}^2 + \frac{1}{6} \text{ км}^2 = \frac{29}{300} \text{ км}^2 = \frac{29}{300} \cdot 10000 \text{ ар} = \\ &= \frac{2900}{3} \text{ ар} = 966 \frac{2}{3} \text{ ар}; \end{aligned}$$

$$\text{г) } 7 \text{ м } 3 \text{ дм } 6 \text{ см} \cdot 8 = 56 \text{ м } 24 \text{ дм } 48 \text{ см} = 58 \text{ м } 8 \text{ дм } 8 \text{ см};$$

$$\begin{aligned} \text{д) } 23 \text{ ч } 12 \text{ мин } 15 \text{ сек} : 5 &= 2 \frac{3}{5} \text{ ч} + 2 \frac{2}{5} \text{ мин} + 3 \text{ сек} = 4 \text{ ч } 36 \text{ мин} + 2 \text{ мин} \\ &24 \text{ сек} + 3 \text{ сек} = 4 \text{ ч } 38 \text{ мин } 27 \text{ сек}. \end{aligned}$$

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ (задания IV уровня)

1А. Выполните указанные действия:
($20 \text{ м}^3 50 \text{ дм}^3 - 9 \text{ м}^3 458 \text{ дм}^3 550 \text{ см}^3$) : ($5 \text{ м}^3 408 \text{ дм}^3 400 \text{ см}^3 : 1200$);

1Б. Выполните указанные действия:
($8 \text{ ч } 16 \text{ мин} + 15 \text{ ч } 46 \text{ мин}$) : 12 + ($1 \text{ ч } 15 \text{ мин } 30 \text{ сек} - 18 \text{ мин } 40 \text{ сек}$) · 8;

2А. Выполните указанные действия:

$$(20 \text{ а } 25 \text{ м}^2 - 7 \text{ а } 3 \text{ м}^2 9 \text{ дм}^2 - 8 \text{ а } 50 \text{ м}^2 - 1 \text{ а } 80 \text{ м}^2 79 \text{ дм}^2) : (14 \text{ а } 28 \text{ м}^2 57 \text{ дм}^2 - 11 \text{ а } 98 \text{ м}^2 3 \text{ дм}^2);$$

2Б. Выполните указанные действия:

$$(27 \text{ т } 400 \text{ кг} \cdot 75 - 23 \text{ т } 800 \text{ кг} \cdot 5) : (80 \text{ кг } 500 \text{ г} - 20 \text{ кг } 200 \text{ г}) \cdot 0,25;$$

3А. Выполните указанные действия:

$$((25 \text{ м}^3 50 \text{ дм}^3 - 14 \text{ м}^3 458 \text{ дм}^3 550 \text{ см}^3) : 5 \text{ м}^3 408 \text{ дм}^3 400 \text{ см}^3) : 1200;$$

3Б. Выполните указанные действия:

$$(6 \text{ сут } 23 \text{ ч} + 1 \text{ ч } \frac{2}{3} \text{ мин}) \cdot 2,5 - (5 \text{ ч } 6 \text{ мин } 35 \text{ сек} + 19 \text{ ч } 54 \text{ мин } 25 \text{ сек});$$

4А. Выполните указанные действия:

$$((121 \text{ а } 80 \text{ м}^2 - 12 \text{ а } 4 \text{ м}^2 54 \text{ дм}^2) - (90 \text{ а } - 49 \text{ а } 84 \text{ м}^2 74 \text{ дм}^2)) : (10 \text{ а } 57 \text{ м}^2 14 \text{ дм}^2 - 5 \text{ а } 96 \text{ м}^2 6 \text{ дм}^2);$$

4Б. Выполните указанные действия:

$$(12,5 \text{ м} - \frac{1}{80} \text{ км} : 1,25) : 10 \text{ м} - (0,999 \text{ км } 1 \text{ м} - (0,1 \text{ м} + 0,1 \text{ дм})) : (101 \text{ км } 200 \text{ м } 17 \text{ см} - 1002017 \text{ см});$$

5А. Выполните указанные действия:

$$((142 \text{ га } 50 \text{ м}^2 3 \text{ дм}^2 - 6 \text{ а } 6 \text{ м}^2 21 \text{ дм}^2) - (17 \text{ а } 60 \text{ м}^2 - 4 \text{ а } 21 \text{ м}^2 58 \text{ дм}^2)) : 57 \text{ м}^2 63 \text{ дм}^2 50 \text{ см}^2.$$

5Б. Выполните указанные действия:

$$((7 \text{ ч } 43 \text{ мин } 37 \text{ сек} + 5 \text{ ч } 37 \text{ мин } 43 \text{ сек}) + (4 \text{ сут } 17 \text{ мин } 23 \text{ сек} - 44 \text{ ч})) : 30 \text{ ч}.$$

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ (задания V уровня)

1. Решите задачу по действиям с объяснением:

Необходимо окрасить двухэтажный дом высотой 8 м, длиной 30 м и шириной 9 м. В доме 40 окон высотой 1 м 80 см и шириной 1 м 15 см, 6 дверей высотой 3 м и шириной 1 м. Чему равна площадь окраски? Сделайте чертеж.

2. Решите задачу по действиям с объяснением:

Сколько рулонов обоев требуется для оклейки комнаты длиной 6 м, шириной 4 м 50 см и высотой 3 м, если руной обоев имеет длину 12 м и полезную ширину 50 см? В комнате есть окно, ширина которого 1 м 50 см и высота 2 м, дверь шириной 1 м и высотой 2 м 25 см. Ответ дайте с точностью до 1. Сделайте чертеж.

3. Решите задачу по действиям с объяснением:

Сколько кирпича пойдет для постройки стен гаража толщиной 40 см и высотой 2 м 50 см, если внутренняя площадь гаража равна 3 м × 6 м; в короткой стене гаража – ворота высотой 2 м и шириной 2 м 80 см? В 1 м³ готовой стены 405 кирпичей. Ответ дайте с точностью до 100. Сделайте чертеж.

4. Решите задачу по действиям с объяснением:

Сколько рулонов рубероида длиной 20 м и шириной 1 м необходимо для покрытия крыши здания, если крыша имеет два одинаковых ската, каждый из которых 20 м × 8 м? На шов между полосами идет 10 см (полосы рубероида укладываются на крыше параллельно коньку). Ответ дайте с точностью до 1. Сделайте чертеж.

5. Решите задачу по действиям с объяснением:

Сколько ведер цилиндрической формы можно изготовить из листа жести размером 1420 мм × 710 мм, если ведро имеет высоту 290 мм, длину окружности 660 мм, на боковой шов идет 5 мм с каждого края, на загиб края ведра сверху идет 10 мм, на шов по дну – 5 мм. Дно ведра имеет диаметр 210 мм и на шов по краю дна идет 10 мм. Сделайте чертеж.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виленкин Н. Я. Математика / Н. Я. Виленкин, А. М. Пышкало, В. Б. Рождественская [и др.] – М. : Просвещение, 1977. – 352 с.
2. Задачник-практикум по математике. / Н. Я. Виленкин, Н. Н. Лаврова [и др.] ; под ред. Н. Я. Виленкина. – М. : Просвещение, 1977. – 205 с.
3. Кожух І. Р. Матэматыка / І. Р. Кожух. – Мінск : Вышэйшая школа, 1993. – 350 с.
4. Кожух І. Р. Зборнік задач па матэматыцы: вучэб. дапам. для пед. ВНУ / І. Р. Кожух. – Мінск : Вышэйшая школа, 1994. – 162 с.
5. Лаврова Н. Н. Задачник-практикум по математике / Н. Н. Лаврова, Л. П. Стойлова. – М. : Просвещение, 1985. – 180 с.
6. Сендер А. Н. Методология формирования понятия о числе в начальном курсе математики / А. Н. Сендер. – Брест : БрГУ, 2003. – 164 с.
7. Стойлова Л. П. Математика: В 2 ч. / Л. П. Стойлова, Н. Я. Виленкин, Н. Н. Лаврова. – М. : Просвещение, 1990. Ч. 1. – 173 с.

Онискевич Татьяна Сергеевна

**МАТЕМАТИКА
В РАЗНОУРОВНЕВЫХ ЗАДАНИЯХ**

**практикум для студентов-заочников специальности
«Начальное образование»**

Часть 2

Редактор

Сендер А.Н.

Ответственный за выпуск

Гребельная С.К.