Учреждение образования
«Брестский государственный университет имени А.С.Пушкина»

Т.С. Онискевич

МАТЕМАТИКА В РАЗНОУРОВНЕВЫХ ЗАДАНИЯХ

Практикум для студентов-заочников
специальности «Начальное образование»

Часть 1

Брест 2006

УДК 372.8:51(07)
ББК 74.262.21+74.58
О 58

Рецензенты
Кандидат педагогических наук,
проректор по учебной работе БрОИПК и ПРРиСо
В.С. Дуванова
Кандидат физико-математических наук,
зав. кафедрой методик дошкольного образования
Т.С. Будько

Печатается по решению редакционно-издательского совета УО «БрГУ им. А.С. Пушкина»

О 58 Математика в разноуровневых заданиях (практикум для студентов-заочников специальности «Начальное образование»): Часть 1 / Сост.: Т.С. Онискевич. – Брест: Изд-во УО «БрГУ им. А.С. Пушкина», 2006. – 60 с.

ISBN

Практикум содержит программу по математике данной специальности, список литературы с указанием страниц, где изложен теоретический материал, перечень разноуровневых заданий для самостоятельного выполнения с образцами решений нулевого варианта.

Пособие предназначено для самостоятельной работы и совершенствования навыков решения задач по курсу математики, а также для выполнения контрольной работы № 1 студентами отделения заочного обучения.

УДК 372.8:51(07)
ББК 74.262.21+74.58

ISBN

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Практикум по методике с разноуровневыми заданиями предназначен для будущих учителей начальных классов, социальных педагогов, обучающихся заочно.

Пособие является руководством по самостоятельному изучению курса математики, поскольку:

− содержит программу по математике для студентов специальности «Начальное образование»;

− включает список литературы по каждой теме для повторения теоретического материала;

− содержит задачи пяти уровней сложности, распределение которых организовано с учетом их постепенного усложнения и увеличения объема теоретических знаний для выполнения;

− предполагает самоконтроль и самооценку студентов посредством использования образцов решений 0 варианта для 1 – 3 уровней сложности;

− дает возможность произвольного выбора заданий (А или Б) для выполнения в каждом варианте по каждой теме.

Часть 1 содержит задания по следующим темам:

1. Теория множеств
2. Логика высказываний
3. Логика предикатов
4. Комбинаторика
5. Бинарные отношения.

Студентам предлагаются задания пяти уровней:

Первый – уровень узнавания. В эту группу включены задания тестового характера, для выполнения которых необходимы лишь формальные знания основных определений, теорем, свойств. Это, как правило, выбор правильного ответа из нескольких предложенных (закрытые тестовые задания).

Второй – уровень неосознанного воспроизведения учебного материала. Задания, соответствующие этому уровню усвоения – несложные задачи на применение усвоенных математических фактов. Наряду с закрытыми, в этой группе предлагаются и открытые тестовые задания.

Третий уровень – воспроизведение с осознанным пониманием. Группа заданий, соответствующих этому уровню, включает в себя задачи, аналогичные разобранным в нулевом варианте. Решение задач на этом уровне идет по аналогии.

Четвертый уровень – применение знаний в знакомой ситуации. К этой группе относятся более сложные по сравнению с третьим уровнем задачи, но требующие, тем не менее, стандартного подхода к их решению.

Пятый – уровень творческого применения знаний. Сюда вошли, в основном, задачи на доказательство математических фактов, формул, нестандартные задачи, требующие применения творческой активности в процессе их решения.

Работа состоит из 5 вариантов. Студент выполняет один из вариантов, номер которого определяет преподаватель. Для получения отметки «зачтено» по контрольной работе студент должен осуществить выбор и выполнить:

- либо задания первых трех уровней,
- либо задания 4 уровня,
- либо задания 5 уровня.

Студент, выбравший выполнение заданий первых трех уровней, имеет возможность выполнить в каждом из трех уровней задание А или Б по желанию. Например, набор заданий для 1 варианта может быть следующим: «Теория множеств» – задания 1А, 1Б, 1Б; «Логика высказываний» – задания 1Б, 1А, 1Б и т.д. Итого: 5 тем по 3 задания, всего 15 заданий. Студент, выполняющий задания 4 или 5 уровня, выполняет все задания (А и Б), помещенные в его варианте по каждой теме. Контрольная работа 4 уровня (все варианты) состоит из 9 заданий, 5 уровня – из 8 заданий.

Распределение вариантов контрольной работы указывает преподаватель. Один из возможных способов распределения такой:

1 вариант – пишут студенты, номера зачетной книжки которых заканчиваются цифрами 0 или 1;

2 вариант – последняя цифра зачетки 2 или 3;

3 вариант – последняя цифра зачетки 4 или 5;

4 вариант – последняя цифра зачетки 6 или 7;

5 вариант – последняя цифра зачетки 8 или 9.

Практикум может быть использован студентами дневного отделения для самостоятельной работы по отдельным темам, а также для самооценки уровня знаний по математике и своего продвижения в изучении материала.

Автор

ТЕМА № 1. ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Понятие множества. Способы задания множеств. Отношения между множествами: пересечения, включения, равенства. Круги Эйлера. Подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность. Дополнение множества. Декартово произведение множеств.

Литература: [1] с. 25-38; [2] с. 5-20, с. 79-82; [3] с. 15-32; [4] с. 12-23; [5] с. 5-25; [6] с. 60-72; [7] с. 6-16.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ (задания 1 уровня)

1А. Назовите пары равных множеств:
а) $A=\{2, 4, 6\}$ и $B=\{6, 4, 2\}$;
б) $A=\{1, 2, 3\}$ и $B=\{I, II, III\}$;
в) $A=\{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$ и $B=\{2, 3, 1\}$;
г) $A=\{\sqrt{256}, \sqrt{81}, \sqrt{16}, \sqrt{1}\}$ и $B=\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$.

1Б. Каким способом задано множество А в каждом из случаев:
а) $A=\{x \mid x\in N, x\le 9\}$;
б) $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
в) $A=\{x \mid x\in N, 2x+1<21\}$.

2А. Для каких пар множеств имеет место отношение включения:
а) $A=\{a, в, c, d\}$, $B= \{a, c, d\}$;
б) $A=\varnothing$, $B=\{\varnothing\}$;
в) $A=\varnothing$, $B=\{a, в, c\}$;
г) $A=\{a, в\}$, $B=\{a, c, d\}$.

2Б. А – множество четырехугольников. Принадлежит ли множеству А:
1) параллелограмм, 2) ромб, 3) трапеция, 4) параллелепипед, 5) пирамида?

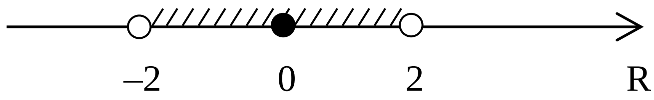
3А. Даны множества: $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B=\{x \mid x\in N_o, x\le 15\}$.
Пусть $C=A\cap B$. Укажите правильный ответ:
а) $C=\{x \mid x\in N, 6<<x\le 15\}$; б) $C=[1,6]$;
в) $C=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; г) $C=\{x \mid x\in N, 1\le x\le 6\}$;
д) $C=\{x \mid x\in N_o, x\le 6\}$.

3Б. Каким способом задано множество B в каждом из случаев:

а) $B=\{x \mid x\in R, \ |x|<2\}$;

б) $B=(-2, 2)$;

в) $B=\{x \mid x\in R, -2<x<2\}$;

г) 

4А. Даны множества $A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B=\{x \mid x \in N, x\le 10\}$. Пусть $C=A\cup B$. Укажите правильный ответ:

а) $C=\{x \mid x \in N, x\le 12\}$; б) $C=B$; в) $C=A$;

г) $C=\{x \mid x \in N, x\le 10\}$; д) $C=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$.

4Б. M – множество всех геометрических фигур плоскости. Принадлежит ли множеству M:

а) точка; б) отрезок; в) луч; г) прямая; д) тупой угол.

5А. Даны множества $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $У=\{а, в, с\}$. Пусть $Z=X\times У$. Укажите правильный ответ:

а) $Z=\{(1,а), (2,а), (3,а), (4,а), (1,в), (2,в), (3,в), (4,в), (3,с), (2,с), (1,с)\}$;

б) $Z=\{(1,а), (1,в), (1,с), (2,а), (2,в), (2,с), (3,а), (3,в), (3,с), (4,а), (4,в), (4,с)\}$;

в) $Z=\{(а,1), (в,1), (с,1), (а,2), (в,2), (с,2), (а,3), (в,3), (с,3), (а,4), (в,4), (с,4)\}$;

г) $Z=\{(1,а), (2,в), (3,с), (4,а), (4,в), (4,с)\}$.

5Б. B – множество натуральных чисел, меньших 14. Какие из записей верны: а) $10\in B$, б) $1\in B$, в) $0\in B$, г) $2/3\in B$, д) $-10\in B$, е) $22\in B$?

0А. Для каких пар множеств имеет место отношение включения:

а) $A=\varnothing$, $B=\varnothing$;

б) $A=\{а, в, к\}$, $B=\{к, е, с\}$;

в) $A=\{\{a\}, a, \varnothing\}$, $B=\{a\}$;

г) $A=\{\{а, в\}, \{c, d\}, c, d\}$, $B=\{\{а, в\}, c\}$.

Решение:

а) $A=\varnothing$, $B=\varnothing$; *эти множества находятся в отношении включения, т.к.* $A=B=\varnothing$, *а любое множество является своим же подмножеством, т.е.* $\varnothing\subset\varnothing$, *значит,* $A\subset B$, $B\subset A$.

б) $A=\{а, в, к\}$, $B=\{к, е, с\}$; *эти множества не находятся в отношении включения. Они находятся в отношении пересечения, поскольку имеют один общий элемент* к.

в) $A=\{\{a\}, a, \varnothing\}$, $B=\{a\}$; $B \subset A$, *т.к. множество В входит в множество А как один из его элементов.*

г) $A=\{\{a, в\}, \{c, d\}, c, d\}$, $B=\{\{a, в\}, c\}$; $B \subset A$, *т.к. каждый элемент множества В является элементом множества А. Обратное утверждение неверно.*

0Б. А – множество многоугольников. Принадлежит ли множеству А:

а) отрезок; б) треугольник; в) луч; г) призма; д) квадрат?

Решение:

а) отрезок не принадлежит множеству А, т.к. отрезок - это часть прямой, ограниченная точками с обеих сторон, а не многоугольник;

б) треугольник принадлежит множеству А, т.к. треугольником называют многоугольник, имеющий три стороны;

в) луч не принадлежит множеству многоугольников, т.к. луч – это полупрямая;

г) призма не принадлежит множеству многоугольников, поскольку призма – это многогранник;

д) квадрат принадлежит множеству многоугольников, т.к. квадрат – это четырехугольник, являющийся частным случаем многоугольника.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ (задания II уровня)

1А. Запишите словами и перечислите элементы каждого из множеств:

а) $A=\{x \mid x \in N, x<6\}$; б) $B=\{x \mid x \in N_o, |x| \leq 5\}$;

в) $C=\{x \mid x \in Z, -1 \leq x \leq 6\}$; г) $Д=\{x \mid x \in R, x(x+3)=0\}$.

1Б. Даны множества: $A=\{3, 4, 5, 6, 7\}$, $B=\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Изобразите данные множества на кругах Эйлера. Найдите:

а) $A \cup B \cup C$; б) $A \cap B \cap C$; в) $A \cap B \cup C$; г) $(A \cup C) \cap (B \cup C)$.

2А. Прочтите записи и перечислите элементы каждого из множеств:

а) $M=\{x \mid x \in N_o, x \leq 3\}$;

б) $N=\{y \mid y \in Z, -4 \leq y \leq 5\}$;

в) $К=\{z \mid z \in R, -7 \leq z<0\}$.

Изобразите множества M, N, К на числовой прямой.

2Б. A – множество правильных многоугольников, B – множество треугольников, C – множество четырехугольников. Постройте круги Эйлера для множеств A, B и C. Укажите характеристические свойства множеств:

а) $A \cap B$; б) $A \cap C$; в) $B \cap C$; г) $A \cap B \cap C$.

3А. Изобразите следующие множества на числовой прямой и задайте их описанием характеристического свойства:

а) $A=[-1; 4]$; б) $B=(-3; 1)$; в) $C=[2; +\infty)$.

3Б. Пусть $A=\{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$, $B=\{13, 15, 17\}$. В каком отношении находятся множества A и B? Изобразите множества A и B на кругах Эйлера. Найдите $A \setminus B$, $B \setminus A$. Верно ли утверждение: $A \setminus B = B \setminus A$?

4А. Прочтите записи и изобразите на числовой прямой следующие множества:

а) $A=\{x \mid x \in R, -5 \leq x \leq 1\}$;

б) $B=\{y \mid y \in N, -1 \leq y < 7\}$;

в) $C=\{z \mid z \in Z, z \geq -3\}$.

4Б. Даны множества: $E=\{1, 2, 5, 6\}$, $F=\{3, 4, 5, 6\}$. В каком отношении находятся множества E и F? Изобразите их на кругах Эйлера. Найдите $E \cup F$, $E \cap F$. Верны ли утверждения:

а) $1 \in E \cup F$; б) $1 \in E \cap F$; в) $5 \in E \cup F$; г) $5 \in E \cap F$; д) $7 \in E \cup F$?

5А. Прочтите записи и изобразите на числовой прямой следующие множества:

а) $L=\{x \mid x \in N, x < 8\}$;

б) $Q=\{x \mid x \in R, x > 3{,}2\}$;

в) $R=\{ x \mid x \in Z, -2 \leq x \leq 2\}$.

5Б. Известно, что P – множество двузначных натуральных чисел, S – множество всех нечетных натуральных чисел. Изобразите данные множества на кругах Эйлера. Из каких чисел состоит множество $K=P \cap S$? Запишите множество K двумя способами. Верно ли, что

а) $21 \in K$; б) $32 \in K$; в) $7 \notin K$; г) $17 \notin K$.

0А. Прочтите записи и изобразите на числовой прямой множества:

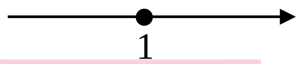
а) $T=\{x \mid x \in N_o, |x| < 2\}$;

б) $S=\{x \mid x \in Z, -2 < x \leq 3\}$;

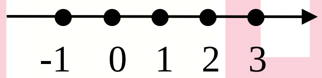
в) $U=\{x\,|\,x\in R,\ x<-7\}$

Решение:

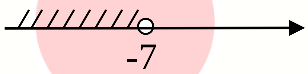
а) $T=\{x\,|\,x\in N_o,\ |x|<2\}$ *Множество T состоит из элементов x, таких, что* x *– натуральное число, меньшее 2.*



б) $S=\{x\,|\,x\in Z,\ -2<x\leq 3\}$ *Множество S состоит из элементов x, таких, что x – целое число, большее (- 2) и меньшее либо равно 3.*



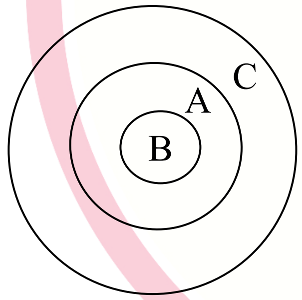
в) $U=\{x\,|\,x\in R,\ x<-7\}$ *Множество U состоит из элементов x, таких, что x – действительное число, меньшее (-7).*



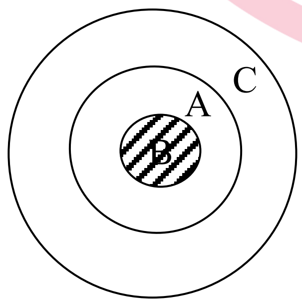
0Б. А – множество параллелограммов, В – множество прямоугольников, С – множество четырехугольников. Постройте круги Эйлера для множеств А, В, С. Укажите характеристическое свойство множеств: а) $A\cap B$, б) $A\cap C$, в) $B\cap C$, г) $A\cap B\cap C$.

Решение:

а) устанавливаем, множества A, B и C находятся в отношении включения, а именно $B\subset A\subset C$.

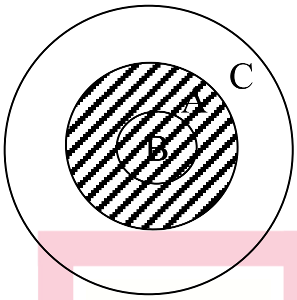


б) находим $A\cap B$.



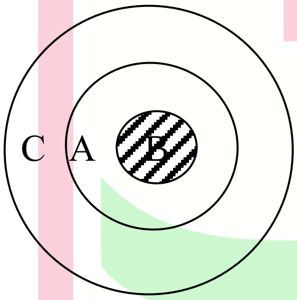
$A\cap B=B$ – множество прямоугольников;

в) находим A∩C.



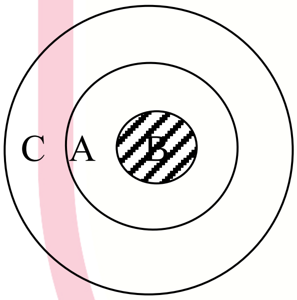
A∩C=A – множество параллелограммов;

*г) находим B∩*C.



*B∩*C=*B – множество прямоугольников;*

д) находим A∩B∩C.



A∩B∩C=B – множество прямоугольников.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ (задания III уровня)

1А. Даны множества: А – множество студентов университета, В – множество студентов дневного отделения, С – множество студентов-заочников, Д – множество студентов психолого-педагогического факультета, Е – множество студентов, изучающих английский язык. Изобразите данные множества и отношения между ними с помощью кругов Эйлера.

1Б. Найдите $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, если: а) $A=(3,8]$, $B=(-1;+\infty)$; б) $A=\{x \mid x<18,\ x\in N_o\}$, $B=\{x \mid |x|<4,\ x\in Z\}$; в) А – множество равнобедренных треугольников, В – множество прямоугольных треугольников. Изобразите полученные множества на числовой прямой (где это возможно).

2А. Даны множества: A – множество учащихся школы, B – множество учащихся старших классов школы, C – множество учащихся младших классов школы, Д – множество отличников школы, E – множество спортсменов школы. Изобразите данные множества и отношения между ними с помощью кругов Эйлера.

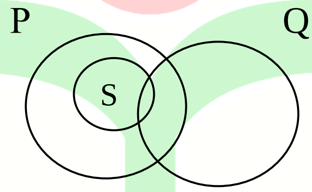
2Б. Найдите $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, если:

а) $A=(-1, 5)$ $B=[0, 4]$;

б) $A=\{x \mid x\in R,\ 1\le x<3\}$, $B=\{x \mid x\in R,\ 3\le x<5\}$;

в) A – множество всех прямоугольников, B – множество всех ромбов. Изобразите полученные множества на числовой прямой (где это возможно).

3А. Известно, что P, Q, S – подмножества универсального множества. Изобразите на кругах Эйлера множества: а) $(P\setminus Q)'\cap S$; б) $(Q\cap P)'\setminus S$; в) $(P\cap Q)\cap S'$. Для каждого пункта сделайте свой чертеж.



3Б. Считая множество R универсальным, найдите дополнения до R следующих множеств: а) $A=\{x \mid -\infty<x\le 1,\ x\in R\}$; б) $B=\{y \mid -2\le y+\infty,\ y\in R\}$; в) $C=\{z \mid -4<z\le 1,\ z\in R\}$. Изобразите множества A, B, C и A', B', C' на числовой прямой.

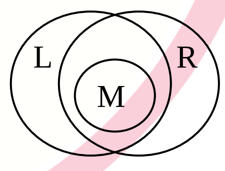
4А. Пусть L, R, M – подмножества универсального множества. Изобразите на кругах Эйлера множества:

а) $M'\cap(L\cup R)$;

б) $M'\setminus(L\cap R)$;

в) $(L\cap R)'\setminus(R\setminus M)$.

Для каждого пункта сделайте свой чертеж.



4Б. Считая множество R универсальным, найдите дополнения до R следующих множеств:

а) $P=\{x \mid |x|\le 6,\ x\in R\}$;

б) $Q=\{y \mid -\infty<y<0,\ y\in R\}$;

в) $S=\{z \mid z>10,\ z\in R\}$.

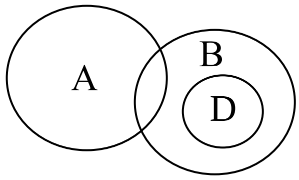
Изобразите множества P, Q, S и P', Q', S' на числовой прямой.

5А. Известно, что A, B, D – подмножества универсального множества. Изобразите на кругах Эйлера множества:

а) $(B|A)\cap D'$;

б) $(B|D)'\cap A$;

в) $(A'\cup B')\cap D$.



5Б. Найдите множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\backslash B$, $B\backslash A$, если:

а) $A=(0,+\infty)$, $B = [-4,6]$;

б) $A=\{x|x\in R,\ 2\le x\le 5\}$, $B=\{x|x\in R,\ 5\le x<8\}$;

в) A – множество прямоугольных треугольников, B – множество равнобедренных треугольников.

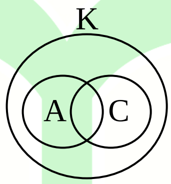
Изобразите полученные множества на числовой прямой (где это возможно).

0А. Пусть A, C, K - подмножества универсального множества. Изобразите на кругах Эйлера множества:

а) $(A\cup C)\cap K$;

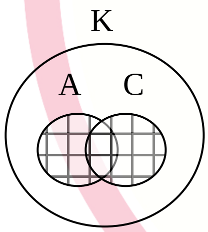
б)$A'\cap C$;

в) $(A'\cap K)\cup C$.



Решение:

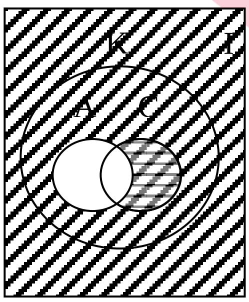
а) $(A\cup C)\cap K$



1) $A\cup C$ ||||

2) $(A\cup C)\cap K$ ≡

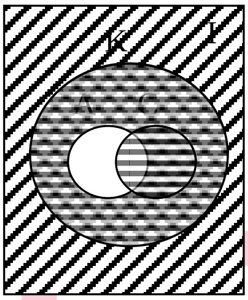
б)$A'\cap C$



1) A'///|

2) $A'\cap C$ ≡

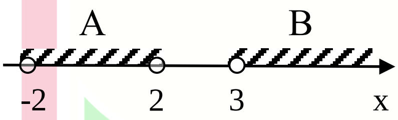
в) $(A'\cap K)\cup C$



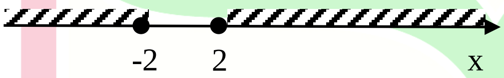
1) A' ///
*2) $A'\cap K$ *
3) $(A'\cap K)\cup C$ ≡

0Б. Найдите и покажите на числовой прямой множества а)A'; б)$(A\cup B)'$; в)$(A\setminus B)'$, г)$A'\cup B'$, если $A=\{x \mid |x|<2,\ x\in R\}$. $B=\{y \mid 3<x<+\infty,\ x\in R\}$.

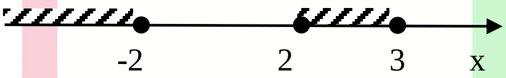
Решение: изобразим на числовой прямой множества А и В



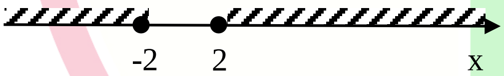
а) $A'=\{x \,/\, x\geq 2,\ x\leq -2,\ x\in R\}$



б) $(A\cup B)'=\{x \,/\, x\leq -2,\ 2\leq x\leq 3,\ x\in R\}$



в) $A\setminus B=A$ $\quad (A\setminus B)'=A'=\{x \,/\, x\geq 2, ,\ x\leq -2,\ x\in R\}$



г) $A'\cup B'=\{x \,/\, -\infty<x<+\infty,\ x\in R\}$.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ (задания IV уровня)

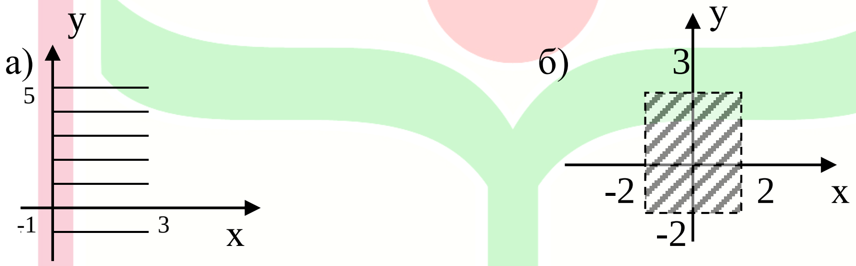
1А. На координатной плоскости постройте прямую, параллельную оси (ОУ) и проходящую через точку А(-2, 3). Декартово произведение каких двух множеств изображается на координатной плоскости в виде этой прямой. Рассмотрите случай, когда прямая параллельна оси (ОХ).

1Б. Даны множества $A=\{x\,|\,-8\leq x<3,\ x\in R\}$, $B=\{x\,|\,0<x\leq 7,\ x\in R\}$, $C=\{x\,|\,-1<x<5,\ x\in R\}$. Запишите и покажите на числовой прямой множества: а) $A\backslash B\backslash C$; б) $A\cap B'$; в) $A'\cap(B\backslash C)$; г) $(A\cap B)'\backslash C'$.

2А. На координатной плоскости постройте прямоугольник, вершинами которого являются точки А(-2, 6), В(-2, -1), С(5, 6), Д(5, 1). Задайте построенное множество точек в виде декартового произведения.

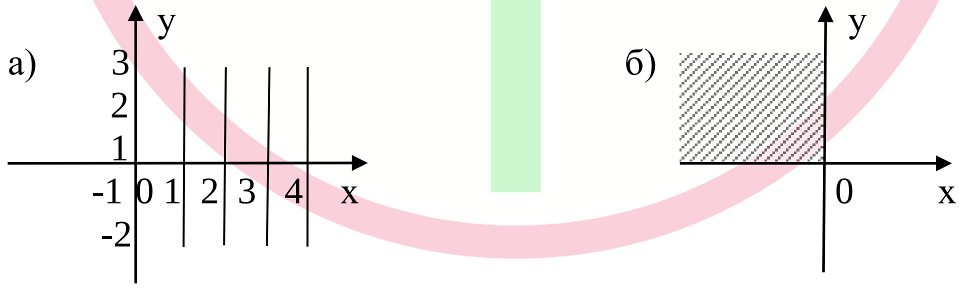
2Б. Даны множества $A=(-\infty, 0)$, $B=[2, 6]$, $C=(-3, 10)$. Запишите и покажите на числовой прямой множества: а) $A\cup C\backslash B$; б) $A\cup(C\backslash B)'$; в) $B'\cap(A\cup C)$; г) $(B\backslash A)'\cap C$.

3А. Декартово произведение множеств Х и У задано множеством точек в прямоугольной системе координат. Запишите множества Х и У.



3Б. Даны множества: $A=\{x\,|\,-3<x<\infty,\ x\in R\}$, $B=\{x\,|\,-10\leq x<9,\ x\in R\}$, $C=\{x|\ |x|<4,\ x\in R\}$. Запишите и покажите на числовой прямой множества: а) $A\backslash C\cup B$; б) $A\cap C'\cap B'$; в) $A'\cup(B\backslash C)'$; г) $(A\cup B)'\backslash(B\cap C)'$.

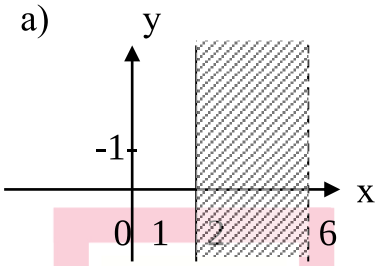
4А. Декартово произведение множеств Х и У задано множеством точек в прямоугольной системе координат. Запишите множества Х и У.



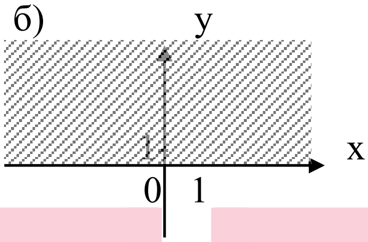
4Б. Даны множества: $A=[-9, 3)$, $B=[1, +\infty)$, $C=(0, 4)$. Запишите и покажите на числовой прямой множества: а) $(B\backslash A)\cap C$, б) $(A\backslash B')\cap C$, в) $(A\cup B)'\backslash C'$, г) $(A\backslash B)'\cup(A\cup C)'$.

5А. Декартово произведение множеств Х и У задано множеством точек в прямоугольной системе координат. Запишите множества Х и У.

а)



б)



5Б. Даны множества: $A=\{x \mid 0\le x<5,\ x\in R\}$, $B=\{x \mid 0\le x+\infty,\ x\in R\}$, $C=\{x \mid -\infty<x\le 0,\ x\in R\}$. Запишите и покажите на числовой прямой множества: а) $A\backslash B\backslash C$; б) $A\cap B'$; в) $A'\cap(B\backslash C)$; г) $(A\cap B)'\backslash C'$.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ (задания V уровня)

1А. Докажите двумя способами, что для любых множеств А, В, С справедливы равенства: $A\backslash(B\cap C)=(A\backslash B)\cup(A\backslash C)$.

1Б. Выбрано некоторое множество, состоящее из натуральных чисел. Известно, что среди них имеется 100 чисел, кратных двум; 115 чисел, кратных трем; 120 чисел, кратных пяти; 45 чисел, кратных шести; 38 чисел, кратных десяти; 50 чисел, кратных пятнадцати; 20 чисел, кратных тридцати. Определите, сколько элементов в заданном множестве.

2А. Докажите двумя способами, что для любых множеств А, В, С справедливы равенства: $A\backslash(B\cup C)=(A\backslash B)\cap(A\backslash C)$.

2Б. Из 75 учащихся музыкального училища 30 умеют играть на баяне, 25 – на гитаре и 36 – балалайке. На баяне и гитаре умеют играть 7, на гитаре и балалайке – 9, на баяне и балалайке 13 человек. На всех трех инструментах играет 3 человека. Найдите: а) сколько человек умеет играть только на одном инструменте; б) сколько учащихся не играет ни на одном из вышеназванных инструментов.

3А. Докажите двумя способами, что для любых множеств А, В, С справедливы равенства: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

3Б. Для того, чтобы написать заметку в стенгазету, студент взял в деканате следующие сведения: из 40 студентов 25 человек не имеют «троек» по педагогике, 28 – по математике, 31 – по психологии, 22 – по математике и психологии, 16 – по математике и педагогике, 16 – по психологии и педагогике, 12 человек учатся без «троек». Прочитав заметку, редактор сказал: «Данные явно неверные». Объясните, почему представленные сведения не могут быть верными.

4А. Докажите двумя способами, что для любых множеств A, B, C справедливы равенства: $(A\backslash B)'=A'\cup(A\cap B)$.

4Б. В бригаде 19 рабочих. Из них 9 токарей, 10 слесарей, 8 электросварщиков; 4 токаря могут работать слесарями, 3 токаря и 2 слесаря – электросварщиками. Сколько членов бригады владеет тремя специальностями?

5А. Докажите двумя способами, что для любых множеств A, B, C справедливы равенства: $A'\cup(B\cup C)'= (A\cap B)'\cap(A\cap C)'$.

5Б. Из 100 студентов английский язык изучают 28 человек; немецкий – 30; французский – 42; английский и немецкий – 5; все три языка изучают 3 студента. Определите, сколько студентов не изучают ни одного языка? Сколько студентов изучают только один язык?

ТЕМА № 2. ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Высказывание. Простые и составные высказывания. Операции над высказываниями: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция. Таблицы истинности. Способы построения отрицания высказываний.

Литература: [1] с. 5-23; [2] с. 29-38; [3] с. 5-15; [4] с. 5-11; [5] с. 33-46; [6] с. 37-42; [7] с. 57-71.

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (задания 1 уровня)

1А. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Для высказываний определите их значения истинности:

а) число 25 делится на 5;
б) 23+7;
в) 3>7;
г) Минск – столица Беларуси;
д) все числа делятся на 8.

1Б. Постройте отрицание высказывания Р и определите его значение истинности:

а) Р: «Число 105 делится на 3»;
б) Р: «Число 23 не делится без остатка на 3»;
в) Р: «В прямоугольнике все углы прямые»;
г) Р: «Квадрат является ромбом».

2А. Какие из следующих предложений определяют высказывания? Определите их значения истинности:

а) существуют $x \in R$, что $x+2<5$; б) сегодня хорошая погода;
в) ты любишь математику?; г) существуют простые числа.

2Б. Сформулируйте отрицания высказываний, встречающихся в начальной школе:

а) Алеша моложе Тани; б) масса кролика меньше массы гуся;
в) тетрадь дороже карандаша; г) красный отрезок длинней синего.

3А. Среди данных предложений укажите высказывания. Определите их значения истинности:

а) число 2 – простое;
б) слово «делится» является глаголом;
в) в каком году родился А.С. Пушкин?
г) лось является парнокопытным животным.

3Б. Найдите значения истинности высказываний А и В и объясните, почему они не являются отрицаниями друг друга:

а) А: «Слово «сад» – прилагательное»,
В: «Слово «сад» – наречие»;
б) А: «Все треугольники являются равнобедренными»,
В: «Все треугольники не являются равнобедренными»;
в) А: «Некоторые слова могут быть разделены на слоги»,
В: «Некоторые слова не могут быть разделены на слоги».

4А. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Для высказываний определите их значения истинности:

а) на 0 делить нельзя; б) пусть всегда будет солнце!
в) $11-2=9$; г) существуют $x \in R$, что $x+3 \geq 52$.

4Б. Выясните какие из высказываний каждой пары являются отрицаниями друг друга:

а) А: «В книге 100 страниц», В: «В книге не более 100 страниц»;

б) A: «Эта гвоздика красная», B: «Эта гвоздика розовая»;
в) A: «Эта гвоздика красная», B: «Эта гвоздика не красная»;
г) A: «Данное слово − существительное»,
B: «Данное слово − прилагательное».

5А. Среди данных предложений укажите высказывания. Определите их значения истинности:
а) число a делится на 5;
б) существуют четные простые числа;
в) берегите мир!
г) некоторые высказывания не являются истинными.

5Б. Найдите значения истинности высказываний M и K и объясните, почему они не являются отрицаниями друг друга:
а) M: «Все студенты – отличники»,
N: «Все студенты – не отличники»;
б) M: «Некоторые числа записываются с помощью цифр»,
N: «Некоторые числа не записываются с помощью цифр»;
в) M: «25 – отрицательное число»,
N: «25 – четное число».

0А. Среди данных предложений укажите высказывания. Определите их значения истинности:
а) брусника – растение, характерное для хвойного леса;
Решение: *Это высказывание. Оно истинно, т.к. брусника является растением, характерным для хвойного леса.*

б) некоторые высказывания являются ложными;
Решение: *Это высказывание истинно, т.к. нам известно, что существуют истинные высказывания и существуют ложные.*

в) $25+x\leq 7$;
Решение: *Это предложение не является высказыванием, т.к. нельзя определить его истинность.*

0Б. Постройте отрицание высказывания Q и определите его значение истинности:
а) Q: «Существуют инопланетные цивилизации»;
$\overline{Q}$: *«Не верно, что существуют инопланетные цивилизации» (ложно).*
б) Q: «Сумма внутренних углов треугольника равна 180°»;

Решение: $\overline{\overline{Q}}$*: «Не верно, что сумма внутренних углов треугольника равна 180°» (ложно).*

в) Q: «Число 21 делится на 2»

Решение: $\overline{Q}$*: «Не верно, что число 21делится на 2» (истинно).*

.

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (задания II уровня)

1А. Дано высказывание А: «0 – целое число». Приведите пример такого высказывания В, чтобы конъюнкция высказываний А и В была: а) истинной, б) ложной; чтобы импликация высказываний А и В была: в) истинной, г) ложной.

1Б. Выясните логическую структуру следующих высказываний и найдите их значения истинности:

а) число 5 – целое или положительное;

б) 16 кратно 2 и кратно 5;

в) если у параллелограмма ABCD все стороны равны, то этот параллелограмм – ромб.

2А. Дано высказывание С: «Число 3 больше числа 2 на 1». Можно ли привести пример такого высказывания D, чтобы конъюнкция высказываний С и D была: а) ложной, б) истинной; чтобы импликация высказываний С и D была: в) истинной, г) ложной.

2Б. Выясните логическую структуру следующих высказываний и найдите их значения истинности:

а) слово «группа» - прилагательное или глагол;

б) если число 12 кратно 4, то оно кратно 2;

в) число 7 – натуральное и однозначное.

3А. Дано высказывание В: «Число 7 – четное». Приведите пример такого высказывания С, чтобы дизъюнкция высказываний В и С была: а) истинной, б) ложной; чтобы импликация высказываний В и С была: в) истинной, г) ложной.

3Б. Среди следующих высказываний выделите элементарные и составные высказывания, а также укажите их значения истинности:

а) число 17 не делится на 5;

б) всякий равнобедренный треугольник прямоугольный и равносторонний;

в) $\sqrt{4}=2$;

г) если число 4^2 делится на 2, то оно четное.

4А. Определите значения истинности высказываний A, B, D, если:

а) A $\wedge$ «В слове «стол» 4 звука» $\equiv$ И;

б) «Вода в море пресная» $\Leftrightarrow$ B $\equiv$ Л;

в) D $\Rightarrow$ «При 0° вода замерзает» $\equiv$ И.

4Б. Среди следующих высказываний выделите элементарные и составные высказывания, а также укажите их значения истинности:

а) число 13 простое и делится на 2;

б) 12^2 четное число или нечетное;

в) в прямоугольном треугольнике один из углов равен 90°;

г) если сумма цифр числа 75 делится на 3, то число делится на 3».

5А. Определите значения истинности высказываний E, F, G, если:

а) E $\Rightarrow$ «Воздух хорошо проводит тепло» $\equiv$ Л;

б) «Синус любого угла меньше 1» $\Leftrightarrow$ F $\equiv$ И;

в) G $\vee$ «Слово «река» – существительное» $\equiv$ Л.

5Б. Среди следующих высказываний выделите элементарные и составные высказывания, а также укажите их значение истинности:

а) слово «пальто» не склоняется;

б) если арбуз – бахчевая культура, то Минск – столица Беларуси;

в) гипотенуза прямоугольного треугольника, вписанного в окружность, является ее диаметром;

г) все реки текут.

0А. Выясните логическую структуру следующих высказываний и найдите их значение истинности:

а) «Если число 10 заканчивается цифрой 0, то оно делится на 5»;

Решение: $A \Rightarrow B$ – импликация высказываний, где A – условие, B – заключение. A: «Число10 заканчивается цифрой 0» – истинно; B: «Это число делится на 5» – истинно. Тогда $A \Rightarrow B$ – истинно по определению импликации.

б) «Карась – морская или речная рыба»;

Решение: $A \vee B$ – дизъюнкция высказываний А: «Карась – морская рыба» - ложно. В: «Карась – речная рыба»- истинно. Тогда $A \vee B$ – истинно по определению дизъюнкции.

в) «Число 13 четное и натуральное»;

Решение: $A \wedge B$ – конъюнкция высказываний. А: «Число 13 – четное» – ложно. В: «Число 13 – натуральное» – истинно. Тогда $A \wedge B$ – ложно по определению конъюнкции.

0Б. Определите значения истинности высказываний А, В, С, если:

а) «$\sin 90^o = 0$» $\Leftrightarrow$ А ≡ И;

Решение: Дана эквиваленция 2-х высказываний, которая истинна. Известно, что эквиваленция двух высказываний истинна при одинаковых значениях истинности входящих в него высказываний. А поскольку высказывание «$\sin 90^o = 0$» – ложно, то и высказывание А – ложно.

б) В $\Rightarrow$ «тела при нагревании не расширяются» ≡ Л;

Решение: Дана импликация 2-х высказываний, которая ложна. Импликация двух высказываний истинна во всех случаях, кроме одного, когда первое высказывание истинно, а второе – ложно. Высказывание «тела при нагревании не расширяются» ложно, значит, высказывание В – истинно.

в) С $\wedge$ «укроп – растение семейства зонтичных» – И;

Решение: Дана конъюнкция 2-х высказываний. Конъюнкция высказываний истинна тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания. Поскольку «укроп – растение семейства зонтичных» истинное высказывание, то высказывание С – истинно.

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (задания III уровня)

1А. Составьте таблицы истинности для высказываний:

а) $(A \wedge B) \wedge C$;   б) $\overline{A \wedge \left(\overline{A} \wedge B\right)}$

1Б. Даны составные высказывания:

а) «Множество В является подмножеством множества А тогда и только тогда, когда каждый элемент множества В является элементом множества А»;

б) «Числа m и n взаимно просты тогда и только тогда, когда у них нет общих делителей».

Запишите данные высказывания в виде логической формулы. Сформулируйте каждое высказывание в виде конъюнкции двух взаимно-обратных импликаций.

2А. Составьте таблицы истинности для высказываний:

а) $A \wedge \overline{B}$, б) $\overline{A \vee B} \Rightarrow C$.

2Б. Даны составные высказывания:

а) «Четырехугольник ABCD является параллелограммом тогда и только тогда, когда его противоположные стороны попарно параллельны»;

б) «Высказывание В является отрицанием высказываниz А тогда и только тогда, когда А и В принимают противоположные значения истинности».

Запишите каждое высказывание в виде логической формулы. Сформулируйте каждое высказывание в виде конъюнкции двух взаимно-обратных импликаций.

3А. Составьте таблицы истинности для высказываний:

а) $C \Rightarrow (A \wedge B)$, б) $A \Rightarrow (\overline{A} \vee B)$.

3Б. Даны высказывания:

а) «3 и 8 – однозначные числа»;

б) «Собака – домашнее или дикое животное».

Запишите каждое высказывание в виде логической формулы. Сформулируйте отрицания данных высказываний двумя способами, используя законы де Моргана. Определите значения истинности данных высказываний и их отрицаний.

4А. Составьте таблицы истинности для высказываний:

а) $A \Rightarrow (A \wedge \overline{C})$, б) $A \Rightarrow (\overline{B} \wedge C)$.

4Б. Даны высказывания:

а) «Картофель и тыква – овощи»;

б) «Число 0,7 – натуральное или целое».

Запишите каждое высказывание в виде логической формулы. Сформулируйте отрицания данных высказываний двумя способами, используя законы де Моргана. Определите значения истинности данных высказываний и их отрицаний.

5А. Составьте таблицы истинности для высказываний:

а) $(\overline{A} \wedge B) \Rightarrow C$, б) $A \Rightarrow (\overline{A} \wedge B)$.

5Б. Даны высказывания:

а) «Число 17 – четное или делится на 5»;

б) «Свекла растет в поле и в огороде».

Запишите каждое высказывание в виде логической формулы. Сформулируйте отрицания данных высказываний двумя способами, используя законы де Моргана. Определите значения истинности данных высказываний и их отрицаний.

0А. Составьте таблицы истинности для высказываний:

а) $A \wedge B \Rightarrow \overline{C}$, б) $\overline{A} \vee \overline{B} \Rightarrow C$.

Решение:

а) $A \wedge B \Rightarrow \overline{C}$,

A	B	C	A∧B	$\overline{C}$	$(A \wedge B) \Rightarrow \overline{C}$
и	*и*	*и*	*и*	л	л
и	*и*	л	*и*	*и*	*и*
и	л	*и*	л	л	*и*
и	л	л	л	*и*	*и*
л	*и*	*и*	л	л	*и*
л	*и*	л	л	*и*	*и*
л	л	*и*	л	л	*и*
л	л	л	л	*и*	*и*

Решение:

б) $\overline{A} \vee \overline{B} \Rightarrow C$.

A	*B*	*C*	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B} \Rightarrow C$
и	*и*	*и*	л	л	л	*и*
и	*и*	л	л	л	л	*и*
и	л	*и*	л	*и*	*и*	*и*
и	л	л	л	*и*	*и*	л
л	*и*	*и*	*и*	л	*и*	*и*
л	*и*	л	*и*	л	*и*	л
л	л	*и*	*и*	*и*	*и*	*и*
л	л	л	*и*	*и*	*и*	л

0Б. Даны составные высказывания:

а) «Треугольник является прямоугольным тогда и только тогда, когда имеет место $c^2=a^2+в^2$»; б) «Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр в записи числа делится на 3». Запишите данные высказывания в виде логической формулы. Сформулируйте каждое высказывание в виде конъюнкции двух взаимно-обратных импликаций.

Решение:

а) А: «Треугольник является прямоугольным» В: «$с^2=а^2+в^2$»

$A\Leftrightarrow B$ – данное высказывание $A\Leftrightarrow B\equiv(A\Rightarrow B)\wedge(B\Rightarrow A)$

$(A\Rightarrow B)\wedge(B\Rightarrow A)$: «Если треугольник прямоугольный, то $с^2=а^2+в^2$ и если $с^2=а^2+в^2$, то треугольник является прямоугольным».

б) А: «Число делится на 3».

В: «Сумма цифр в записи числа делится на 3».

$A\Leftrightarrow B\equiv(A\Rightarrow B)\wedge(B\Rightarrow A)$

$(A\Rightarrow B)\wedge(B\Rightarrow A)$: «Если число делится на 3, то сумма цифр в записи числа делится на 3, и если сумма цифр в записи числа делится на 3, то число делится на 3».

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (задания IV уровня).

1. Составьте таблицу истинности $(\overline{X}\Rightarrow(У\wedge\overline{Z}))\Rightarrow((\overline{У}\vee X)\Rightarrow\overline{Z})$.
2. Составьте таблицу истинности $((X\wedge\overline{Z})\Rightarrow У)\wedge(\overline{У}\Rightarrow(\overline{X}\vee Z))$.
3. Составьте таблицу истинности $(X\Rightarrow(У\vee\overline{Z}))\Rightarrow((\overline{У}\wedge Z)\Rightarrow\overline{X})$.
4. Составьте таблицу истинности $\overline{A\wedge(\overline{C}\vee B)}\Rightarrow((\overline{A}\vee\overline{B})\wedge C)$
5. Составьте таблицу истинности $(X\wedge Y\Rightarrow Z)\Leftrightarrow\overline{X\wedge Y\wedge\overline{Z}}$

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (задания V уровня).

1. Докажите, что следующие высказывания являются тождествами (тавтологиями): а) $\overline{\overline{A}}\Leftrightarrow A$; б) $A\vee\overline{A}$; в) $\overline{A\wedge B}\Leftrightarrow\overline{A}\wedge\overline{B}$

2. Докажите, что следующие высказывания являются тождествами (тавтологиями): а) $\overline{A\wedge\overline{A}}$; б) $(\overline{A}\Rightarrow A)\Rightarrow A$; в) $A\vee B\Leftrightarrow B\vee A$.

3. Докажите, что следующие высказывания являются тождествами (тавтологиями): а) $A\vee A\Leftrightarrow A$; б) $A\Rightarrow B\Leftrightarrow\overline{B}\Rightarrow\overline{A}$.

4. Докажите, что следующие высказывания являются тождествами (тавтологиями): а) $\overline{A}\Rightarrow(A\Rightarrow B)$; б) $((A\Rightarrow B)\Rightarrow A)\Leftrightarrow A$.

5. Докажите, что следующие высказывания являются тождествами (тавтологиями): а) $(A\Leftrightarrow B)\Leftrightarrow(B\Leftrightarrow A)$; б) $(A\Rightarrow B)\vee(B\Rightarrow A)$.

ТЕМА № 3. ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

Понятие предиката. Множество определения и множество истинности предиката. Кванторы общности и существования. Операции над предикатами: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция. Их множества истинности. Необходимые и достаточные условия.

Литература: [1] с. 51-65; [2] с. 29-50; [3] с. 65-81; [4] с. 43-51; [5] с. 33-60; [6] с. 45-50; [7] с. 57-77.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ (задания I уровня)

1А. Определите, какие из данных предложений являются высказываниями, а какие – предикатами и объясните, почему:

а) студент ….. является старостой группы;
б) озеро x находится в Сибири;
в) слово y отвечает на вопрос «как»;
г) разность чисел 5 и 2 равна 2;
д) при x=2 выполняется 2x=4;
е) число 5 больше 0.

1Б. Среди данных записей выделите высказывания, числовые выражения, предикаты:

а) $2+5<12$; б) $1/2 = 3/6$; в) $10:2+3-5\cdot 6$;
г) $30 - 4\cdot 7=28+40:8$; д) $2x -12<22$; е) $16x/2=24$.

2А. Определите, какие из данных предложений являются высказываниями, а какие – предикатами и объясните, почему:

а) число ….. отрицательное;
б) город Брест находится в Беларуси;
в) абитуриент ….. зачислен на 1 курс университета;
г) x=3 является корнем уравнения 2x+1=7;
д) слова а и в – синонимы;
е) сумма чисел 2 и 7 равна 9.

2Б. Среди предложенных записей выделите высказывания, предикаты, выражения с переменной:

а) $2+y<10$; б) $3x-4y+9$; в) $3x>9$;
г) $2\cdot 12+40>-11$; д) x^2+6x-5; е) $3+2\neq 5$.

3А. Определите, какие из данных предложений являются высказываниями, а какие – предикатами и объясните, почему:

а) город x стоит на берегу Волги;
б) разность чисел x и 2 больше 5;
в) треугольник является геометрической фигурой;
г) в группе 20 студентов;
д) сумма двух слагаемых;
е) число x – корень уравнения $x+2=17$.

3Б. Запишите следующие предложения с помощью математических знаков, укажите среди них высказывания и предикаты, объясните свое решение:

а) сумма чисел 3 и 9 равна 11;
б) число 7 увеличить в 2 раза;
в) разность чисел x и 2 равна 7;
г) число 0 больше числа –5.

4А. Среди следующих предложений выделите высказывания и предикаты, ответ обоснуйте:

а) число y является делителем числа 16;
б) звук ….. – гласный;
в) ни один человек не весит более 500 кг;
г) хотя бы одно из чисел 1, 2, 3, 4, 5 является решением уравнения $x^2-1=0$;
д) множества пересекаются;
е) число 12 имеет конечное число делителей.

4Б. Запишите следующие предложения с помощью математических знаков, укажите среди них высказывания и предикаты, объясните свое решение:

а) число x больше ½;
б) разность чисел 42 и 11 равна 18;
в) число x уменьшить в 10 раз;
г) произведение чисел 5 и x равно 25.

5А. Среди следующих предложений выделите высказывания и предикаты, ответ обоснуйте:

а) слово ….. является наречием;
б) простое число имеет только два делителя;
в) для любого натурального числа n верно $3n+2>0$;
г) график функции $y=x^2$ симметричен относительно оси ординат;

д) прямые параллельны;
е) число x – простое.

5Б. Запишите следующие предложения с помощью математических знаков, укажите среди них высказывания и предикаты, объясните свое решение:
а) сумма чисел 2x и 11;
б) число 6 равно числу 11;
в) число x меньше 0;
г) из суммы чисел 3 и 7 вычесть 4.

0А. Среди следующих предложений выделите высказывания и предикаты, ответ обоснуйте:
а) слово ….. обозначает признак предмета;
б) число x делится без остатка на 3;
в) город ….. находится в Беларуси;
г) неправда, что подснежники появляются весной не первыми;
д) высказывания ложны;
е) 25 при делении на 6 дает в остатке 1.

Решение:

а) Это предложение является предикатом, поскольку оно превращается в высказывание (истинное или ложное) при подстановке вместо пропущенного конкретных слов. Например, «слово «стол» обозначает признак предмета» - ложно; «слово «красный» обозначает признак предмета» - истинно.

б) Это предложение является предикатом, который при, например, $x=9$ обращается в истинное высказывание, а при $x=4$ в ложное.

в) Это предложение является предикатом, который при, например, подстановке города Бреста обращается в истинное высказывание, а при подстановке города Парижа – ложное высказывание.

г) Это предложение является высказыванием, поскольку можно сказать, что оно истинно.

д) Это предложение является высказыванием, поскольку можно сказать, что оно ложно (т.к. кроме ложных есть и истинные высказывания).

е) Это предложение является истинным высказыванием, поскольку, действительно, $25=6\cdot 4+1$.

0Б. Среди следующих предложений выделите высказывания, предикаты, числовые выражения:

а) $15x–11$; б) $2x+5\leq6$: в) $2+3>13$;
г) $2\cdot8+11–13$; д) $5/12-1/2= – 1/12$; е) $7x=x^2+6x+1$.

Решение:

в, д – высказывания, т.к. это числовые выражения, соединенные знаками >,=, из которых д - истинно, в - ложно.

б, е – предикаты, т.к. это высказывания, содержащие переменные. При подстановке числовых значений вместо х мы получим высказывания.

г – числовое выражение.

а – не является ни высказыванием, ни предикатом, ни числовым выражение, это выражение с переменной.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ (задания II уровня)

1А. На множестве геометрических фигур задан предикат Р(х): «Фигура х - многоугольник». Прочитайте следующие высказывания и определите их значения истинности:

а) А (Δ); б) А (трапеция); в) А (квадрат);
г) А (семиугольник); д) А (окружность); е) А (луч).

1Б. На множестве $x=\{x\,|\,|x|\leq4,\ x\in Z\}$ дан предикат С(х): «$x^2+3x–4=0$». Какие из значений переменной х=2, х=1, х=0, х=–4 принадлежат множеству истинности предиката С(х)?

2А. На множестве целых чисел задан предикат В(х,у): «х кратно у». Прочитайте следующие высказывания и определите их значения истинности: а) В(3, 4); б) В(12, 6); в) В(17, 17); г) В(0, 8); д) В(7, 0); е) В(2, 4).

2Б. На множестве Д={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13} задан предикат Р(х): «х – делитель числа 24». Прочитай высказывания и определите их значения истинности: а) Р(2); б) Р(3); в) Р(5); г) Р(9); д) Р(10). Запишите множество истинности предиката Р(х).

3А. На множестве натуральных чисел задан предикат А(х): «х – нечетное число». Найдите значения истинности следующих высказываний: а) А(1); б) А(2); в) А(17); г) А(0); д) А(½); е) А(14);

3Б. На множестве целых неотрицательных чисел, меньших 30, задан предикат S(x): «Число х при делении на 7 дает в остатке 1 или 2». Какие из значений переменной x=11, x=15, x=23, x=22 принадлежат множеству истинности предиката S(x)? Запишите, из каких чисел состоит множество истинности.

4А. На множестве слов русского языка задан предикат B(x): «Слово x - глагол». Запишите следующие высказывания и определите их значения истинности: а) B(идешь); б) B(нести); в) B(решенный); г) B(ответ); д) B(заниматься); е) B(спешка).

4Б. На множестве целых чисел задан предикат V(x): «$2x^2–8\leq0$». Какие из значений переменной x=4, x=–4, x=0, x=–1 принадлежат множеству истинности предиката V(x)? Запишите, из каких чисел состоит его множество истинности.

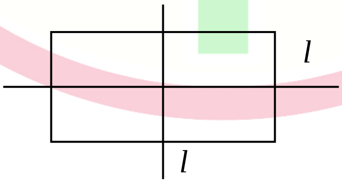
5А. На множестве животных задан предикат R(x): «Животное x – домашнее». Запишите следующие высказывания и определите их значения истинности: а) R(заяц); б) R(крыса); в) R(курица); г) R(крот); д) R(лошадь); е) R(корова).

5Б. На множестве натуральных чисел, не превосходящих 20, задан предикат K(x): «Число x делится на 4 нацело». Прочитайте высказывания и определите их значения истинности: а) K(6); б) K(8); в) K(9); г) K(16). Запишите множество истинности предиката K(x).

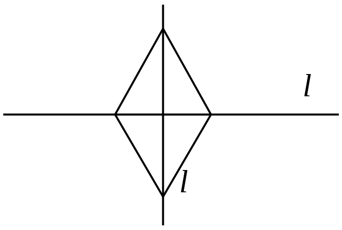
0А. На множестве фигур плоскости задан предикат Q(x): «Фигура x имеет ось симметрии». Прочитайте следующие высказывания и определите их значения истинности: а) Q(прямоугольник); б) Q(ромб); в) Q(трапеция); г) Q(окружность); д) Q(равнобокая трапеция).

Решение:

а) «Прямоугольник имеет ось симметрии» - это высказывание истинно, т.к. прямоугольник имеет оси симметрии:

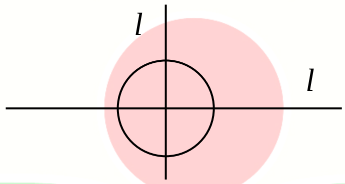


б) «Ромб имеет ось симметрии» - это высказывание истинно, т.к. ромб имеет 2 оси симметрии:

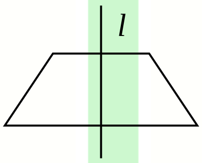


в) «Любая трапеция имеет ось симметрии» – это высказывание ложно, т.к. не любая трапеция имеет ось симметрии, а только равнобокая трапеция.

г) «Окружность имеет ось симметрии» – это высказывание истинно, т.к. окружность имеет бесконечное множество осей симметрии:



д) «Равнобокая трапеция имеет ось симметрии» – это высказывание истинно, т.к. равнобокая трапеция имеет ось симметрии:



0Б. На множестве целых чисел задан предикат G(x): «$-x^2+5x+6\geq 0$». Какие из значений переменной принадлежат множеству истинности предиката G(x): x=0, x=2, x=4? Запишите множество истинности предиката G(x).

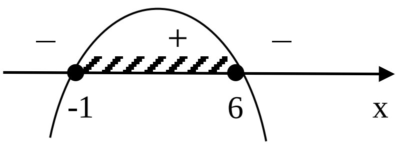
Решение:

Дан предикат G(x): «$-x^2+5x+6\geq 0$». Найдем множество истинности предиката G(x) (т.е. множество значений переменной, обращающих предикат в истинное высказывание).

$-x^2+5x+6\geq 0$

$-x^2+5x+6=0$

$Д=25-4\cdot 6(-1)=49\geq 0$ $\qquad x_1=\frac{-5+7}{-2}=-1 \quad x_2=\frac{-5-7}{-2}=6$



$x\in[-1;6]$

Предикат G(x)задан на множестве целых чисел, значит, $T_{G(x)}=\{-1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$. *x=0, x=2, x=4 принадлежат* $T_{G(x)}$.

Ответ: $0 \in T_{G(x)}$, $2 \in T_{G(x)}$, $4 \in T_{G(x)}$.

$T_{G(x)}=\{-1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ (задания III уровня)

1А. На множестве N натуральных чисел заданы предикаты P(x): «Число x четно» и Q(x): «Число x делится на 4». Переведите на обычный язык высказывания, записанные языком символов, и укажите среди них истинные: а) $(\forall x\in N)\ P(x)\vee Q(x)$; б) $(\exists x\in N)\ Q(x)\wedge P(x)$; в) $(\exists x\in N)\ \overline{P(x)}\vee Q(x)$; г) $(\forall x\in N)\ P(x) \Rightarrow Q(x)$.

1Б. Из предиката P(x): «Диагонали четырехугольника x не равны», заданного на множестве X всех четырехугольников, образованы высказывания: а) $(\forall x\in X)\ P(x)$; б) $(\exists x\in X)\ P(x)$. Переведите их на обычный язык и постройте отрицания этих высказываний двумя способами.

2А. На множестве X четырехугольников заданы предикаты: A(x): «Фигура x - параллелограмм», C(x): «Фигура x - ромб». Переведите на обычный язык следующие высказывания, записанные символически: а) $(\forall x\in X)\ A(x)\vee C(x)$; б) $(\forall x\in X)\ C(x)\Rightarrow A(x)$; в) $(\exists x\in X)\ C(x)\Rightarrow A(x)$; г) $(\forall x\in X)\ \overline{C(x)} \Rightarrow \overline{A(x)}$. Какие из них истинны?

2Б. Из предиката A(x): «Насекомое x - вредитель», заданного на множестве X всех насекомых, образованы высказывания: а) $(\forall x\in X)\ A(x)$; б) $(\exists x\in X)\ A(x)$. Переведите их на обычный язык и постройте отрицания этих высказываний двумя способами.

3А. На множестве X треугольников заданы предикаты P(x): «Треугольник x - равносторонний»; Q(x): «Треугольник x -равнобедренный» и R(x): «Треугольник x – прямоугольный». Сформулируйте высказывания и установите их значение истинности: а) $(\forall x\in X)\ P(x)\wedge R(x)$; б) $(\exists x\in X)\ Q(x)\wedge R(x)$; в) $(\forall x\in X)\ P(x)\Rightarrow Q(x)$; г) $(\forall x\in X)\ \overline{R(x)\Rightarrow P(x)}$.

3Б. Из предиката Т(х): «Треугольник х - остроугольный», заданного на множестве Х всех треугольников, образованы высказывания: а) $(\forall x \in X)$ Т(х); б) $(\exists x \in X)$ Т(х). Переведите их на обычный язык и постройте отрицания этих высказываний двумя способами.

4А. На множестве N натуральных чисел заданы предикаты: L(х): «Число х кратно 3»; D(х): «Число х кратно 5»; К(х): «Число х кратно 15». Сформулируйте высказывания и установите их значения истинности: а) $(\forall x \in N)$ $L(x) \Rightarrow К(x)$; б) $(\exists x \in N)$ $L(x) \wedge Д(x)$; в) $(\exists x \in N)$ $L(x) \wedge Д(x) \Rightarrow К(x)$; г) $(\forall x \in N)$ К(х).

4Б. Из предиката М(х): «В треугольнике х все стороны равны», заданного на множестве всех треугольников, образованы высказывания: а) $(\forall x \in X)$ М(х); б) $(\exists x \in X)$ М(х). Переведите их на обычный язык и постройте отрицания этих высказываний двумя способами.

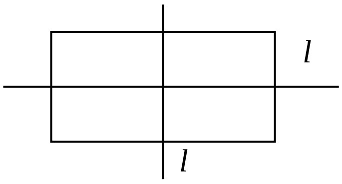
5А. На множестве действительных чисел заданы предикаты: N(х): «Число х – натуральное; Z(х): «Число х – целое; Q(Х): «Число х - рациональное». Сформулируйте высказывания и определите их значения истинности: а) $(\forall x)$ $Z(x) \Rightarrow Q(x)$; б) $(\exists x)$ $N(x) \wedge Z(x)$; в) $(\forall x)$ $\overline{Z(x) \Rightarrow Q(x)}$; г) $(\exists x)$ $\overline{N(x) \vee Z(x)}$.

5Б. Из предиката L(х): «Трапеция х - равнобокая», заданного на множестве Х трапеций, образованы высказывания: а) $(\forall x \in X)$ L(х); б) $(\exists x \in X)$ L(х). Переведите их на обычный язык и постройте отрицания этих высказываний двумя способами.

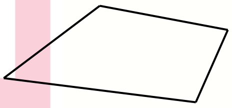
0А. На множестве Х четырехугольников заданы предикаты: А(х): «Фигура х - параллелограмм»; Е(х): «Фигура х имеет центр симметрии»; D(х): "Фигура х имеет ось симметрии". Сформулируйте высказывания и определите, какие из них истинны: а) $(\exists x \in X)$ $A(x) \wedge Д(x)$; б) $(\forall x \in X)$ $E(x) \vee Д(x)$; в) $(\forall x \in X)$ $A(x) \Rightarrow E(x)$; г) $(\exists x \in X)$ $\overline{Д(x)} \Rightarrow E(x)$.

Решение:

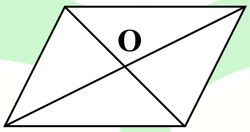
а) «Существует параллелограмм, который имеет ось симметрии» – истинно, т.к. ось симметрии имеет прямоугольник, а прямоугольник является параллелограммом.



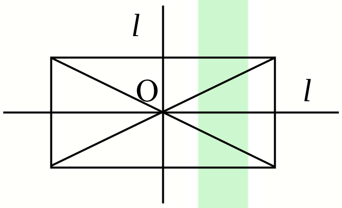
б) «Любой четырехугольник имеет центр симметрии или ось симметрии» - ложно, т.к. не любой четырехугольник имеет центр симметрии или ось симметрии. Например,



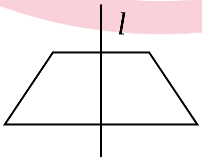
в) «Любой четырехугольник, являющийся параллелограммом, имеет центр симметрии» - истинно, т.к. любой параллелограмм имеет центр симметрии – это точка пересечения его диагоналей.



г) «Некоторые четырехугольники, которые имеют ось симметрии, имеют и центр симметрии» - истинно, т.к. некоторые четырехугольники, имеющие ось симметрии, имеют и центр симметрии (например, прямоугольник).



А некоторые четырехугольники, которые имеют ось симметрии, не имеют центра симметрии (например, равнобокая трапеция).



0Б. Из предиката S(x): «Число x является натуральным», заданного на множестве действительных чисел R, образованы высказывания:

а) $(\forall x \in R)$ S(x); б) $(\exists x \in R)$ S(x). Переведите их на обычный язык и постройте отрицания этих высказываний двумя способами.

Решение:

а) А: «Любое действительное число принадлежит множеству натуральных чисел» - Л.

$\bar{A}$: «Неверно, что любое действительное число принадлежит множеству натуральных чисел» - И.

$\bar{A}$: «Существует действительное число, которое не принадлежит множеству натуральных чисел» - И.

б) В: «Существуют действительные числа, которые принадлежат множеству натуральных чисел» - И.

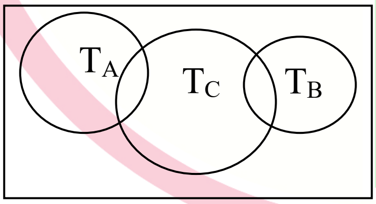
$\bar{B}$: «Не верно, что существуют действительные числа, которые принадлежат множеству натуральных чисел» - Л.

$\bar{B}$: «Любое действительное число не принадлежит множеству натуральных чисел» - Л.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ (задания IV уровня)

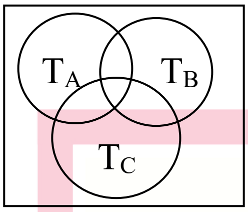
1А. На множестве X ={-3, -2, -1, 0, 1, 1, 2, 3, 4} заданы предикаты А(х): «Число х кратно 3» и В(х): «х–1>0». Найдите множества истинности предикатов А(х) и В(х). Сформулируйте предикаты и найдите их множества истинности: а) $A(x)\Rightarrow B(x)$; б) $\overline{A(x)}\Rightarrow\overline{B(x)}$; в) $A(x)\vee B(x)$; г) $\overline{A(x)}\wedge B(x)$; д) $A(x)\Leftrightarrow B(x)$.

1Б. Даны предикаты А(х), В(х), С(х), области истинности которых T_A, T_B, T_C. Изобразите штриховкой области истинности следующих предикатов: а) $A(x)\vee B(x)$; б) $A(x)\wedge B(x)\vee C(x)$; в) $A(x)\Rightarrow B(x)$; г) $\overline{B(x)}\Rightarrow C(x)$.



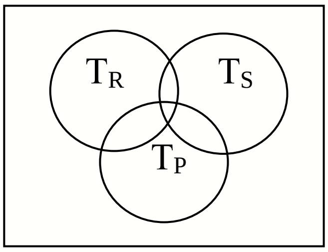
2А. На множестве X={0, 1, 2,…20} заданы предикаты: А(х): «Число х кратно 6» и В(х): «Число х кратно 3». Сформулируйте конъюнкцию, дизъюнкцию, отрицание, импликацию и эквиваленцию этих предикатов и найдите их множества истинности.

2Б. На рисунке изображены множества истинности предикатов A(x), B(x), C(x). Заштрихуйте множества истинности следующих предикатов: а) A(x)$\wedge\overline{B(x)}$; б) A(x)$\vee$B(x)$\wedge$C(x); в) $\overline{A(x)}\Rightarrow$C(x); г) $\overline{B(x)\Rightarrow C(x)}$.



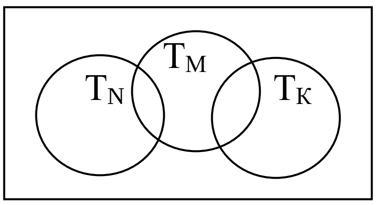
3А. На множестве X={1, 2,…15} заданы предикаты: A(x): «Число x - четное» и B(x): «Число x кратно 3». Сформулируйте конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию этих предикатов, найдите множества истинности, а также множества истинности предикатов: а) $\overline{A(x)}\Rightarrow$B(x); б) $\overline{A(x)}\wedge$B(x).

3Б. На рисунке изображены множества истинности предикатов Q(x), S(x), P(x). Найдите и заштрихуйте множества истинности следующих предикатов: а) Q(x)$\vee$P(x)$\vee$S(x); б) $\overline{Q(x)}\wedge$S(x); в) P(x)$\Rightarrow$ S(x); г) $\overline{Q(x)\Rightarrow P(x)}$.



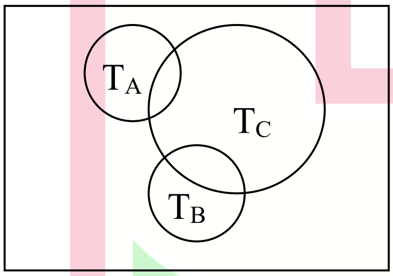
4А. На множестве X={1, 2, 3…20} заданы предикаты: A(x): «Число x - простое», B(x): «Число x – четное». Сформулируйте конъюнкцию, дизъюнкцию, отрицание, импликацию, эквиваленцию предикатов A(x) и B(x), и найдите их множества истинности.

4Б. Даны предикаты M(x), N(x), К(x), области истинности которых T_M, T_N, T_K. Найдите и изобразите штриховкой области истинности предикатов: а) M(x)$\vee$N(x)$\vee$К(x); б) $\overline{M(x)}\Rightarrow$N(x); в) $\overline{K(x)}\wedge\overline{N(x)}$; г) M(x)$\wedge$К(x)$\Rightarrow\overline{N(x)}$.



5А. На множестве X ={-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} заданы предикаты A(x): «2x–1<3» и B(x): «2x>0». Сформулируйте предикаты и найдите их множества истинности: а) $A(x)\vee B(x)$; б) $A(x)\Rightarrow B(x)$; в) $\overline{A(x)} \Rightarrow \overline{B(x)}$; г) $\overline{A(x)}\wedge B(x)$; д) $B(x)\Leftrightarrow A(x)$.

5Б. Даны предикаты A(x), B(x), C(x) с областями истинности T_A, T_B, T_C. Найдите и изобразите штриховкой области истинности предикатов: а) $A(x)\wedge\overline{B(x)}$; б) $A(x)\wedge\overline{C(x)}\wedge B(x)$; в) $B(x)\Rightarrow C(x)$; г) $A(x)\wedge B(x)\Rightarrow\overline{C(x)}$.



ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ (задания V уровня)

1А. Каким: необходимым или достаточным является условие x>0 для того, чтобы: точка M(x,y) находилась: а) в I четверти; б) в IV четверти; в) в правой полуплоскости. Ответ обоснуйте.

1Б. Сформулируйте и выясните истинность теорем: обратной, противоположной, противоположной обратной для теорем:

а) если три стороны одного треугольника равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны;

б) прямая, перпендикулярная радиусу окружности и проходящая через его конец, есть касательная к окружности.

2А. Каким: необходимым или достаточным является условие x>0, y>0 для того, чтобы: точка M(x,y) находилась: а) в верхней полуплоскости; б) в правой полуплоскости; в) в I четверти. Ответ обоснуйте.

2Б. Сформулируйте и выясните истинность теорем: обратной, противоположной, противоположной обратной для теорем:

а) около всякого правильного многоугольника можно описать окружность;

б) если прямая в плоскости, проходящая через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна и наклонной.

3А. Каким: необходимым или достаточным является условие $x=0$, для того, чтобы: точка М (x,y) находилась: а) в начале координат; б) на оси ординат. Ответ обоснуйте.

3Б. Сформулируйте и выясните истинность теорем: обратной, противоположной, противоположной обратной для теорем:

а) если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна прямой, лежащей в плоскости, то она параллельна и самой плоскости;

б) если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180^{O}, то около него можно описать окружность.

4А. Каким: необходимым или достаточным является условие $y>0$, для того, чтобы: точка М (x,y) находилась: а) в I четверти; б) во II четверти; в) в верхней полуплоскости. Ответ обоснуйте.

4Б. Сформулируйте и выясните истинность теорем: обратной, противоположной, противоположной обратной для теорем:

а) если хотя бы один из сомножителей делится на данное число, то и произведение делится на данное число;

б) диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

5А. Каким: необходимым или достаточным является условие $x<0$, для того, чтобы: точка М (x,y) находилась: а) во II четверти; б) в III четверти; в) в левой полуплоскости. Ответ обоснуйте.

5Б. Сформулируйте и выясните истинность теорем: обратной, противоположной, противоположной обратной для теорем:

а) если сумма цифр числа делится на 3, то число делится на 3;

б) все точки, равноудаленные от концов отрезка, лежат на перпендикуляре, проходящем через середину данного отрезка.

ТЕМА № 4. КОМБИНАТОРИКА

Понятие о комбинаторной задаче. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения с повторениями и без повторений, сочетания. Формулы для подсчета числа этих комбинаций.

Литература: [1] с. 38-49; [2] с. 83-87; [3] с. 32-38; [4] с. 23-27; [5] с. 25-33; [6] с. 72-75; [7] с. 17-21.

КОМБИНАТОРИКА (задания I уровня)

1А. Укажите верные формулы:

а) $P_m=m\cdot(m-1)\cdot\ldots\cdot2\cdot1$; б) $P_m=m!$; в)$A_n^k=\frac{n!}{k!}$; г) $C_3^2=\frac{3!}{2!}$.

1Б. Размещения без повторений из n элементов по m это:
а) m-элементные подмножества n-элементного множества;
б) кортежи длины m из элементов n-элементного множества;
в) упорядоченные m-элементные подмножества n-элементного множества.

2А. Укажите верные формулы:

а) $C_k^2=\frac{(k-2)!}{k!}$; б) $C_k^2=\frac{A_k^2}{2!}$; в) $C_k^2=\frac{k!}{2!(k-2)!}$.

2Б. Перестановки из n элементов – это:
а) различные упорядоченные n-элементные множества;
б) кортежи длины n;
в) m-элементные подмножества n-элементного множества.

3А. Укажите верные формулы: а) $A_n^k=n^k$; б); $A_n^k=k^n$ в)$A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

3Б. Сочетания из n элементов по m это:
а) m-элементные подмножества n-элементного множества;
б) кортежи длины m из элементов n-элементного множества;
в) упорядоченные m-элементные подмножества n-элементного множества.

4А. Даны множества A и B, причем $n(A)=n_1$, $n(B)=n_2$, $A\cap B\neq\varnothing$, $n(A\cap B)=n_3$. Укажите верные равенства: а) $n(A\cup B)=n_1+n_2+n_3$; б) $n(A\cup B)=n_1+n_2$; в) $n(A\cup B)=n_1+n_2-n_3$; г) $n(A\cup B)=n_1-n_2$.

4Б. Разрешения с повторениями из n элементов по m – это:
а) кортежи длины m из элементов n-элементного множества;
б) упорядоченные m-элементные подмножества n-элементного множества;
в) упорядоченные n-элементные подмножества m-элементного множества.

5А. Даны множества Х и У, причем $n(X)=x_1$, $n(У)=x_2$, $X\cap У\neq\varnothing$, $n(X\cap У)=x_3$. Укажите верные равенства: а) $n(X\times У)=x_1\cdot x_2-x_3$; б) $n(X\times У)=x_1+x_2$; в) $n(X\times У)=x_1\cdot x_2$; г) $n(X\times У)=\frac{x_1\cdot x_2}{x_3}$.

5Б. Число различных перестановок элементов множества А={a,b,c,d} вычисляется по формуле:

а) $C_m^4=\frac{4!}{m!(m-4)!}$; б) $P_4=1\cdot2\cdot3\cdot4$; в) $P_m=m!$

0А. Дано множество А={a, b, c, d}. Сколько существует способов упорядочить это множество: а) 4!; б) 3; в) 2^4; г) $\frac{4!}{2!}$.

\+ а) 4!
б) 3
в) 2^4
г) $\frac{4!}{2!}$

Решение: выбран ответ а, поскольку число способов упорядочения 4 - х элементного множества – это число перестановок его элементов $P_4=4!$

0Б. Число различных 3-элементных подмножеств множества $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ равно: а)2^5; б) 2^3; в) $\frac{5!}{3!(5-3)!}$; г) 10.

Решение: дано 5-элементное множество, построим всевозможные его 3-элементные подмножества. Неодинаковыми считаются только те, которые имеют неодинаковый состав элементов. Значит, всевозможные трехэлементные подмножества данного множества – это сочетания.

$$C_5^3=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}=10$$

Ответы: в, г.

КОМБИНАТОРИКА (задания II уровня)

1А. В турнире участвует 6 человек. Сколькими способами могут между ними распределиться места?

1Б. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и набрал их наугад, помня, что цифры разные. Сколькими способами он мог это сделать?

2А. Сколькими способами можно рассадить 12 гостей на 12 различных стульев?

2Б. Сколькими способами можно составить список из 5 учеников?

3А. Сколькими способами можно рассадить четырех учащихся на 25 местах?

3Б. В меню 4 вида соков и 3 вида нектаров. Сколько существует способов выбора одного напитка?

4А. В отделении 12 солдат. Сколькими способами можно составить наряд из трех человек?

4Б. Имеется 5 сортов конвертов без марок и 4 сорта марок. Сколькими способами можно выбрать конверт и марку для посылки письма?

5А. Из состава участников конференции, на которой присутствует 18 человек, надо избрать делегацию, состоящую из 4 человек. Сколькими способами это можно сделать?

5Б. В математической олимпиаде участвуют 14 команд. Сколько существует способов распределения призовых мест?

0А. Сколькими способами из 25 студентов можно выбрать делегацию из 5 человек?

Решение: Необходимо найти количество 5-элементных подмножеств 25-элементного множества А. Это число сочетаний C_{25}^{5}.

$$C_{25}^{5}=\frac{25!}{5!(25-5)!}=\frac{25!}{5\cdot 20!}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=5\cdot 6\cdot 11\cdot 7\cdot 23=30\cdot 77\cdot 23=53130$$

Ответ: делегацию можно выбрать 53130 способами.

0Б. В кафе предлагается на десерт 4 вида мороженого, 3 вида пирожных и 2 вида фруктов. Сколько существует способов выбора десерта из одного наименования?

Решение: Существует 9 способов выбора десерта из одного наименования, т.к. по правилу суммы 4+3+2=9.   Ответ: 9.

КОМБИНАТОРИКА (задания III уровня)

1А. Студенту нужно сдать 4 экзамена за 9 дней. Сколькими способами он может это сделать, если известно, что последний экзамен он сдает на девятый день?

1Б. От двух спортивных обществ, в каждом из которых по 40 шахматистов, нужно выделить по 3 человека для участия в соревнованиях. Сколькими способами это можно сделать?

2А. Четверо студентов сдают экзамен. Сколькими способами им могут быть поставлены отметки, если известно, что ни один из студентов не получил неудовлетворительной оценки?

2Б. Сколько имеется различных шестизначных чисел, у которых первые 3 цифры четные, а следующие 3 – нечетные?

3А. Сколько чисел, меньших, чем миллион, можно записать с помощью цифр 9, 8, 7?

3Б. Сколькими способами можно разделить 15 яблок и 20 апельсинов между тремя мальчиками?

4А. Сколько четырехзначных чисел можно записать, не пользуясь цифрой 8?

4Б. На плоскости расположена 21 точка, причем никакие четыре из них не лежат на одной окружности. Сколько окружностей можно провести таким образом, чтобы каждая из них содержала по три из этих точек.

5А. Сколько шестизначных чисел, не кратных 5, можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что каждая цифра входит в шестизначное число только один раз?

5Б. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на 32 черных полях?

0А. Сколько разных комбинаций ответов можно дать на 8 вопросов, если на каждый вопрос отвечают «да» или «нет».

Решение: Необходимо составить кортежи длины 8 из 2-х элементов. Это размещение с повторением $\overline{A}_2^8$*:* $\overline{A}_2^8=2^8=256$ *(комбинаций). Ответ: можно составить 256 комбинаций ответов.*

0Б. Сколькими способами можно образовать из группы в 12 мужчин и 8 женщин комиссию, которая бы состояла из 3 мужчин и 4 женщин?

Решение: Из группы 12 мужчин трех мужчин можно выбрать C_{12}^3 *способами, т.е. нужно найти число трехэлементных подмножеств 12 –элементного множества.* $C_{12}^3=\frac{12!}{3!(12-3)}=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot\ldots 1}{3\cdot 2\cdot 9\cdot 8\ldots :1}=220$

С женщинами аналогично, $C_8^4=\frac{8!}{4!(8-4)}=\frac{8\cdot 7\cdot\ldots 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 4\cdot 3\cdot 2}=70$

Причем на каждый способ выбора мужчин существует C_8^4 *способов выбора женщин. Тогда по правилу произведения общее число вариантов выбора комиссии будет равно:* $C_{12}^3\cdot C_8^4=220\cdot 70=15400$

Ответ: 15400.

КОМБИНАТОРИКА (задания IV уровня)

1А. Из 7 гвоздик и 5 тюльпанов надо составить букет из пяти цветов. Сколькими способами это можно сделать, если в него должны входить не более трех тюльпанов?

1Б. Докажите, что: $\frac{A_n^6+A_n^5}{A_n^4}=(n-4)^2$.

2А. Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если каждую цифру можно использовать несколько раз?

2Б. Докажите, что: $A_n^k=n\cdot A_{n-1}^{k-1}$.

3А. Сколько четных чисел, меньших 500, можно составить из цифр 2, 3, 4, 5, 6 так, чтобы ни в одном числе не было повторяющихся цифр?

3Б. Докажите, что: $A_{10}^n\cdot P_{10-n}=10\cdot P_9$.

4А. Сколько чисел, больших 100, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, если в одном числе каждая цифра используется не более одного раза?

4Б. Докажите, что: $C_m^k = C_{m-1}^{k-1} + C_{m-1}^k$.

5А. Сколько существует различных шестизначных чисел, у которых 3 цифры четные и 3-нечетные.

5Б. Докажите, что: $\dfrac{A_{n-1}^{k-1} P_{n-k}}{P_{n-1}} = 1$.

КОМБИНАТОРИКА (задания V уровня)

1. На собрании должны выступить четыре человека: А, В, С, Д. Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов, если известно, что В не может выступить, пока не выступит А?

2. Для автомобильных номеров используют 10 цифр и 28 букв (кроме ё, й, ь, ъ, ы). Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр (кроме сочетания цифр 00-00). Какое максимальное число машин получат номера при такой системе?

3. Из отряда в 40 человек, среди которых есть рядовой Иванов, назначается в караул 3 человека. Сколькими различными способами может быть составлен караул? В скольких случаях в число караульных попадет рядовой Иванов?

4. Восемь женщин и столько же мужчин садятся за круглый стол. Сколько существует способов их рассадки, если два человека одного пола не будут сидеть рядом?

5. Из числа трех инженеров и девяти экономистов составлена комиссия из 7 человек. Сколькими способами это можно сделать, если в комиссию должен входить хотя бы один инженер?

ТЕМА № 5. БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ

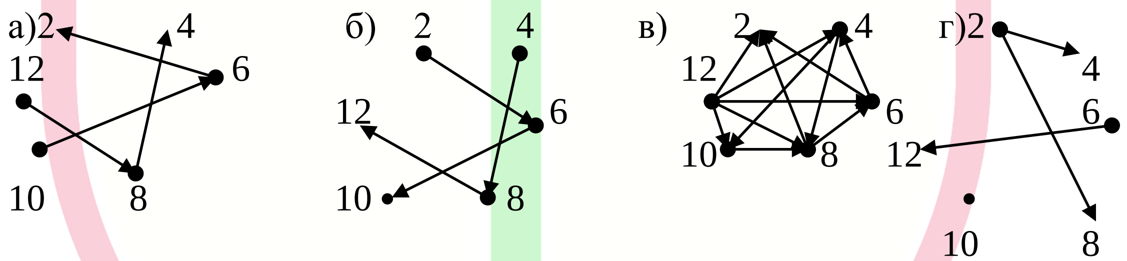
Бинарные отношения между элементами одного и двух множеств. Отношения обратное и противоположное данному. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности и порядка.

Литература: [1] с. 67-89; [2] с. 87-104; [3] с. 38-57; [4] с. 28-42; [5] с. 95-103; [6] с. 76-82; [7] с. 22-36.

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ (задания I уровня)

1А. Даны множества Х={5, 7, 8, 9, 10} и У ={3, 4, 5, 6, 9}. Между ними установлено соответствие R: «Число х на 2 больше числа у», где $x \in X$, $y \in У$. Какие из следующих записей являются другими способами задания отношения R: а) Г={(3, 5), (5, 7), (6, 8), (9, 10)}; б) Г={(5, 3), (7, 5), (8, 6)}; в) R: «х=2+у», где $x \in X$, $y \in У$; г) Г={(5, 3), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 3), (8, 4), (8, 3), (8, 5), (8, 6)}.

1Б. Дано множество А={2, 4, 6, 8, 10, 12}, элементы которого связаны отношением R: «Число х на 4 больше числа у», где $x, y \in A$. Какие из графов соответствуют отношению R:



2А. Известно, что Г – график бинарного соответствия между элементами множеств А и В, $a \in A$, $в \in B$. Какие из следующих предложений являются истинными при условии, что А и В – любые множества и $(a, в) \in Г$: а) $Г \subset A$; б) $Г \subset B$; в) $Г \subset A \times B$; г) $(A \times B) \cap Г = Г$; д) $(A \times B) \cap Г = A \times B$; е) $(A \times B) \cup Г = Г$; ж) $(A \times B) \setminus Г = \varnothing$

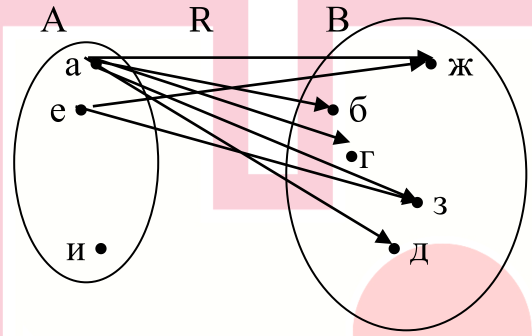
2Б. На множестве $У=\{y \mid y \in Z,\ -13 \le y \le -2\}$ задано отношение R: «х=2у». Какие из следующих утверждений истинны:

а) $(-6, -3) \in R$; б) $(-3, -6) \in R$; в) $(-4, -2) \in R$;
г) $(-8, -4) \notin R$; д) -12R-6; е) 2R1.

3А. Даны множества А={а, е, и} и В={б, г, д, ж, з}. Между ними установлено соответствие R: «Буква х предшествует в алфавите букве у», где х∈А, у∈В. Какие из следующих записей являются другими способами задания соответствия R:

а) Г={(а, б), (а, г), (а, д), (а, ж), (а, з), (е, б), (е, г), (е, д), (е, ж), (е, з), (и, б), (и, г), (и, д), (и, ж), (и, з)};

б)



в) Г={(а, б), (а, г), (а, д), (а, ж), (а, з), (е, ж), (е, з)};

г) Г={(е, б), (е, г), (е, д), (и, б), (и, г), (и, д), (и, ж), (и, з)}.

3Б. На множестве Х={х | х∈N, х≤6} задано отношение Р:{(6, 6), (6, 3), (6, 2), (6, 1), (5, 5), (5, 1), (4, 4), (4, 2), (4, 1), (3, 3), (3, 1), (2, 2), (2, 1), (1, 1)}. Какие из предложений являются другими формами записи отношения Р:

а) Р= {(х, у) | х, у∈Х, х≥у};   б) Р= {(х, у) | х, у∈Х, х=2у};

в) Р= {(х, у) | х, у∈Х, х – кратно у}; г) Р= {(х, у) | х, у∈Х, х=ку, к∈N}.

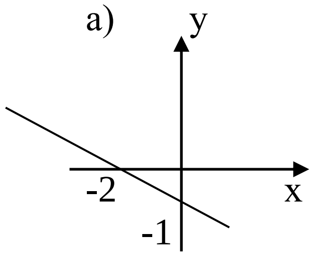
4А. Известно, что Г – график бинарного соответствия между элементами множеств А и В, а∈А, в∈В. Какие из следующих предложений являются истинными при условии, что А и В – любые множества и (а, в)∈Г:

а) а∈Г; б) в∈Г;   в) (а, в)∈А×В;   г) (а, в)⊂А×В;

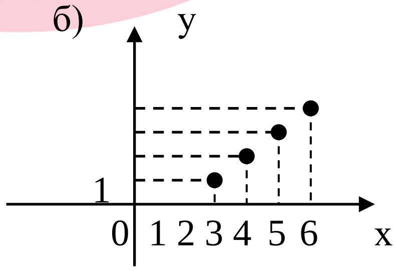
д) {(а, в)}⊂Г;   е) (в, а)∈Г;   ж) {(в, а)}⊂А×В.

4Б. На множестве Х={1, 2, 3, 4, 5, 6} задано отношение S:{(х, у) | х–у=2, х, у∈Х}. Какие из рисунков соответствуют отношению S:

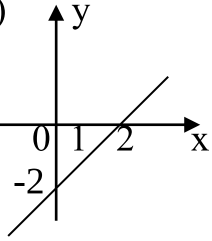
а)



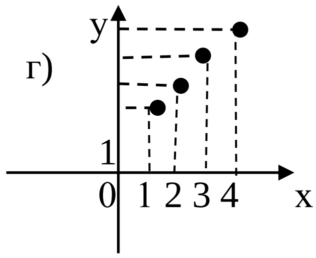
б)



в)



г)



5А. Даны множества Х={1, 2, 3, 4} и У={2, 4, 6}. Между ними установлено соответствие R: «Число x не больше числа y», где $x \in X$, $y \in У$. Какие высказывания являются истинными:

а) Г={(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6)} – график соответствия R;

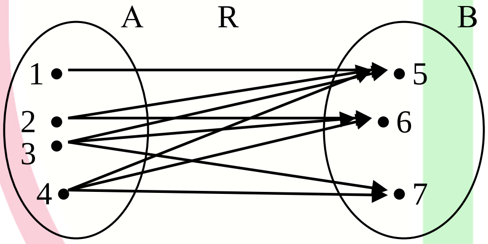
б) $(1, 2) \in X \times У$; в) $(1, 2) \in Г$; г) $(2, 2) \in Г$;

д) $(4, 6) \in Г$; е) $(3, 4) \in Г$; ж) $(3, 4) \in X \times У$.

5Б. На множестве Х={–3, –1, 1, 2, 3, 4} задано отношение R: «x=y+2». Какие, из следующих утверждений истинны:

а) –1R–3; б) 1R3; в) 3R1; г) R(1)= –1; д) R(4)=2; е) R(2)= –1.

0А. Даны множества Х={1, 2, 3, 4} и В={5, 6, 7}, между которыми установлено соответствие R:



Среди предложенных записей найдите другие способы задания соответствия R:

а) $R=\{(x, y) \mid x \in A, y \in B, y-x \le 4\}$;

б) R={(1, 5), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7)};

в) R={(1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7)}

Решение: выбраны ответы а и б, т.к. графу соответствуют пары, указанные в множестве R={(1, 5), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7)} (ответ б). Рассматривая пары этого соответствия, замечаем, что $y - x \le 4$, значит, соответствие R можно также задать следующим образом: $R =\{ (x, y) \mid x \in A, y \in B, y - x \le 4\}$ (ответ а).

0Б. На множестве М={а, б, в, г, д} задано отношение R: «Буква х находится в алфавите непосредственно после буквы у». Какие из следующих утверждений истинны:

а) Г={(б, а), (в, б), (г, в), (д, г), (а, б), (б, в), (в, г), (г, д)} – график отношения R;

б) Г={(б, а), (в, б), (г, в), (д, г)} – график отношения R;

в) $Г \subset M^2$; г) R(б)=а; д) гRв.

Решение:

б) Г={(б, а), (в, б), (г, в), (д, г)} – график отношения R;

г) R(б)=а;

д) гRв;

в) $Г \subset M^2$.

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ (задания II уровня)

1А. На множестве А={4, 2, 6, 3, 5, -3, -8, -6, 0} заданы бинарные отношения: а) R: «а<в»; б) S: «Число а противоположно числу в», где а, $в \in А$. Задайте каждое из данных отношений другими способами.

1Б. Отношение R в множестве А={а, в, с, е} задано графиком: Г={(а, в), (а, с), (в, с), (в, е), (с, е)}. Каковы область определения и множество значений отношения R? Постройте граф этого отношения. Найдите R(а), R(в), R(с), R(е), R^{-1}(а), R^{-1}(с).

2А. Дано множество А={2, 4, 6, 8}. Найдите декартов квадрат множества А. Запишите графики отношений: а) Р: «а>в»; б) R: «Число а – делитель числа в», а, $в \in А$. Постройте графы и графики этих отношений.

2Б. Отношение Q задано при помощи таблицы. Постройте граф и график отношения Q, укажите его область определения и множество значений. Найдите: Q(4), Q(-2), Q^{-1}(1), Q^{-1}(2).

-4	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-1
2	1	2	3	1	2	3	2

3А. Дано множество А={2, 3, 4, 6, 9, 10}. Найдите декартов квадрат множества А. Запишите графики отношений:

а) Q: «Число а делится на число в», а, $в \in А$.

б) Т: «Число а не больше, чем число в», а, $в \in А$.

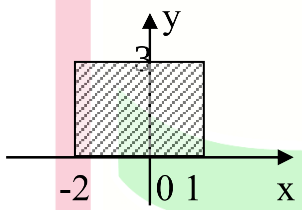
Постройте графы и графики данных отношений.

3Б. Отношение S в множестве X={-2, -1, 0, 1, 2, 3} задано графиком Г={(-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3)}. Каковы область определения и множество значений отношения S? Постройте граф и график этого отношения. Найдите S(1), S(0), S(-1), $S^{-1}(2)$, $S^{-1}(3)$.

4А. Элементы множеств X и У находятся в отношении у=х–3. постройте график данного отношения, если:

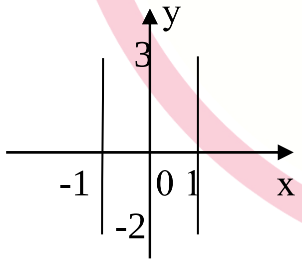
а) X=У=R; б) X=[-2, 2], У=R; в) X={-2, -1, 0, 1, 2}, У=Z.

4Б. На рисунке изображен график отношения E, заданного на множестве R. Каковы область определения и множество значений отношения E? Постройте график отношения E^{-1}.



5А. Постройте график отношения у>3х–2, заданного на множестве X, если: а) X=R; б) X=Z.

5Б. На рисунке изображен график отношения S, заданного на множестве R. Найдите область определения и множество значений отношения S? Найдите $S^{-1}(1)$, $S^{-1}(2)$.



0А. На множестве A={x | x∈N, x≤6} заданы бинарные отношения:

а) R: «Число а вдвое больше числа в»;

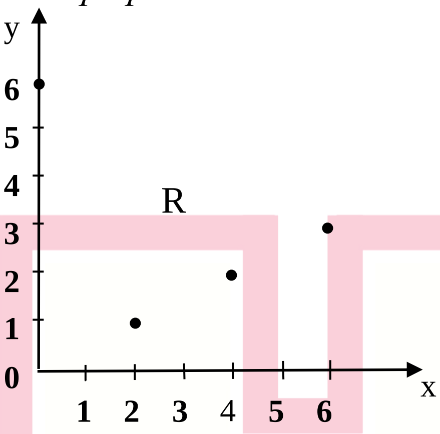
б) Q: «Число а делится на в», где а, в∈А. Задайте каждое из данных отношений другими способами.

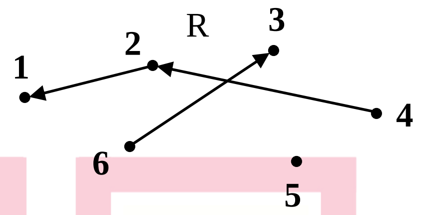
Решение:

A={1, 2, 3, 4, 5, 6}

а) 1 способ: $R=\{(2, 1), (4, 2), (6, 3)\}$; $R=\{(x, y) \mid x, y \in A;\ x=2y\}$.

2 – графический. *3 – с помощью графа:*





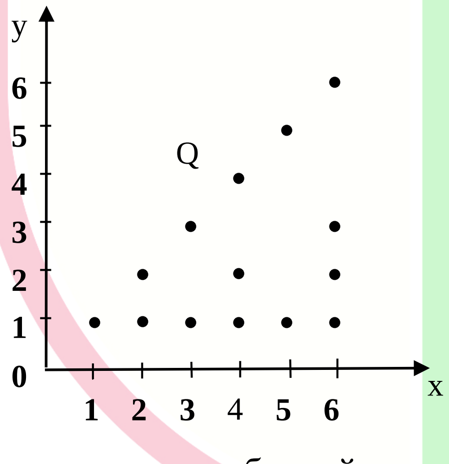
4 – в виде таблицы:

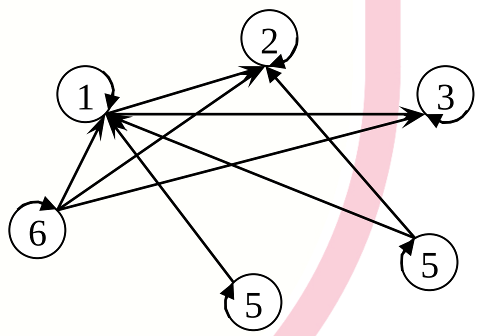
x	*2*	*4*	*6*
y	*1*	*2*	*3*

б) 1 способ: $Q=\{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (4, 2), (6, 2), (6, 3)\}$

$Q=\{(x, y) \mid x, y \in A;\ x = y \cdot к;\ к \in N\}$.

2 способ: графический *3 способ: с помощью графа:*





0Б. Отношение задано таблицей:

x	0	0	0	1	1	1	2	2	2
y	1	-1	2	1	-1	2	1	-1	2

Постройте граф и график отношения R, укажите его область определениях и множество значений y. Найдите R(0), R(1), $R^{-1}(1)$, $R^{-1}(2)$.

Решение:

график отношения R

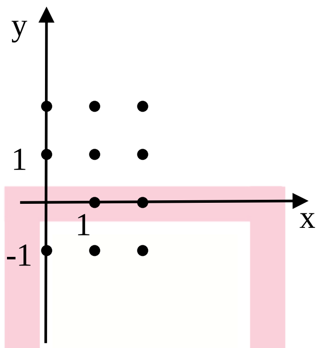
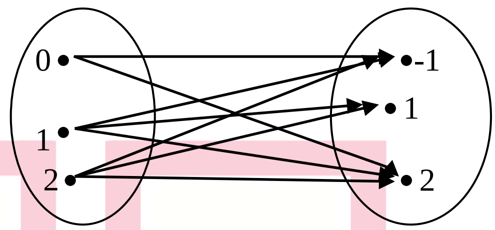


график отношения R



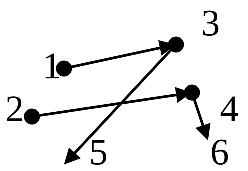
R(0) ={1, - 1, 2},
R(1) ={-1, 1, 2},
R^{-1}*(1) ={0, 1, 2},*
R^{-1}*(2) ={0, 1}*
Область определения X ={0, 1, 2}
Множество значений У={-1, 1, 2}

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ (задания III уровня)

1А. На множестве X={2, 3, 4, 6, 8, 9} задано отношение R: «Число x кратно числу y», где x, y∈X. Постройте граф и график отношений R. Сформулируйте обратное и противоположное отношения, постройте их граф и график .

1Б. На множестве X={a, в, c, d} заданы графики отношений
P={(a, a), (a, в), (a, c), (c, c), (d, d)};
R={(в, a), (a, в), (в, c), (c, в), (в, d), (d, в), (c, d), (d, c)};
S={(a, a), (в, в), (c, c), (d, d), (в, c), (c, в), (c, d), (d, c)}.
Какие из данных отношений являются:
а) рефлексивными; б) симметричными; в) транзитивными.

2А. Бинарное отношение R задано на множестве {1, 2, 3, 4, 5, 6} графом, показаным на рисунке. Задайте это отношение характеристическим свойством. Запишите график отношения R. Назовите его область определения и множество значений. Постройте графы отношений, обратного и противоположного отношению R. Укажите характеристические свойства отношений R^{-1} и $\overline{R}$.

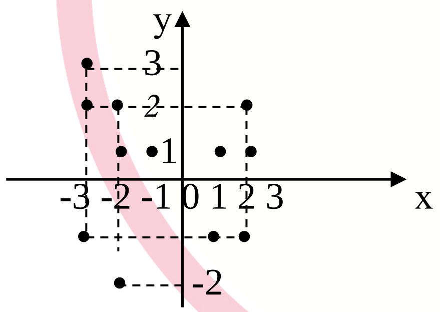


2Б. На множестве прямых плоскости задано отношение S перпендикулярности прямых. Обладает ли это отношение свойством рефлексивности, свойством транзитивности? Ответ обоснуйте.

3А. На множестве X={1, 2, 3, 4, 5, 6} задано отношение R: «Число x меньше числа y», где x, y∈X. Постройте граф и график отношения R. Сформулируйте и постройте граф и график обратного и противоположного отношений.

3Б. На множестве X={2, 4, 6, 8} задано отношение R:«x≤y», x, y∈X. Запишите график отношения R. Постройте его граф. Обладает ли отношение R свойством рефлексивности, симметричности, транзитивности? Как это выражается на графе?

4А. На рисунке показан график отношения T, заданного на множестве {-3, -2, -1, 1, 2}. Запишите множество элементов, принадлежащих отношению T. Укажите его характеристическое свойство. Постройте граф отношения T. Назовите характеристические свойства отношений $\overline{T}$ и T^{-1}, запишите их графики.



4Б. Известно, что отношение K, заданное на множестве X={3, 4, 5}, рефлексивно и транзитивно. Какое из следующих множеств задает отношение K: а) {(3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (5, 5)}; б) {(3, 3), (4, 4), (5, 5), (3, 4), (4, 5), (5, 4)}. Объясните, почему.

5А. На множестве X={1, 2, 3, 4, 5, 6} задано отношение S: «Число x предшествует числу y в натуральном ряду», x, y∈X. Постройте граф и график отношений R. Сформируйте и постройте граф и график обратного и противоположного отношений.

5Б. На множестве X={0, 1, 2, 3} задано отношение

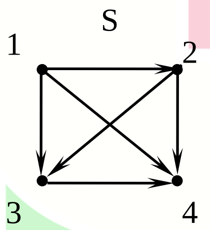
S={(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (0, 1), (1, 2), (0, 2), (1, 0), (2, 1), (2, 0)}.

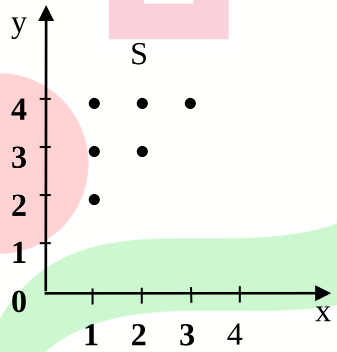
Определите свойства отношения S и постройте его график. Как отражаются свойства отношения на его графике?

0А. На множестве $X=\{x \mid x \in N,\ x \leq 4\}$ задано отношение S: «Число x меньше числа y», x, y∈X. Постройте граф и график отношений S. Сформулируйте обратное и противоположное отношения и постройте их граф и график.

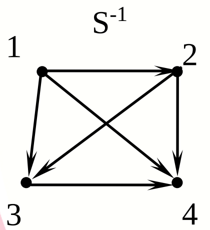
Решение: $X=\{1, 2, 3, 4\}$. $S=\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$

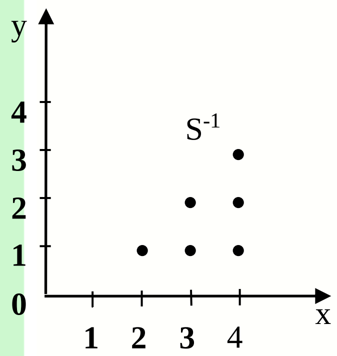
S^{-1}: *«Число y больше числа x» - обратное соответствие*





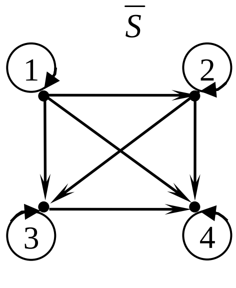
$S^{-1}=\{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3)\}$

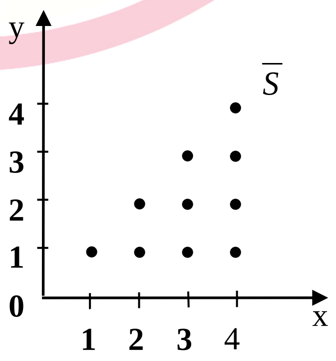




$\overline{S}$: *«Число x больше либо равно числа y» - противоположное соответствие.*

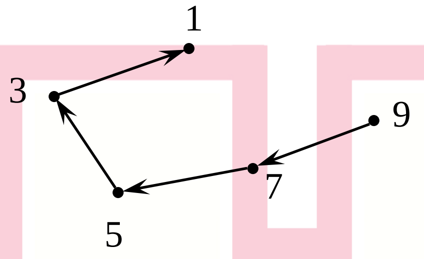
$\overline{S}=\{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2), (4, 2), (4, 3)\}$.

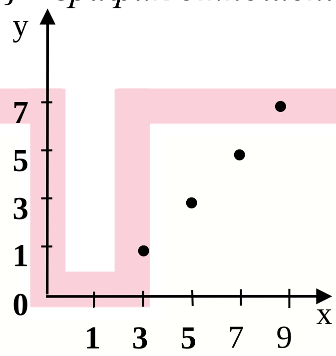




0Б. На множестве X={1, 3, 5, 7, 9} задано отношение R: «Число x больше числа y на 2», где x, y∈X. Запишите график отношения R. Постройте его график и граф. Обладает ли отношение R свойствами рефлексивности, симметричности? Как это определить по графу? По графику?

Решение: Г={(3, 1), (5,3), (7, 5), (9, 7)} – график отношения R.





Отношение R не обладает свойством рефлексивности. Т.к. любой элемент из множества X, не находится в отношении R с самим собой, а именно: не существует числа, которое было бы на 2 больше самого себя. На графе нет петель. График отношения R не лежит на биссектрисе 1 и 3 координатных углов.

Отношение R, заданное на множестве X, не обладает свойством симметричности, т.к. для любого элемента из множества X из того, что x находится в отношении R с y не следует, что y находится в отношении R с x (xRy ⇒ yRx) – «л.» Т.е. если число y больше числа x на 2, то не верно, что число y больше числа x на 2. На графе стрелки между любыми двумя элементами идут болько в одном направлении. График отношения R не симметричен относительно биссектрисы 1 и 3 координатных углов.

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ (задания IV уровня)

1А. Выясните, какими свойствами обладают данные отношения. Назовите среди них отношения эквивалентности и отношения порядка:

а) «*а* равно *в*» (в множестве треугольников);

б) «*а* меньше или равно *в*» (в множестве *Z*);

в) «*а* является собственным подмножеством *в*»
(в множестве геометрических фигур).

1Б. В множестве учащихся класса выделены подмножества отличников, спортсменов и мальчиков. Можно ли сказать, что множество учащихся разбито на эти три подмножества? Почему?

2А. Выясните, какими свойствами обладают данные отношения. Назовите среди них отношения эквивалентности и отношения порядка:

а) «*а* концентрично *в*» (в множестве окружностей на плоскости);

б) «*а* следует за *в*» (в множестве N);

в) «*а* является дополнением *в* до прямоугольника» (в множестве геометрических фигур).

2Б. На плоскости проведена прямая l. Можно ли сказать, что множество всех прямых плоскости разбивается на три класса: параллельные l, перпендикулярные l и пересекающие l? Почему?

3А. Выясните, какими свойствами обладают данные отношения. Назовите среди них отношения эквивалентности и отношения порядка:

а) «*а* равно *в*» (в множестве Q);

б) «*а* является подмножеством *в*» (в множестве геометрических фигур);

в) «*а* кратно *в*» (в множестве N).

3Б. Можно ли разбить множество треугольников на равнобедренные, разносторонние, равносторонние? Ответ обоснуйте.

4А. На множестве людей заданы отношения:

а) «*а* сестра *в*»;

б) «*а* имеет тот же цвет глаз, что и *в*»;

в) «*а* на 4 см выше, чем *в*».

Выясните свойства этих отношений. Назовите отношения эквивалентности и порядка.

4Б. На плоскости проведена окружность. Можно ли разбить множество всех окружностей на два класса: касающихся данной окружности и пересекающихся с ней. Завершите классификацию окружностей.

5А. На множестве людей заданы отношения:

а) «*а* начальник *в*»;

б) «*а* друг *в*»;

в) «*а* родился в том же году, что и *в*».

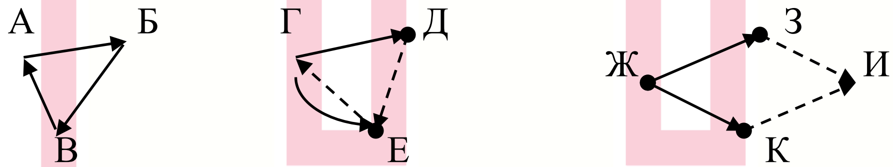
Выясните свойства отношений. Назовите отношения эквивалентности и порядка.

5Б. Можно ли разбить множество целых чисел на четные и нечетные? Ответ обоснуйте.

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ (задания V уровня)

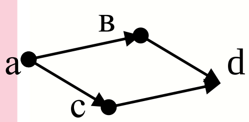
1А. Выясните свойства следующих отношений в множестве Z:
а) $(x–y)\vdots 3$; б) $x^2=y^2$; в) $|x|<|y|$.

1Б. На рисунке с плотными стрелками обозначен граф отношения «а брат в», штриховыми – граф отношения «а сестра в». некоторые стрелки пропущены. Восстановите их. Кто из детей мальчик, кто – девочка?



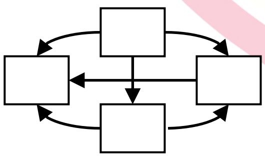
2А. Выясните свойства следующих отношений в множестве Z:
а) x: y=4; б) $|x|+|y|= 3$; в) $x^3=y^3$.

2Б. На рисунке изображен граф отношения «*а* дед *в*». Кем приходились друг другу отец и мать *d*?



3А. Выясните свойства следующих отношений в множестве Z:
а) $|x|+|y|\neq 4$; б) $x\neq y$; в) $(x^2–y^2) \vdots 4$.

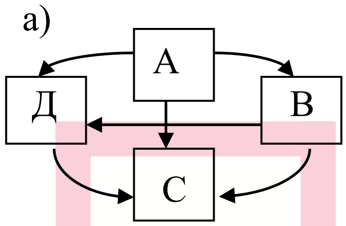
3Б. На рисунке изображен граф отношения «больше, чем» в множестве числовых выражений. Подберите выражения, которые можно поставить в прямоугольники. Проиллюстрируйте, что отношение «больше, чем» транзитивно.



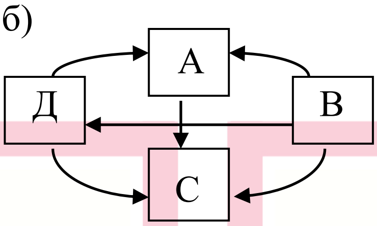
4А. Какие из отношений в множестве X являются отношениями эквивалентности? Для отношений эквивалентности укажите классы эквивалентности: а) X=Z, $(x-y) \vdots 3$; б) X=N, $(x+y) \vdots 2$; в) X=Z, $x^2=y^2$.

4Б. Даны графы отношения «меньше, чем». Какое из чисел А, В, С, Д самое большое? Какое самое маленькое? Придайте А, В, С и Д подходящие значения.

а)

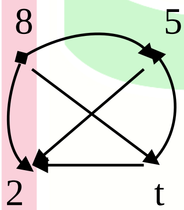


б)



5А. Какие из отношений в множестве X являются отношениями эквивалентности? Для отношений эквивалентности укажите классы эквивалентности: а) $X=N$, $(x-y) \vdots 3$; б) $X= N_o$, $(x–y) \vdots 3$ или $(y–x) \vdots 3$; в) $X=R$, $x–y=2$.

5Б. Дан граф отношения «больше, чем». Точками изображены все элементы рассматриваемого множества, но один элемент t – неизвестен. Определите t, если: а) $t \in N$, б) $t \in R$.



ЛИТЕРАТУРА

1. Виленкин Н. Я. Математика / Н. Я. Виленкин, А. М. Пышкало, В. Б. Рождественская [и др.] – М. : Просвещение, 1977. – 352 с.

2. Задачник-практикум по математике. / Н. Я. Виленкин, Н. Н. Лаврова [и др.] ; под ред. Н. Я. Виленкина. – М. : Просвещение, 1977. – 205 с.

3. Кожух І. Р. Матэматыка / І. Р. Кожух. – Мінск : Вышэйшая школа, 1993. – 350 с.

4. Кожух І. Р. Зборнік задач па матэматыцы : вучэб. дапам. для пед. ВНУ / І. Р. Кожух. – Мінск : Вышэйшая школа, 1994. – 162 с.

5. Лаврова Н. Н. Задачник-практикум по математике / Н. Н. Лаврова, Л. П. Стойлова. – М. : Просвещение, 1985. – 180 с.

6. Сендер А. Н. Методология формирования понятия о числе в начальном курсе математики / А. Н. Сендер. – Брест : БрГУ, 2003. – 164 с.

7. Стойлова Л. П. Математика: В 2 ч. / Л. П. Стойлова, Н. Я. Виленкин, Н. Н. Лаврова. – М. : Просвещение, 1990. Ч. 1. – 173 с.

Онискевич Татьяна Сергеевна

МАТЕМАТИКА
В РАЗНОУРОВНЕВЫХ ЗАДАНИЯХ

практикум для студентов-заочников специальности «Начальное образование»

Часть 1

Редактор Сендер А.Н.

Ответственный за выпуск Гребельная С.К.