REFERENCES

1. C_{62}: Theoretical Evidence for a Nonclassical Fullerene with a heptagon ring / A. Ayuela [et al.] // Journal of Physical Chemistry Letters. – 1996. – Vol. 100. – P. 15634–15636.

2. Gaito, S. A. Theoretical study of the smallest tetrahedral carbon schwarzites / S. Gaito, L. Colombo, G. Benedek // Europhysics Letters. – 1998. – Vol. 44.

3. Beuerle, F. Optical and Vibrational Properties of Toroidal Carbon Nanotubes / F. Beuerle [et al.] // Chemistry – A European Journal. – 2011. – Vol. 17. – P. 3868–3875.

4. Melker, A. I. Tetrahedral Mini- and Midi-Fullerenes / A. I. Melker, S. A. Starovoitov, R. M. Zarafutdinov // Materials Physics and Mechanics. – 2019. – Nr. 41. – P. 52–61.

5. Sanchez-Bernabe, F. J. Three Examples of Nonclassical Fullerenes with Tetrahedral Structure / F. J. Sanchez-Bernabe // Informatics, Electronics and Microsystems. – 2017. – P. 5–7.

6. Sanchez-Bernabe, F. J. Nonclassical Fullerenes with Cubic and Octahedral Structure / F. J. Sanchez-Bernabe // Informatics, Electronics and Microsystems. – 2017. – P. 12–14.

7. C_{60}: Buckminsterfullerene / H. W. Kroto [et al.] // Nature. – 1985. – Vol. 318. – P. 162–163.

8. CaGe – a Virtual Environment for Studying Some Special Classes of Plane Graphs – an update / G. Brinkmann [et al.] // MATCH: Communications in Mathematical and in Computer Chemistry. – 2010. – Vol. 63 (3). – P. 533–552.

9. Zhu, H.-Y. Tetrahedral-symmetry tetrahydrofullerenes / H.-Y. Zhu, D. J. Klein // Journal of Molecular Structure (Theochem). – 1995. – Vol. 338. – P. 11–23.

10. Decoration of the truncated Tetrahedron – An Archimedean Polyhedron – to produce a New Class of Convex equilateral Polyhedra with Tetrahedral Symmetry / S. Schein [et al.] // Symmetry. – 2016. – Vol. 8.

11. Diudea, M. V. Circulene covered fullerenes // M. V. Diudea // TheoChem. – 2009. – Vol. 904. – P. 28–34.

А. Н. СЕНДЕР
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина
E-mail: alexander_sender@tut.by

Р-АДИЧЕСКИЕ СПЛАЙНЫ КАК АППАРАТ ПРИБЛИЖЕНИЯ ЛОКАЛЬНО-ПОСТОЯННЫХ ФУНКЦИЙ КЛАССА $C(Z_p, K)$

Статья посвящена приближению непрерывных р-адических функций р-адического аргумента с помощью сплайнов, имеющих следующий вид $L_{n,m}(x,\alpha) = \sum_{k=1}^{p^{n+m}} \frac{\lambda_k}{|x-k|_p^{\alpha}}$, $\alpha \in Q$, где их параметры определяются из интерполяционных отношений с помощью приближенной функции. Теорема о равномерной сходимости приближения непрерывной функции с помощью сплайнов доказывается для различных $\alpha \in Q$.

В теории чисел наряду с полем действительных чисел огромную роль играет поле p-адических чисел, на котором возможно построение нетривиального анализа. А. М. Островский доказал, что на поле рациональных чисел Q имеются только два существенно разных нормирования: обычный модуль $|\cdot|$ и p-адическая норма $|\cdot|_p$.

Пусть p – простое число, $x \in Q$. В поле Q введем норму по правилу

$$|x|_p = \begin{cases} p^{-\gamma(x)}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

где $\gamma(x)$ определяется из представления $x = p^\gamma \dfrac{m}{n}$, $m, n, \gamma = \gamma(x) \in Q$ и числа m и n взаимно просты с p.

Норма $|x|_p$ обладает следующими свойствами: 1) $|x|_p \geq 0$, если $|x|_p = 0 \Leftrightarrow x = 0$; 2) $|xy|_p = |x|_p \cdot |y|_p$; 3) $|x+y|_p \leq \max\{|x|_p, |y|_p\}$. В случае когда $|x|_p \neq |y|_p$, мы имеем равенство $|x+y|_p = \max\{|x|_p, |y|_p\}$. Определенная таким образом норма $|x|_p$ называется *p-адической нормой*. Поле Q, пополненное по p-адической норме, называется полем p-адических чисел. Поле Q, пополненное по обычному модулю, называется полем вещественных чисел.

Существует несколько реализаций p-адических чисел, одну из которых мы только что упомянули. Приведем другую их реализацию. P-адическим числом называется формальный степенной ряд вида $x = \sum_{k=N}^{\infty} x_k p^k$, где $0 \leq x_k \leq p-1$, $\forall k \in Z$, $N \in Z$ и $x_N \neq 0$. Множество таких чисел обозначается через Q_p. Целой частью p-адического числа называется число вида $[x]_p = \sum_{k=0}^{\infty} x_k p^k$, а дробной частью – исло вида $\{x\}_p = \sum_{k=N}^{-1} x_k p^k$. Множество чисел с нулевой дробной частью называется целыми p-адическим числами и обозначается через Z_p.

Теперь, когда мы уже определили p-адические числа как формальные степенные ряды, то норму в Q_p можно переписать в виде:

$$|x|_p = \begin{cases} p^{-N}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Таким образом, формальные степенные ряды, являющиеся элементами Q_p, сходятся по p-адической норме. Теперь приведем основные свойства Q_p: все треугольники равнобедренные и остроугольные, т. е. если одна сторона треугольника меньше другой, то третья равна большей; каждый шар в Q_p является открыто-замкнутым; каждая точка шара является его центром; для двух шаров в Q_p возможны две ситуации: два шара либо не пересекаются, либо шар с меньшим радиусом содержится в шаре с большим радиусом; $Z_p = \{x \in Q_p : |x|_p \leq 1\}$ – компактное открытое множество (обычно компакт замкнут). Следует отметить, что Q_p и R являются полными и локально-компактными, но R является связным, а Q_p – вполне несвязно. Из указанных свойств Q_p как ультраметрического пространства вытекает его полная несвязность.

Данная работа посвящена приближению функций из $C(Z_p, Q_p)$, поэтому естественно рассмотреть данное пространство и выяснить, какие функции, кроме констант, могут быть заданы на нем. Оказывается, что на этом пространстве заданы локально-постоянные функции, являющиеся непрерывными. Локально-постоянной функцией называется функция, в каждой точке которой есть окрестность, на которой функция постоянна. Локально-постоянные функции плотны в пространстве $C(Z_p, Q_p)$.

Теорема 1 [1]. *Пусть* $X \subset Z_p$ *и* $f : X \to Q_p$ *– непрерывная функция. Тогда для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такая локально-постоянная функция* g, *что для любого* $x \in X$ $|f(x) - g(x)|_p < \varepsilon$.

Теорией аппроксимации в неархимедовом анализе (в частности, p-адическом) занимались многие математики, однако большинство работ по p-адической интерполяции и аппроксимации посвящены обобщению интерполяционных теорем Дьедонне и Малера либо являются частными случаями теоремы Стоуна – Вейерштрасса.

Одной из задач исследования является нахождение сплайна, который равномерно приближал бы функцию из пространства $C(Z_p, Q_p)$. По теореме 1 любую непрерывную функцию можно равномерно приблизить локально-постоянной функцией. Исследуемые непрерывные функции рассматриваются на Z_p. Но так как Z_p является компактом, то локально-постоянная функция есть конечная линейная комбинация индикаторов шаров. Более того, индикатор является непрерывной функцией и конечные линейные комбинации индикаторов шаров плотны в $C(Z_p, Q_p)$. Поэтому для того, чтобы равномерно приблизить сплайнами произвольную непрерывную функцию, достаточно уметь приближать p-адическими сплайнами индикатор шара, лежащего в единичном шаре, т. е. в Z_p.

Теорема 2. *Пусть* $\alpha \in Q$. *Тогда справедливы соотношения:*

1) $\max\limits_{x \in Z_p} |I_{B[a, p^{-m}]}(x) - L_{n,m}(x, \alpha)|_p = \dfrac{1}{p^{(\alpha-1)(n+1)}}, \ \alpha \geq 2,$

2) $\max\limits_{x \in Z_p} |I_{B[a, p^{-m}]}(x) - L_{n,m}(x, \alpha)|_p = \dfrac{p^{(2-\alpha)m+\alpha-3}}{p^{(\alpha-1)n}}, \ 1 < \alpha < 2,$

где сплайн $L_{n,m}(x, \alpha) = \sum\limits_{k=1}^{p^{n+m}} \dfrac{\lambda_k}{|x-k|_p^{\alpha}}, \ \alpha > 1, \alpha \in Q, \ \lambda_k \in \{1, \ldots, p^{n+m}\}$.

В Q_p норма $|p^{\alpha}|_p = p^{-\alpha}$ принимает дискретные значения, равные целой степени *p*. Но так как $\alpha \in Q$, то в данном случае функция f будет принимать значения не из поля Q_p, а из поля K, являющегося трансцендентным расширением поля Q_p, содержащего Q_p и p^{α}. Используя теорему 1 и 2, справедлива следующая теорема о равномерном приближении непрерывной неархимедовозначной функции *p*-адическим сплайном.

Теорема 3. *Для любой функции* $f \in C(Z_p, K)$ *существует последовательность* $L_{n,m}(x,\alpha)$, *где* $\alpha > 1$, $\alpha \in Q$ *такая, что* $\lim_{n\to\infty} \max_{x\in\mathbb{Z}_p} \left| L_{n,m}(x,\alpha) - f(x) \right|_p = 0.$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радына, А.Я. Элементарныя ўводзіны ў *p*-адычны аналіз : дапаможнік / А. Я. Радына, Я. В. Радына. – Мінск : БДПУ, 2006. – 82 с.
2. Khrennikov, A. P-adic interpolation and approximation of a continuous function by linear combinations of shifts of p-adic valuations / A. Khrennikov, A. Radyna // Journal of Approximation Theory. – 2003. – № 120. – P. 124–135.
3. Schikhof, W. Ultrametric calculus: An Introduction to p-Adic Analysis / W. Schikhof. – Cambridge : Cambridge University Press, 1984.
4. Владимиров, В. С. P-адический анализ и математическая физика / В. С. Владимиров, И. В. Волович, Е. И. Зеленов. – М. : Наука, 2001. – 352 с.
5. Радына, А. Я. Інтэрпаляцыя і набліжэнне p-адычнымі лінейнымі сплайнамі функцыі класа $C(Z_p;R)$ / А. Я. Радына // Вес. НАН Беларусі. – 2004. – № 2. – С. 21–24.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

E-mail: alexey_sery@mail.ru

ВЛИЯНИЕ РЕЗОНАНСНОГО КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ НА ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ФОТОНОВ

Введение. Вращение плоскости поляризации фотонов в веществе возможно вследствие эффектов Фарадея или Барышевского – Любошица, причем во втором случае должна иметь место спиновая поляризация электронов [1, с. 88–89].

В земных экспериментах, когда магнитное поле отсутствует либо оказывает влияние на структуру уровней энергии электрона в атоме (не нарушая целостности атома, т. е. движение электронов остается финитным по всем трем пространственным направлениям), указанные эффекты наблюдаются в разных частях спектра: эффект Фарадея преобладает в видимом диапазоне, а эффект Барышевского – Любошица – в жестком рентгеновском. В этом случае он возникает во втором порядке теории возмущений по электромагнитной константе связи α [1, с. 88–94].