

## О разрешимости группы с перестановочными коммутантами $B$ -подгрупп

Зубей Е. В.

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины (Беларусь, Гомель)

ekaterina.zubey@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология и обозначения соответствуют [1].

Группой Шмидта называют нильпотентную группу, все собственные подгруппы которой нильпотентны. Обзор результатов о свойствах групп Шмидта, существовании подгрупп Шмидта и их некоторых приложениях в теории классов конечных групп приведен в [2].

Группы с условиями перестановочности подгрупп Шмидта с другими подгруппами исследовались во многих работах, см. литературу в [3]–[4]. В. Н. Княгина [5] установила разрешимость группы с перестановочными подгруппами Шмидта четного порядка.

$B$ -группой называют [6, стр. 461] группу, у которой фактор-группа по подгруппе Фраттини является группой Шмидта. Например, диэдральная группа порядка 18 является  $B$ -группой и не является группой Шмидта. Начальные свойства  $B$ -групп установлены в [7].

Согласно теореме В. П. Буриченко [8] для любой группы  $X$  существует группа  $G$  и ее абелева нормальная подгруппа  $N$  такая, что  $G/N \simeq X$  и все подгруппы простых порядков и порядка 4 из  $G$  содержатся в подгруппе  $N$ . Так как в коммутанте каждой подгруппы Шмидта все неединичные элементы имеют простые порядки и порядок 4, то в группе  $G$  из теоремы В. П. Буриченко коммутанты всех подгрупп Шмидта содержатся в подгруппе  $N$ . В частности, в этой группе  $G$  коммутанты подгрупп Шмидта перестановочны.

Доказана следующая

**Теорема.** Если в группе  $G$  коммутант каждой 2-замкнутой  $B$ -подгруппы четного порядка перестановочен с коммутантом каждой 2-нильпотентной  $B$ -подгруппы четного порядка, то группа  $G$  разрешима.

### Список литературы

- [1] В.С. Монахов, Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Высшая школа, (2006).
- [2] В.С. Монахов, Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения. Укр. матем. конгресс : сб. тр. (2002), 81–90.
- [3] Е.В. Зубей, В.Н. Княгина, В.С. Монахов, О разрешимости конечной группы с  $S$ -полуноормальными подгруппами Шмидта. Укр. матем. журн. **70**:11 (2018), 1511–1518.
- [4] В.С. Монахов, Е.В. Зубей, О перестановочности силовских подгрупп с подгруппами Шмидта из некоторого ее добавления. Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. **24**:3 (2018), 145–154.
- [5] В.Н. Княгина, О разрешимости конечных групп с перестановочными подгруппами Шмидта четного порядка. Весник Віцебскага дзярж. унів. імя П.М. Машэрава. **4**:34 (2004), 94–96.
- [6] Y. Berkovich, Z. Janko Groups of Prime Power Order, Vol. 3. Walter de Gruyter, (2011).
- [7] В.Н. Княгина О произведении  $B$ -группы и примарной группы. Проблемы физики, математики и техники. **3**:32 (2017), 52–57.
- [8] В.П. Буриченко, О группах, элементы малых порядков которых порождают малую подгруппу. Матем. заметки. **92**:3 (2012), 361–367.