В.Н. МЕДВЕДСКАЯ
канд.пед.наук, доцент
Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

РАБОТА НАД РЕШЕННОЙ ЗАДАЧЕЙ И ЕЕ РЕЗУЛЬТАТИВНОСТЬ

Текстовые арифметические задачи общепризнаны в качестве мощного и незаменимого средства когнитивного развития обучаемых, воспитания у них личностных качеств, формирования общих умений, применяемых при решении самых различных задач. Профессиональная компетентность педагога проявляется не только в том, что он видит и оценивает образовательный потенциал каждой задачи, но и умеет его реализовать как можно полнее.

Вряд ли найдется учитель, который отождествляет понятия *решение задачи* и *обучение решению задач*, т.е. все убеждены, что ответ на вопрос задачи не есть самое главное и ценное, что должен узнать обучаемый в процессе ее решения. Тем не менее, на уроках работа над задачами чаще всего организуется по схеме: прочитал – применил способ (по образцу, по аналогии, по коллективно составленному плану) – выполнил решение – дал ответ – конец, потому что надо переходить к другим запланированным заданиям, которых в учебном пособии еще немало, и успеть бы их выполнить до звонка. Такой подход к обучению решению задач основан на допущении, что, решая задачи, учащиеся непроизвольно, автоматически овладевают необходимыми интеллектуальными «инструментами» и умениями их применять. Это допущение может сказаться верным только при условии, что в совместной с педагогом деятельности решается достаточно много задач самой разной математической структуры. Реализация данного, консервативного, подхода связана с существенными затратами учебного времени, которого обычно не хватает. Следовательно, для достижения соответствующего современным требованиям уровня самостоятельности учащихся при решении задач, необходимо не их количество, а качество работы над каждой задачей.

Решенная задача – это благоприятный учебный материал, содержание которого в значительной мере уже понято и осмыслено, а потому позволяет за относительно короткое время выявить в нем еще неизведанное, оставшееся без внимания, но полезное для решения других задач. Заключительная работа над решенной задачей может проводиться в различных формах: решение этой же задачи другим способом; составление обратной или аналогичной задачи; целенаправленное преобразование задачи путем изменения данных в условии или вопроса; расширение задачи введением дополнительных данных или изменения вопроса; анализ выполненного решения с целью выявления, как найден план решения, какие методы и приемы помогли это сделать, где они могут быть применены. Выбор формы работы над решенной задачей зависит от ее математической структуры, способов решения, места конкретной задачи в системе обучения и, конечно, от педагогического мастерства учителя.

Для иллюстрации приведем несколько задач только из одного учебного пособия Т.Н. Чеботаревской, В.В. Николаевой «Математика. 3 класс, часть 2» [1]. Тем самым подчеркивая, что почти каждая задача на любом уроке может внести дополнительный вклад в обучение учащихся самостоятельному решению задач, если не ограничиваться только получением ответа на ее вопрос.

Задача. В баке трактора было 60 л топлива. За каждый час работы трактор расходует 6 л топлива. Сколько часов работал трактор, если в баке осталось 24 л? [1, с.19, № 3].

Если выполнить краткую запись задачи, то ее решение будет соответственно записано так:

Было – 60 л	1) 60 – 24 = 36 (л)
Израсходовал – по 6 л за ? ч	2) 36 : 6 = 6 (ч)
Осталось – 24 л	Ответ: 6 часов работал трактор.

Работа над решенной задачей

– Запишите решение задачи в виде выражения. ((60 – 24) : 6)

– Прочитайте полученное выражение. Оно подскажет нам, как можно по-другому решить эту задачу. (60: 6– 24 : 6).

– Объясните новый способ решения. Запишите это решение с пояснениями.

Результат: установление аналогии правил деления суммы и деления разности на число; наведение учащихся на «открытие» приема преобразования математического выражения для поиска других способов решения задач. Его можно применить, например, в задаче № 2 [1, с. 50].

Если для обсуждаемой задачи не использовать ее краткую запись, а направить рассуждения учащихся по тексту задачи от условия к вопросу, то ее решение будет выполнено в три действия:

1) 60: 6 = 10 (ч.) – может всего работать трактор.

2) 24 : 6 = 4 (ч.) – осталось работать трактору.

3) 10 – 4 = 6 (ч.) – работал трактор.

Над этим решением для достижения того же обучающего результата можно организовать аналогичную завершающую работу.

Задача. В первой корзине было 15 кг черники, во второй – в 3 раза больше, чем в первой, а в третьей – в 2 раза меньше, чем в первой и второй вместе. Сколько килограммов черники было в третьей корзине? [1, с. 21, № 5].

Краткая запись задачи приводит к решению:

I – 15 кг.
II – ? кг, в 3 раза больше
III – ? кг, в 2 раза, меньше I + II

1) 15· 3 = 45 (кг) – во второй корзине
2) 15+ 45 = 60 (кг) – в I + II корзинах
3) 60 : 2 = 30 (кг) – в третьей корзине.

Ответ: 30 кг в третьей корзине.

Работа над решенной задачей

– Задачу можно решить в одно действие. Такое решение подскажет рисунок к задаче с помощью отрезков.

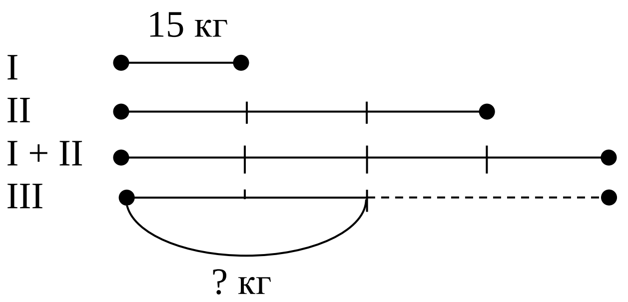


Рисунок учитель может заранее выполнить на скрытой части доски и предложить учащимся установить соответствие между текстом задачи и его графической моделью.

– Из рисунка видно, как найти ответ на вопрос задачи? (15 · 2 = 30 (кг) в третьей корзине).

– На какие другие вопросы легко ответить с помощью этого рисунка? (Сколько килограммов черники в трех корзинах? На сколько килограммов черники меньше в первой корзине, чем во второй? В третьей корзине больше, чем в первой? и др.)

– Почему этот один рисунок так многое нам рассказывает о корзинах с черникой? (Потому что все *малые* отрезки равны между собой.). Какие слова в условии задачи указывают на равенство малых отрезков? (в 3 раза, в 2 раза).

Результат: осмысление учащимися роли разных моделей задачи в поиске плана ее решения; выявление существенных особенностей задач с краткими отношениями.

Задача. За 3 часа станок-автомат изготовляет 300 шестеренок для часов. Сколько шестеренок может изготовить этот станок за 6 часов? Реши задачу двумя способами [1, с. 49, № 8].

Первый способ: (300 : 3) · 6 = 600

Второй способ: (300 · (6 : 3) = 600 Ответ: 600 шестеренок.

Работа над решенной задачей

– Измените одно из чисел в условии так, чтобы задачу нельзя было решить вторым способом (Число 6 заменить на 5, на 8, на любое число, которое не делится на 3).

– А первым способом задачу с новыми числами в условии мы сможем решить? (Да).

Результат: осмысление учащимися существенных признаков пропорциональной зависимости между величинами, описанными в задаче, и условий их применимости во множестве натуральных чисел.

Аналогично, предлагая изменить числовые данные так, чтобы задачу можно или нельзя было решить способом отношений, можно провести работу над задачами № 9, с. 29; № 8, с. 77; № 6, с. 65 и многими другими, где по мнению учителя полезно обратить внимание учащихся на пропорциональную зависимость между величинами.

Задача. Василий прочитал повесть за 2 дня. За первый день он прочитал 48 страниц, что на 7 страниц больше, чем за второй день. Сколько страниц занимает повесть? [1, с. 59, № 3].

Решение задачи:

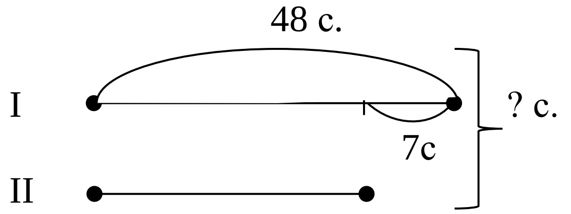
1) 48 – 7 = 41 (с.) – прочитал во II-й день.

2) 48 + 41 = 89 (с.) – занимает повесть

Ответ: 89 страниц.

Работа над решенной задачей и ее результат

– Объясните другой способ решения задачи: 48 · 2 – 7. Докажите с помощью отрезков, что оно правильное и мы рассуждаем верно:



1) 48 · 2 = 96 (с.) – было бы в повести, если бы в ней было еще 7 с.

2) 96 – 7 = 89 (с.) – было в повести.

Ответ: 89 страниц.

Результат: ознакомление учащихся с еще одними приемом поиска различных способов решения задач – представление ситуации, описанной в задаче, ее целенаправленная коррекция и учет внесенных изменений.

Аналогичные задачи предлагаются довольно часто во 2, 3, 4 классах, а значит названный прием может быть освоен многими из учащихся.

Задача. В магазин привезли 160 кг моркови, а картофеля – в 3 раза больше. Капусты привезли на 150 кг меньше, чем картофеля. Сколько килограммов капусты привезли в магазин? [1, с. 79, № 9].

Моркови – 160 кг
Картофеля – ? кг, в 3 раза больше
Капуста – ? кг, на 150 кг меньше

1) 160· 3 = 480 (кг)
2) 480 – 150 = 330 (кг)

Ответ: 330 кг.

Работа над решенной задачей

– Составьте похожую задачу с теми же числовыми данными, но не про овощи, а про сахар, крупу и муку.

– Изменится ли ход решения задачи? (Нет).

– Изменится ли ответ? (Нет).

Результат: наведение учащихся на мысль: «Решение задачи не зависит от того, о чем в ней говорится»; различение в текстах задач несущественных и несущественных признаков.

Сравним с другой формой работы над этой же задачей:

– Изменим в условии задачи только одно слово. Вместо «меньше» теперь пусть дано слово «больше».

– Изменится ли решение задачи? Изменится ли ответ? (Да, в ответе получим не 330 кг, а больше, потому что второе действие будет сложение, а не вычитание).

– Какое число получим в ответе? (630 кг).

Результат: формирование у учащихся установки на внимательное отношение не только к числовым данным, но и к другим математическим терминам в текстах задач, потому что это существенные признаки, которые влияют на ход решения.

Задача. Ученик прочитал 3 книги. В первой книге было 78 страниц, во второй – в 3 раза больше. В третьей книге было на 96 страниц меньше, чем во второй. На сколько страниц в первой книге меньше, чем в третьей? [1, с. 81, № 10].

I – 78 с.
II – ? с., в 3 раза больше
III – ? с., на 96 с. меньше
На сколько I < III?

1) 78 · 3 = 234 (с) – во II книге
2) 234 – 96 = 138 (с) – в III книге
3) 138 – 78 = 60 (с)
Ответ: на 60 с меньше в первой книге, чем в третьей.

Работа над решенной задачей

– Сколько всего страниц прочитал ученик за 3 дня? (450 с.).

– По сколько страниц в день читал ученик, если каждый день он читал одинаковое количество страниц? (150 с.).

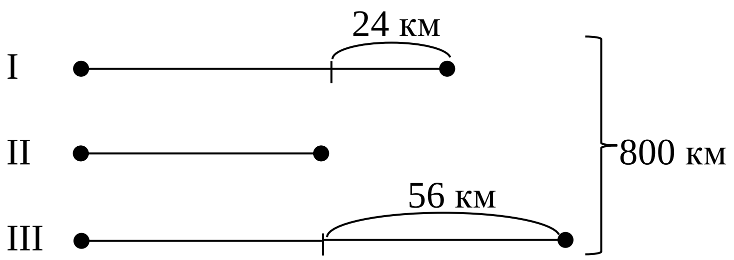
– По сколько страниц в день читаете вы?

Выслушав ответы на этот вопрос нескольких из учеников класса, учитель может для устного решения предложить решить задачу с вопросом: «За сколько дней прочитал бы ученик три книги, 450 страниц, если бы в день читал столько страниц, сколько читает Олег, 30 страниц? (450 : 30 = 15 (дней)).

Результат: косвенное побуждение учащихся к читательской деятельности.

Задача. За 3 дня теплоход прошел 800 км. За второй день прошел на 24 км меньше, чем за первый, и на 56 км меньше, чем за третий. Сколько километров прошел теплоход за второй день? [1, с. 90, № 2].

Для решения этой задачи учитель воспользуется графической моделью ее текста, которая подсказывает, как решить задачу.



1) 24 + 56 = 80 (км)
2) 800 – 80 = 720 (км)
3) 720 : 3 = 240 (км)
Ответ: 240 км за второй день.

Работа над решенной задачей

– За сколько дней теплоход прошел 800 км? (За 3 дня).

–Что требовалось узнать в задаче? (Сколько прошел за второй день).

– Можно было для ответа на вопрос задачи сразу 800 делить на 3? (Нет, потому, что в первый, второй и третий дни теплоход проходил неодинаковые расстояния).

– Сколько действий мы выполнили, чтобы найти расстояние, которое теплоход прошел во второй день? (3 действия).

– Что узнавали в первом действии? (На сколько километров больше теплоход прошел за первый и третий день вместе, чем за второй день).

– Зачем нам это знать? (Чтобы уравнять все три отрезка пути).

– Какое второе действие мы выполнили? Почему вычитание? (Если «отрезать» части в 24 км и 56 км, то все отрезки станут равными).

– Что обозначает число 720 км? (Сколько всего километров прошел бы теплоход, если бы и в первый, и в третий день он проходил столько же километров, сколько во второй день).

– Почему 720 уже можно делить на 3? (Потому что 720 – это общая длина равных отрезков, а нужно найти длину одного такого отрезка).

– Что помогло нам решить задачу? (Рисунок).

– Что он нам подсказал? (Сначала надо уравнять длины отрезков, чтобы потом можно было выполнить действие деление).

– Почему для ответа на вопрос задачи мы выполнили 3 действия, а не одно? (Потому что отрезки неодинаковые).

– Назовите эти действия по порядку.

На доске учитель записывает ответ детей с помощью знаков арифметических действий: 1) +;   2) –;   3) :

– А если на рисунке все числа заменить другими, то план решения такой новой задачи изменится или нет? (Нет).

Результат: выявление общей идеи решения всех задач на нахождение неизвестных чисел по их сумме и разности; вывод о пользе графического моделирования задачи.

Заключительный анализ решения этой задачи и его исследование потребовал заметных временных затрат, но они окупятся в последующем, потому что осмысленное и обоснованное знание учащимися способа решения повышает производительность умственного труда. Вообще на этапе ознакомления со способом решения задач любого типа организация подобной работы не просто полезна, а необходима для активного проявления самостоятельности учащихся при решении аналогичных задач. Продуктивная работа на этом этапе организуется по схеме: подготовительные задания – ознакомление со способом решения – рефлексия (осмысление выполненного решения) – первичное закрепление.

Отмеченные выше результаты работы над примерами решенных задач иллюстрируют, что именно этот завершающий шаг превращает процесс их решения в специально организованное обучение учащихся общим методам и приемам работы над текстами любых задач. Помимо этого есть основания, чтобы отметить и такие результаты, как: совершенствование определенных математических знаний и умений; развитие познавательных способностей детей; пробуждение у учащихся интереса к математике; развитие не шаблонного, а творческого, исследовательского мышления; воспитание человека, ориентированного на глубину познания, на создание чего-либо оригинального, авторского.

Выбор задач для заключительного анализа их решения, для организации исследовательской и творческой работы над ними остается за учителем. Недостаточную реализацию потенциала решенных задач в практике обучения можно сравнить с нерациональным подходом к приготовлению сока: взял лимон, разрезал, выдавил рукой несколько капель, выбросил, взял другой лимон и поступил аналогично.

Литература

1. Чеботаревская, Т. М. Математика : учеб. пособие для 3-го класса учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения. В 2 ч. Ч. 2 /

Т. М. Чеботаревская, В. В. Николаева; – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2013. – 144 с.