

УДК 524.354.6-33

В.С. Секержицкий¹, В.В. Герман²¹канд. физ.-мат. наук, доц., зав. каф. теоретической физики
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина²магистрант физико-математического фак-та
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина**ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ И ЗАПАСЫ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГИИ
В ЭЛЕКТРОННО-НЕЙТРОННО-ЯДЕРНОМ
СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОМ ВЕЩЕСТВЕ**

Рассчитаны равновесные термодинамические и ядерные параметры холодного сверхплотного электронно-нейтронно-ядерного вещества при наличии сверхсильного магнитного поля. Исследовано влияние сверхсильного магнитного поля на параметры, соответствующие границам электронно-нейтронно-ядерной фазы такого вещества. Показано, что в сильном магнитном поле возможно увеличение энергетического выхода процессов перехода от относительно к абсолютно равновесному состоянию холодного электронно-нейтронно-ядерного вещества.

1. Согласно существующим представлениям, при плотностях, меньших ядерной плотности и характерных для оболочек нейтронных звезд и недр белых карликов, должны быть условия для реализации электронно-ядерной (Ae), электронно-нейтронно-ядерной (Aen) или электронно-нуклонной (enp) фаз сверхплотного крайне вырожденного вещества [1]. В любой из перечисленных фаз одним из компонентов вещества является газ свободных электронов, который при плотностях $\rho > 10^6$ г/см³ является релятивистским; при этом температура его вырождения превышает 10^{10} К, что значительно больше предполагаемых температур в недрах указанных астрофизических объектов. В веществе, находящемся в Aen - и enp -фазах, имеются свободные нерелятивистские нейтроны, а в enp -фазе еще и свободные нерелятивистские протоны. Известно, что сверхплотное вещество может находиться в относительно и абсолютно устойчивых состояниях термодинамического равновесия по отношению к бета-процессам и пикно-ядерным реакциям [1]. Теоретически обоснованная и подтвержденная наблюдательными данными (по крайней мере, косвенными) возможность существования в сверхплотных звездах весьма сильных магнитных полей делает актуальной задачу об учете их влияния на физические свойства сверхплотного вещества.

В настоящей работе мы проведем вычисление равновесных параметров Aen -фазы замагниченного вещества и проведем оценку влияния магнитного поля на энергетический выход процесса перехода вещества от относительно к абсолютно устойчивому состоянию термодинамического равновесия. Следует заметить, что в [2] ставится под сомнение сама возможность существования Aen -фазы вещества из-за альтернативного нейтронизации процесса пионизации ядер. Проведенные нами исследования (например, [3]) дают, однако, основание полагать, что сверхсильные магнитные поля подавляют процесс пионизации более интенсивно, чем процесс нейтронизации, приводящий к образованию Aen -фазы, и поставленная в настоящей работе задача вполне корректна и актуальна.

При численных расчетах и оценках не будет учитываться зависимость величины магнитного момента нейтрона от индукции магнитного поля; не будет учитываться также малая величина аномального магнитного момента электрона.

2. Представим энергию электронно-нейтронно-ядерного вещества в виде суммы энергий ядер, электронов и свободных нейтронов:

$$E = E_A + E_e + E_n ; \quad (1)$$

при этом мы пренебрегаем кинетической энергией ядер и считаем, что электроны образуют крайне вырожденный идеальный газ. Числа частиц компонентов вещества связаны соотношением:

$$N = N_n + AN_A = N_n + \frac{A}{Z} N_e, \quad (2)$$

где N, N_A, N_n, N_e – соответственно числа всех нуклонов, ядер, свободных нейтронов и электронов в объеме V рассматриваемой электронейтральной среды, A и Z – массовое и зарядовое числа ядра. Концентрация всех нуклонов связана с концентрациями компонентов среды и ядерными параметрами соотношением:

$$n = n_n \frac{n_0 - n}{n_0 - n_n} + n_e \frac{A}{Z}, \quad (3)$$

где $n_0 = 1,3 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$ – концентрация нуклонов в ядре.

Энергию покоя ядра будем вычислять с помощью модифицированной следующим образом формулы Бете – Вайцзеккера:

$$Mc^2 = (A - Z)m_n c^2 + Zm_p c^2 + W, \quad (4)$$

$$W = -c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{3n_A^{1/3}}{2n_0^{1/3}} \right) + c_3 A \left(1 - \frac{2Z}{A} \right)^2 + c_4 A \left(1 - \frac{2Z}{A} \right)^4 + c_5 B^2 Z A^{2/3}. \quad (5)$$

Здесь m_n и m_p – массы нейтрона и протона, W – энергия связи ядра, B – индукция магнитного поля; $c_0 = 15,75 \text{ МэВ}$, $c_1 = 17,8 \text{ МэВ}$, $c_2 = 0,71 \text{ МэВ}$, $c_3 = 23,7 \text{ МэВ}$ (значения взяты из [1]), $c_4 = 7,7 \text{ МэВ}$ [4], $c_5 = 6,9 \cdot 10^{-38} \text{ МэВ/Гс}^2$ [5]. Заметим, что в [6] при решении аналогичной задачи при $B = 0$ с использованием модели невзаимодействующих свободных нейтронов берется $c_4 = c_3/27 \approx 0,878 \text{ МэВ}$. Поправка в третьем слагаемом (5) связана с учетом кулоновского взаимодействия протонов ядра с окружающими ядрами (так называемая «кулоновская энергия решетки» [7]).

Энергия свободных нейтронов и их число в объеме V равны [4]

$$E_n = w_n \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right), \quad N_n = n_n \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right), \quad (6)$$

где (например, [8], где имеются ссылки на соответствующие оригинальные работы)

$$w_n = n_n (m_n c^2 + \zeta_n) - P_n, \quad (7)$$

$$n_n = \frac{(2m_n)^{3/2}}{6\pi^2 \hbar^3} \left((\zeta_n - \varepsilon_{Я} + \sigma_n \mu_{Я} B)^{3/2} + (\zeta_n - \varepsilon_{Я} - \sigma_n \mu_{Я} B)^{3/2} \right), \quad (8)$$

$$P_n = \frac{2}{5} n_n \frac{(\zeta_n - \varepsilon_{Я} + \sigma_n \mu_{Я} B)^{5/2} + (\zeta_n - \varepsilon_{Я} - \sigma_n \mu_{Я} B)^{5/2}}{(\zeta_n - \varepsilon_{Я} + \sigma_n \mu_{Я} B)^{3/2} + (\zeta_n - \varepsilon_{Я} - \sigma_n \mu_{Я} B)^{3/2}}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{Я} = -1,48 \cdot 10^{-38} n_n \frac{40,4 - 1,61 \cdot 10^{-38} n_n}{1 + 6,25 \cdot 10^{-13} n_n^{1/3}} \text{ МэВ}, \quad (10)$$

n_n и P_n – концентрация и давление свободных нейтронов, $\chi_n = \zeta_n + m_n c^2$ – их химический потенциал, μ_n – ядерный магнетон, $\sigma_n = 1,913$.

Энергия ультрарелятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле определяется следующим образом [9]:

$$E_e = w_e V, \quad w_e = \frac{\pi^2 \hbar^3 c n_e^2}{2 m_e \mu_B B} = P_e = \frac{1}{2} \chi_e n_e, \quad (11)$$

где n_e, P_e, χ_e – концентрация, давление и химический потенциал электронов, m_e – масса электрона, μ_B – магнетон Бора.

Относительно и абсолютно устойчивым состояниям термодинамического равновесия соответствуют минимумы энергии среды E относительно независимых параметров при фиксированных N и B :

$$\frac{\partial E}{\partial Z} = \frac{\partial E}{\partial N_A} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial A} = \frac{\partial E}{\partial Z} = \frac{\partial E}{\partial N_A} = 0. \quad (12)$$

Таким образом, имеем системы уравнений, которые позволяют выразить химические потенциалы электронного и нейтронного газов в относительно устойчивом состоянии:

$$\chi_e = \frac{\partial w_e}{\partial n_e} = m_n c^2 - m_p c^2 + 4c_3 - \frac{2Z}{A} (4c_3 + c_2 A^{2/3} (2J - 1)) + 8c_4 \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^3 - c_5 B^2 A^{2/3}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \chi_n &= \frac{\partial w_n}{\partial n_n}, \quad \frac{\partial w_n}{\partial n_n} - \left(\frac{\partial w_n}{\partial n_n} - \frac{w_n}{n_n} \right) \frac{n_n}{n_0} = \\ &= m_n c^2 + c_3 - c_0 - \frac{Z^2}{A^2} \left(4c_3 + c_2 A^{2/3} \frac{4J - 1}{3} \right) + c_4 \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^3 \left(1 + \frac{6Z}{A}\right), \end{aligned} \quad (14)$$

а в абсолютно устойчивом состоянии позволяют установить однозначное соответствие между массовым числом A и зарядовым числом Z наиболее устойчивого ядра при фиксированном значении индукции магнитного поля B :

$$Z = \sqrt{\frac{c_1 A}{2c_2 J} + \frac{c_5^2 B^4 A^2}{4c_2^2 J^2}} - \frac{c_5 B^2 A}{2c_2 J}, \quad J = 1 - \frac{3n_A^{1/3}}{4n_0^{1/3}}. \quad (15)$$

Полученные соотношения дают возможность, задавая значения B и $n = N/V$ (или значение массовой плотности $\rho \approx m_n n$ вместо концентрации нуклонов n), вычислять равновесные термодинамические и ядерные параметры электронно-нейтронно-ядерного и электронно-ядерного замагниченного вещества (в последнем случае применимы все приведенные выше формулы при условии $n_n = 0$). Порог развала ядер и образования сплошной ядерной материи (электронно-нуклонной *enp*-фазы) можно оценить из условия равенства нулю энергии связи ядра.

Численные оценки показывают, что в сверхсильном магнитном поле границы электронно-нейтронно-ядерной фазы относительно и абсолютно равновесного вещества смещаются в сторону более высоких плотностей, и заметно изменяются пороговые значения термодинамических и ядерных параметров вещества. В таблицах 1 и 2 представлены результаты расчетов значений массового числа A наиболее устойчивого ядра, зарядового числа Z , модуля удельной энергии связи ядра b , химического потенциала

Таблица 1. – Параметры абсолютно равновесного вещества у нижнего порога Aen -фазы

Параметры	$B = 0$	$B = 2 \cdot 10^{17}$ Гс	$B = 4 \cdot 10^{17}$ Гс	$B = 6 \cdot 10^{17}$ Гс
A	112	110	105	97
Z	37	37	36	33
b , МэВ	7,53	7,52	7,49	7,44
χ_e , МэВ	23,8	23,7	23,4	23,0
n_e , см ⁻³	$5,9 \cdot 10^{34}$	$1,8 \cdot 10^{35}$	$3,6 \cdot 10^{35}$	$5,4 \cdot 10^{35}$
w_e , МэВ/см ³	$1,1 \cdot 10^{36}$	$2,2 \cdot 10^{36}$	$4,1 \cdot 10^{36}$	$5,7 \cdot 10^{36}$
P_e , МэВ/см ³	$3,5 \cdot 10^{36}$	$2,2 \cdot 10^{36}$	$4,1 \cdot 10^{36}$	$5,7 \cdot 10^{36}$
n , см ⁻³	$1,8 \cdot 10^{35}$	$5,5 \cdot 10^{35}$	$1,1 \cdot 10^{36}$	$1,5 \cdot 10^{36}$
w , МэВ/см ³	$1,7 \cdot 10^{38}$	$5,1 \cdot 10^{38}$	$1,0 \cdot 10^{39}$	$1,4 \cdot 10^{39}$
ρ , г/см ³	$2,9 \cdot 10^{11}$	$9,2 \cdot 10^{11}$	$1,8 \cdot 10^{12}$	$2,6 \cdot 10^{12}$

Таблица 2. – Параметры абсолютно равновесного вещества у верхнего порога Aen -фазы

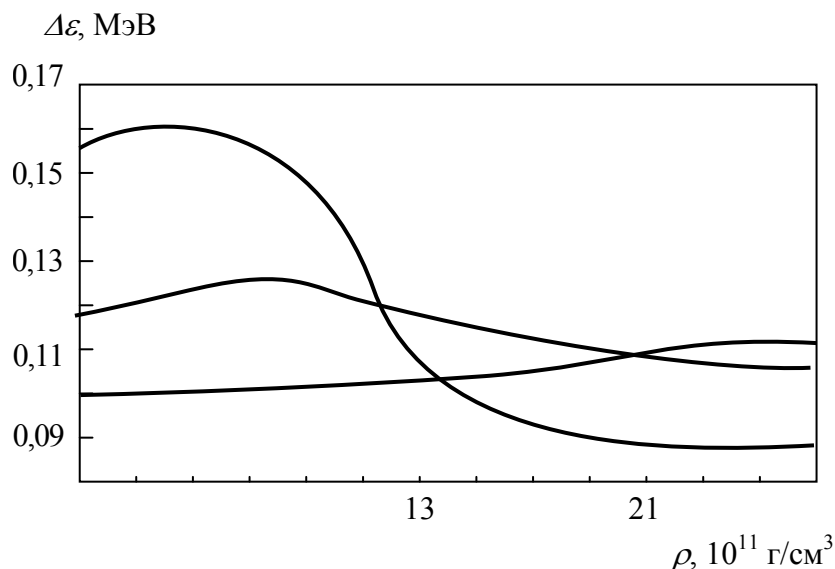
Параметры	$B = 0$	$B = 2 \cdot 10^{17}$ Гс	$B = 4 \cdot 10^{17}$ Гс	$B = 6 \cdot 10^{17}$ Гс
A	469	456	421	372
Z	77	75	69	62
χ_e , МэВ	69,9	69,7	69,5	69,1
n_e , см ⁻³	$1,5 \cdot 10^{36}$	$5,4 \cdot 10^{35}$	$1,1 \cdot 10^{36}$	$1,6 \cdot 10^{36}$
w_e , МэВ/см ³	$7,8 \cdot 10^{37}$	$1,9 \cdot 10^{37}$	$3,8 \cdot 10^{37}$	$5,6 \cdot 10^{37}$
P_e , МэВ/см ³	$2,6 \cdot 10^{37}$	$1,9 \cdot 10^{37}$	$3,8 \cdot 10^{37}$	$5,6 \cdot 10^{37}$
n_n , см ⁻³	$2,9 \cdot 10^{37}$	$2,9 \cdot 10^{37}$	$3,0 \cdot 10^{37}$	$3,1 \cdot 10^{37}$
w_n , МэВ/см ³	$2,7 \cdot 10^{40}$	$2,8 \cdot 10^{40}$	$2,8 \cdot 10^{40}$	$2,9 \cdot 10^{40}$
P_n , МэВ/см ³	$2,2 \cdot 10^{38}$	$2,2 \cdot 10^{38}$	$2,3 \cdot 10^{38}$	$2,5 \cdot 10^{38}$
n , см ⁻³	$3,6 \cdot 10^{37}$	$3,2 \cdot 10^{37}$	$3,5 \cdot 10^{37}$	$3,8 \cdot 10^{37}$
w , МэВ/см ³	$3,6 \cdot 10^{40}$	$3,1 \cdot 10^{40}$	$3,5 \cdot 10^{40}$	$3,9 \cdot 10^{40}$
P , МэВ/см ³	$2,4 \cdot 10^{38}$	$2,4 \cdot 10^{38}$	$2,7 \cdot 10^{38}$	$3,1 \cdot 10^{38}$
ρ , г/см ³	$6,0 \cdot 10^{13}$	$5,3 \cdot 10^{13}$	$5,9 \cdot 10^{13}$	$6,4 \cdot 10^{13}$

электронов χ_e , концентраций n_e , n_n , n соответственно электронов, свободных нейтронов и всех нуклонов вещества, давлений P_e , P_n и P , плотностей энергии w_e , w_n и w , массовой плотности ρ для фиксированных значений индукции магнитного поля B . Заметим, что учет кулоновского взаимодействия мало влияет на значения равновесных параметров электронно-нейтронно-ядерного вещества.

3. Приведенные выше соотношения позволяют оценить влияние сверхсильного магнитного поля на запасы ядерной энергии в холодном сверхплотном веществе, выделяемой в процессе перехода от относительно к абсолютно устойчивому состоянию.

На рисунке 1 представлены результаты расчетов величины $\Delta\varepsilon = (w_{\text{отн}} - w_{\text{абс}}) / n$ в зависимости от плотности вещества ρ при $B = 0$ и $B = \text{const} > B^{(e)}$, где $B^{(e)}$ – нижняя граница сверхсильного магнитного поля для ультрарелятивистских электронов, $w_{\text{отн}}$ и $w_{\text{абс}}$ – плотности энергии среды соответственно в относительно и абсолютно устойчивых состояниях. При этом рассматриваются значения массовой плотности в окрестностях порога перехода фаз $Ae \rightarrow Aen$. Выбранный диапазон плотностей сравнительно невелик, что позволяет пренебречь имеющейся в реальных астрофизических объектах возможностью изменения индукции магнитного поля в веществе с изменением плотно-

сти и проводить расчеты для случая постоянного поля. При более высоких плотностях рассматриваемые магнитные поля не являются сверхсильными для электронов, при меньших плотностях данные значения $B > 2c\sqrt{2\pi\rho}$, что вряд ли возможно в реальных астрофизических объектах. Для относительно равновесного состояния вещества принято $A = 64$.



1 – $B = 0$; 2 – $B = 1,5 \cdot 10^{17}$ Гс; 3 – $B = 2,0 \cdot 10^{17}$ Гс

Рисунок 1. – Зависимость величины запасов ядерной энергии в расчете на один нуклон от массовой плотности для Ae- и Aep-фаз холодного сверхплотного вещества

В Ae-фазе сверхсильное магнитное поле уменьшает величину $\Delta\varepsilon$ при любых значениях ρ . Препятствуя образованию свободных нейтронов и смещая порог перехода фаз Ae→Aep в сторону более высоких плотностей, сверхсильное магнитное поле в Aep-фазе при заданном значении массовой плотности может увеличивать энергетический выход пикноядерных реакций.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саакян, Г. С. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс / Г. С. Саакян. – М. : Наука, 1972. – 344 с. : ил.
2. Саакян, Г. С. Физика нейтронных звезд / Г. С. Саакян. – Дубна : Изд-во ОИЯИ, 1995. – 347 с.
3. Секержицкий, В. С. О влиянии магнитного поля на пионизацию ядер / В. С. Секержицкий // Весн. Брєсц. ун-та. Сер. 4. Фізіка. Матэматыка. – 2010. – № 2. – С. 39–44.
4. Саакян, Г. С. Явление пионизации вырожденного вещества / Г. С. Саакян, Л. Ш. Григорян // Астрофизика. – 1977. – Т. 13, вып. 2. – С. 295–311.
5. Леинсон, Л. Б. О делении ядер в сильном магнитном поле / Л. Б. Леинсон, В. Н. Ораевский // Ядерная физика. – 1978. – Т. 27, вып. 6. – С. 1457–1463.
6. Вартамян, Ю. Л. Нейтронобогатые ядра в Ферми-газе / Ю. Л. Вартамян, Н. К. Овакимова // Астрономический журнал. – 1972. – Т. 49, вып. 2. – С. 306–315.

7. Володин, В. А. Влияние кристаллической решетки на ядерные свойства сверхплотного вещества / В. А. Володин, Д. А. Киржниц // Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1971. – Т. 13, № 8. – С. 450–452.
8. Секержицкий, В. С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях / В. С. Секержицкий. – Брест : Изд-во БрГУ, 2008. – 198 с.
9. Шульман, Г. А. О свойствах холодного плотного вещества с замороженным сверхсильным магнитным полем / Г. А. Шульман // Астрофизика. – 1975. – Т. 11, вып. 1. – С. 89–95.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 02.03.2015

Sekerzhitsky V.S., German V.V. Thermodynamics Balance and Reserves of Nuclear Energy in Electron-Neutron-Nuclear Strong Magnetized Matter

We have calculated the equilibrium thermodynamic and nuclear parameters of cold superdense electron-neutron-nuclear matter during superstrong magnetic field. Influence of a superstrong magnetic field on parameters that correspond to bounds of electron-neutron-nuclear phase of such matter is investigated. In strong magnetic field may be increase energy exit of processes crossing from relatively to absolute balance state of cold electron-neutron-nuclear matter is show.