УДК 513.82

А.А. Юдов, О.В. Пинчук

О РЕДУКТИВНОСТИ ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВ С ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ГРУППОЙ *G* – ГРУППОЙ ДВИЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВА $^1R_4$

В работе рассматривается пространство $^1R_4$ – четырехмерное псевдоевклидово пространство нулевой сигнатуры (пространство Минковского). Исследуются однородные пространства с фундаментальной группой Ли G – группой Ли движений пространства $^1R_4$. Изучается класс таких пространств, имеющих в качестве группы стационарности трехмерную подгруппу Ли группы Ли H вращений пространства $^1R_4$. Среди однородных пространств такого вида находятся все редуктивные пространства. В алгебрах Ли этих редуктивных пространств находятся все редуктивные дополнения.

Введение

Работа изучается геометрия однородных пространств. Исследование таких пространств является одной из актуальных проблем современной геометрии. В этом направлении выполняется много исследовательских работ. В Беларуси задачами такого характера занимались В.И. Ведерников, И.В. Белько, А.А. Бурдун, В.В. Балащенко, С.Г. Кононов, Л.К. Тутаев, А.С. Феденко и другие, а за рубежом – эстонский геометр Ю. Лумисте [1] и японские геометры К. Номидзу и Ш. Кобаяси [2–3]. Ю. Лумисте показал применимость редуктивных однородных пространств к проблеме расширения связностей на расслоениях с редуктивными однородными слоями. К. Номидзу и Ш. Кобаяси проводили широкое исследование редуктивных однородных пространств, в частности исследовали свойства инвариантной связности в редуктивных однородных пространствах. В данной работе исследуется специальный класс однородных пространств, фундаментальной группой для которых является группа Ли G движений четырёхмерного псевдоевклидова пространства нулевой сигнатуры – пространства $^1R_4$. Рассматриваются такие однородные пространства, группа стационарности у которых трехмерная. Среди таких пространств находятся все редуктивные однородные пространства, в алгебрах Ли фундаментальных групп Ли которых находятся все соответствующие редуктивные дополнения.

Постановка задачи и метод исследования

Группа Ли G является полупрямым произведением группы Ли H стационарности точки пространства $^1R_4$ и абелевой группы T_4 параллельных переносов пространства $^1R_4$: $G = H\otimes T_4$.

Алгебра Ли $\overline{G}$ является полупрямой суммой алгебры Ли $\overline{H}$ группы Ли H и коммутативной алгебры Ли группы Ли: $\overline{G} = \overline{H} \oplus \tau_4$.

Рассмотрим связные подгруппы Ли группы Ли G движений пространства $^1R_4$. Все связные подгруппы Ли группы Ли G, с точностью до сопряженности, перечислены в работе [4].

Тем самым классифицированы с точностью до изоморфизма все однородные пространства со структурной группой G . Ставится задача среди всех таких однород-ных пространств выделить редуктивные однородные пространства. В данной работе найдены все редуктивные однородные пространства вида G/G_i, где G_i – связная трех-параметрическая подгруппа Ли группы Ли H вращений пространства $^1R_4$. Метод решения задачи состоит в том, что для исследуемого однородного пространства G/G_i рассматриваются соответствующие алгебры Ли $\overline{G}$ и $\overline{G_i}$, затем находятся все трехмерные подпространства алгебры Ли $\overline{H}$, инвариантные относительно $ad\,\overline{G_i}$. Среди таких пространств находятся дополнительные к $\overline{G_i}$. Эти пространства будут редуктивными дополнениями для однородного пространства H/G_i. Поскольку пространство G/H редуктивно, отсюда будет следовать редуктивность однородного пространства G/G_i. При этом можно показать, что всякое редуктивное однородное пространство G/G_i может быть получено таким образом.

Определение. *Однородное пространство* H/G_i *называется редуктивным, если алгебра Ли* $\overline{H}$ *группы Ли H распадается в прямую сумму подпространств:*

$$\overline{H} = m + \overline{G_i}\,, \tag{1}$$

причем подпространство m *инвариантно относительно* $ad\overline{G_i}$*, где* $ad\overline{G_i}$ *– присоединенное представление алгебры Ли* $\overline{G_i}$.

Для нахождения редуктивных дополнений используем следующий способ. Пусть a_1, a_2, a_3 – базис алгебры Ли $\overline{G_i}$ группы Ли G_i, принадлежащей группе ли H. Рассмотрим трехмерное векторное подпространство m алгебры Ли $\overline{H}$, образованное векторами b_1, b_2, b_3 , т.е. $m = \{b_1, b_2, b_3\}$. Для этого подпространства m потребуем выполнимость условия инвариантности относительно ada_i, i=1, 2, 3. Т.е. выполнимость условий:

$$[a_i, b_j]=\alpha_{j1}b_1+\alpha_{j2}b_2+\alpha_{j3}b_3,\ j = 1, 2, 3. \tag{2}$$

Систему (2) будем называть системой инвариантности пространства m или просто системой инвариантности. Раскладывая левую и правую части по базису i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10} [5] алгебры Ли $\overline{H}$, получим систему инвариантности в виде системы алгебраи-ческих уравнений. Пусть например $b_j=\beta_{j5}i_5+\ldots+\beta_{j10}i_{10}$. Элементарными преобразова-ниями можно от базиса $\{b_1, b_2, b_3\}$ перейти к базису $\{b'_1, b'_2, b'_3\}$ с более простыми ко-эффициентами $\beta_{jк}$. Для этого придется рассмотреть 20 случаев. При этом система инва-риантности упростится. Пусть система инвариантности решена и в итоге получены трехмерные пространства $m_1,\ldots,m_p$, инвариантные относительно $ad\overline{G_i}$. Среди этих пространств нужно выбрать такие, которые удовлетворяют условию (1). Такие пространства m_i и будут искомыми редуктивными дополнениями.

Нахождение редуктивных пространств H/G_i

Все трехмерные подгруппы Ли группы Ли H известны [4]. Запишем алгебры Ли для этих подгрупп с помощью базисов: $\overline{G}_8=\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_6\}$, $\overline{G_9}=\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_9\}$, $\overline{G_{10}}=\{i_5-i_8, i_7+i_{10}, i_9+\kappa i_6\}$, $\overline{G_{11}}=\{i_8, i_9, i_{10}\}$, $\overline{G_{12}}=\{i_5, i_6, i_8\}$.

Рассмотрим оператор i_9. Будем искать трехмерные инвариантные подпростран-ства алгебры Ли $\overline{H}$, инвариантные относительно $ad(i_9)$. Достаточно рассмотреть следующие случаи:

1^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5+\lambda i_9+\mu i_6+\nu i_8, i_{10}+\sigma i_9+s i_6+t i_8, i_7+p i_9+q i_6+r i_8\}$. Система инвариантности имеет вид: $\nu s-q=0$, $\nu t-r=0$, $\nu\sigma-p=0$, $ts=0$, $t^2=1$, $t\sigma=0$, $rs=0$, $tr=0$, $r\sigma=0$. Из пятого уравнения следует $t=\pm1$. Тогда из четвертого, шестого и восьмого уравнения следует $s=0$, $\sigma=0$ и $r=0$, а из первого, второго и третьего: $q=0$, $\nu=0$, $p=0$. Получим инвариантные пространства в виде: $\{i_5+\lambda i_9+\mu i_6, i_{10}\pm i_8, i_7\}$.

2^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_6 + \nu i_8, i_{10} + \sigma i_7 + s i_6 + t i_8, i_9 + p i_6 + q i_8\}$. Система инвариантности противоречива.

3^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_{10} + \nu i_8, i_{10} + \sigma i_7 + s i_9 + t i_8, i_6 + p i_8\}$. Система инвариантности противоречива.

4^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_9 + \nu i_6, i_{10} + \sigma i_7 + s i_9 + t i_6, i_7\}$. Система инвариантности противоречива.

5^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_{10} + \nu i_8 + \mu i_6, i_7 + s i_8 + \sigma i_6, i_9 + p i_6 + q i_8\}$. Система инвариантности имеет вид: $\sigma = 0,\ s = 0, \nu = 0, \mu = 0, \lambda = 0, q = 0$. Получим инвариантные пространства в виде: $\{i_5, i_7, i_9 + p i_6\}$.

6^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_{10} + \nu i_8 + \mu i_6, i_7 + s i_8 + \sigma i_9, i_6 + p i_8\}$ Система инвариантности имеет вид:, $\nu = 0$, $s = \lambda$, $p = 0, \mu = 0, \lambda = 0, \sigma = 0, q = 0$. Получим инвариантные пространства в виде: $\{i_5, i_7, i_6\}$.

7^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_{10} + \nu i_6 + \mu i_9, i_7 + s i_6 + \sigma i_9, i_8\}$. Система инвариантности противоречива.

8^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_{10} + \nu i_8 + \mu i_7, i_9 + \sigma i_8, i_6 + p i_8\}$. Система инвариантности противоречива.

9^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_{10} + \nu i_6 + \mu i_7, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$ Система инвариантности противоречива.

10^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_5 + \lambda i_{10} + \nu i_9 + \mu i_7, i_6, i_8\}$ Система инвариантности противоречива.

11^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_{10} + \lambda i_6 + \mu i_8, i_7 + \sigma i_6 + s i_8, i_9 + q i_8 + p i_6\}$. Система инвариантности имеет следующий вид: $\mu\lambda = 0, \mu^2 = 1, s\lambda + \sigma = 0, s\mu + s = 0, q\lambda = 0, q\mu = 0.$Из второго уравнения следует $\mu = \pm 1,$ из четвертого $\mathrm{s} = 0$, следовательно $\sigma = 0, \lambda = 0, q = 0$. Получим инвариантное пространство в виде: $\{i_{10} \pm i_8, i_7, i_9 + p i_6\}$.

12^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_{10} + \lambda i_9 + \mu i_8, i_7 + \sigma i_9 + s i_8, i_6 + p i_8\}$ Система инвариантности противоречива.

13^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_{10} + \lambda i_9 + \mu i_6, i_7 + \sigma i_9 + s i_6, i_8\}$ Система инвариантности противоречива.

14^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_{10} + \lambda i_7 + \mu i_8, i_9 + \sigma i_8, i_6 + p i_8\}$. Система инвариантности имеет вид: $\lambda = 0$, $\mu^2 = 1, \mu\lambda = 0, \sigma\lambda = 0, \sigma\mu = 0, \lambda p = 0, p\mu = 0$. Из второго уравнения следует $\mu = \pm 1$. Получим инвариантные пространства в виде: $\{i_{10} \pm i_8, i_9, i_6\}$.

15^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_{10} + \lambda i_7 + \mu i_6, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$. Система инвариантности имеет вид: $\lambda = 0$, $\mu = 0$. Получим инвариантные пространства в виде: $\{i_{10}, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$.

16^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_{10} + \lambda i_7 + \mu i_9, i_6, i_8\}$.

Система инвариантности имеет вид: $\lambda = 0, \mu = 0$. Получим инвариантные пространства в виде: $\{i_{10}, i_6, i_8\}$.

17^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_7 + \lambda i_8, i_9 + \sigma i_8, i_6 + p i_8\}$ Система инвариантности противоречива.

18^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_7 + \lambda i_6, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$ Система инвариантности противоречива.

19^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_7+\lambda i_9, i_6, i_8\}$.Система инвариантности противоречива.

20^0. Инвариантные пространства ищем в виде: $\{i_9, i_6, i_8\}$. Система инвариантно-сти противоречива.

Таким образом, получена

Теорема 1. *Относительно* adi_9 *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5+\lambda i_9+\mu i_6, i_{10}+i_8, i_7\}$, 2. $\{i_5+\lambda i_9+\mu i_6, i_{10}-i_8, i_7\}$, 3. $\{i_5, i_7, i_9+pi_6\}$, 4. $\{i_5, i_7, i_6\}$,
5. $\{i_{10}+i_8, i_7, i_9+pi_6\}$, 6. $\{i_{10}-i_8, i_7, i_9+pi_6\}$, 7. $\{i_{10}+i_8, i_9, i_6\}$, 8. $\{i_{10}-i_8, i_9, i_6\}$,
9. $\{i_{10}, i_9+\sigma i_6, i_8\}$, 10. $\{i_{10}, i_6, i_8\}$.

Рассматривая аналогично операторы adi_5, adi_6, adi_8, adi_{10}, $ad(i_5-i_8)$, $ad(i_7+i_{10})$, $ad(i_9+ki_6)$, приходим к следующим теоремам.

Теорема 2. *Относительно* adi_6 *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5+i_8, i_{10}+ti_8, i_7+ti_8\}$, 2. $\{i_5-i_8, i_{10}+ti_8, i_7-ti_8\}$, 3. $\{i_5\pm i_8, i_7+i_{10}, i_9+pi_6\}$, 4. $\{i_5\pm i_8, i_7-i_{10}, i_9+pi_6\}$, 5. $\{i_5, i_{10}\pm i_7, i_8\}$, 6. $\{i_5+\lambda i_7\pm\sqrt{1+\lambda t}\,i_8, i_{10}+ti_8\pm\sqrt{1+\lambda t}\,i_7, i_9+pi_6\}$, 7. $\left\{i_5+\lambda i_{10}, i_7-\frac{1}{\lambda}i_8, i_9+ti_6\right\}$, 8. $\left\{i_5+\lambda i_{10}, i_7-\frac{1}{\lambda}i_8, i_6\right\}$, 9. $\{i_5+\lambda i_{10}\pm\lambda i_9, i_7, i_8\}$, 10. $\{i_5, i_9+\sigma i_6, i_8\}$, 11. $\{i_5, i_6, i_8\}$, 12. $\{i_{10}, i_7, i_9+si_6\}$, 13. $\{i_{10}, i_7, i_6-i_8\}$, 14. $\{i_{10}\pm i_7, i_9, i_6\}$,
15. $\{i_5\pm i_8, i_{10}+i_7, i_6\}$, 16. $\{i_5\pm i_8, i_{10}-i_7, i_6\}$.

Теорема 3. *Относительно* adi_5 *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5, i_{10}, i_7\pm i_9+qi_6\pm qi_8\}$, 2. $\{i_5, i_{10}, i_6\pm i_8\}$, 3. $\{i_5+\lambda i_{10}, i_7+\sigma i_6+si_8, i_9+si_6+\sigma i_8\}$, 4. $\{i_5+\lambda i_{10}, i_7\pm i_9, i_6\pm i_8\}$, 5. $\{i_5+\lambda i_{10}, i_7\mp i_9+si_8, i_6\pm i_8\}$, 6. $\{i_5, i_6, i_8\}$, 7. $\{i_{10}, i_6, i_8\}$, 8. $\{i_7+i_9, i_6, i_8\}$, 9. $\{i_7+\lambda i_8, i_9\mp i_8, i_6\pm i_8\}$, 10. $\{i_{10}, i_7\pm i_9, i_6\pm i_8\}$, 11. $\{i_{10}, i_7\pm i_9+\sigma i_8, i_6\mp i_8\}$, 12. $\{i_{10}, i_7+\nu i_6+\sigma i_8, i_9+\sigma i_6+\nu i_8\}$

Теорема 4. *Относительно* adi_{10} *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5+\lambda i_{10}, i_7+pi_9, i_6+pi_8\}$, 2. $\{i_5+\lambda i_{10}, i_9, i_8\}$, 3. $\{i_{10}, i_9, i_8\}$, 4. $\{i_{10}, i_7, i_6\}$, 5. $\{i_7+\lambda i_9, i_6, i_8\}$, 6. $\{i_{10}, i_7+\sigma i_6+si_8, i_9+pi_6-\sigma i_8\}$, 7. $\{i_5, i_7, i_6\}$.

Теорема 5. *Относительно* adi_8 *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5+\lambda i_9\pm\sqrt{\lambda s-1}\,i_6, i_{10}\pm\sqrt{\lambda s-1}\,i_9+si_6, i_7+ri_8\}$, 2. $\left\{i_5+\lambda i_{10}, i_7+si_8, i_9-\frac{1}{\lambda}i_6\right\}$, 3. $\{i_5, i_7+si_8, i_6\}$, 4. $\left\{i_5+\lambda i_{10}, i_9-\frac{1}{\lambda}i_6, i_8\right\}$, 5. $\{i_5, i_6, i_8\}$, 6. $\{i_{10}, i_7, i_9\}$, 7. $\{i_{10}, i_9, i_8\}$, 8. $\{i_{10}, i_7, i_6\}$, 9. $\{i_5, i_7, i_6\}$,10. $\{i_7, i_9, i_8\}$.

Для оператора $ad(i_5-i_8)$ получим следующую теорему.

Теорема 6. *Относительно* $ad(i_5-i_8)$ *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5-i_8, i_{10}+i_7, i_9\}$, 2. $\{i_5+i_8, i_{10}+i_7, i_6\}$, 3. $\{i_5+i_8, i_{10}+i_7+ti_8, i_6\}$,
4. $\{i_5\pm\sqrt{2}i_6+i_8, i_{10}+i_7, i_9+pi_6\pm\sqrt{2}pi_8\}$, 5. $\{i_5, i_6, i_8\}$, 6. $\{i_{10}, i_7, i_9\}$.

Теорема 7. *Относительно* $ad(i_7 + i_{10})$ *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$ *:*

1. $\{i_{10}, i_7, i_6\}$, 2. $\{i_5, i_9, i_8\}$, 3. $\left\{i_5 + \lambda i_{10}, i_7 - \frac{1}{\lambda} i_8, i_9 + \lambda i_6\right\}$, 4. $\{i_5 - i_8, i_{10} + i_7 + pi_9, i_6 + pi_8\}$, 5. $\{i_5 + \lambda i_7 - i_8, i_{10} + i_7, i_6\}$.

Теорема 8. *Относительно* $ad(i_9 + ki_6)$ *инвариантны только следующие трехмерные подпространства алгебры Ли* $\overline{H}$

1. $\{i_5 + i_{10}, i_7, i_9 + pi_6\}$, 2. $\{i_5 + i_{10}, i_7 + \lambda i_8, i_6\}$, 3. $\left\{i_5 - \frac{1}{k} i_{10}, i_9, i_6\right\}$, 4. $\{i_5 + i_{10}, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$, 5. $\{i_5 - i_{10}, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$, 6. $\left\{i_{10}, i_7 - \frac{1}{k} i_8, i_9 + pi_6\right\}$, 7. $\{i_{10}, i_9 + \sigma i_6, i_8\}$.

Вернемся к вопросу о редуктивности однородных пространств.

Из теорем 6 и 7 следует, что у операторов $ad(i_5 - i_8)$ и $ad(i_7 + i_{10})$ нет общих инвариантных трёхмерных подпространств алгебры Ли $\overline{H}$. Поэтому алгебры Ли $\overline{G}_9$, $\overline{G}_8$, $\overline{G}_{10}$ не имеют в алгебре Ли $\overline{H}$ редуктивных дополнений. Таким образом, получим теорему:

Теорема 9. *Однородные пространства* H/G_8, H/G_9, H/G_{10} *не являются редуктивными.*

Рассмотрим подалгебру $G_{11}=\{i_8, i_9, i_{10}\}$. Тогда из теоремы 2 и теоремы 4 следует, что для adi_8 и adi_{10} одновременно инвариантными являются только следующие трехмерные пространства $\{i_5, i_7, i_6\}$ и $\{i_{10}, i_7, i_6\}$, из которых только пространство $\{i_5, i_7, i_6\}$ является дополнительным к алгебре G_{11}. это же пространство инвариантно и относительно adi_9. Следовательно, получена теорема:

Теорема 10. *Однородное пространство* H/G_{11} *является редуктивным. Единственным редуктивным дополнением* для подалгебры Ли $\overline{G}_{11}$ *в алгебре Ли* $\overline{H}$ *является подпространство* $\{i_5, i_7, i_6\}$.

Рассмотрим однородное пространство H/G_{12}. Из теорем 3 и 5 следует, что единственными трехмерными подпространствами алгебры Ли $\overline{H}$, инвариантными относительно $ad\overline{G_{12}}$, являются подпространства $\{i_5, i_6, i_8\}$ и $\{i_{10}, i_7, i_9\}$. Из них только $\{i_{10}, i_7, i_9\}$ является дополнительным в алгебре Ли $\overline{H}$ к $\overline{G}_{12}$. Таким образом, получили теорему.

Теорема 11. *Однородное пространство* H/G_{12} *является редуктивным.*

Итоги исследований подведём в виде следующей теоремы.

Единственным редуктивным дополнением для подалгебры Ли $\overline{G}_{12}$ в алгебре Ли $\overline{H}$ является подпространство $\{i_{10}, i_7, i_9\}$.

Теорема 12. *Однородные пространства* H/G_{11} *и* H/G_{12} *являются редуктивными. Редуктивным дополнением в алгебре Ли* $\overline{H}$ *для подалгебры Ли* $\overline{G}_{11}$ *является только подпространство* $\{i_5, i_7, i_6\}$, *а редуктивным дополнением в алгебре Ли* $\overline{H}$ *для подалгебры Ли* $\overline{G}_{12}$ *является только подпространство* $\{i_{10}, i_7, i_9\}$. *Однородные пространства* H/G_8, H/G_9, H/G_{10} *не являются редуктивными.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лумисте, Ю. Связности в главных расслоениях / Ю. Лумисте // I респ. конф. математиков Белоруссии : науч. тр. – Минск, 1965. – С. 247–258.
2. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т.1. – 343 с.
3. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т.2. – 413 с.
4. Белько, И.В. Подгруппы группы Лоренца-Пуанкаре / И.В. Белько // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. – 1971. – № 1. – С. 16–21.
5. Корчук, О.В. Исследование и классификация редуктивных однородных пространств с группой вращений пространства ${}^1R_4$ с четырехмерными группами стационарности / О.В. Корчук, А.А. Юдов // Современные проблемы математического моделирования и новые образовательные технологии в математике : материалы респ. науч.–практ. конф., Брест, 23 апреля 2009 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина. – Брест, 2009. – С. 182–183.

***A. Yudov, O. Pinchuk.* About the Reduction of Homogenous Spaces with Fundamental Group *G* – Group of Motions of Space ${}^1R_4$**

In the article the space ${}^1R_4$ – 4–dimensional pseudoeuclidous space of the zero signature is considered. Homogenous spaces with fundamental group Lee G – group Lee of motions space ${}^1R_4$ are dealt with. The class of such spaces, having as a group of stability a 3–dimensional subgroup Lee of group Lee H of rotations of space ${}^1R_4$ is investigated. Homogeneous spaces of such kind are all reductive homogeneous spaces. All reductive supplements are in algebras Lee of reductive spaces.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 21.02.2011 г.