УДК 51(075.8)

Н.В. Бровка

О РЕАЛИЗАЦИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИКЕ

Формирование академических и профессиональных компетенций в их взаимосвязи в процессе обучения математике студентов педагогических специальностей является одной из актуальных задач современной высшей школы. В статье приведено авторское определение интеграции теории и практики обучения студентов математике, методика реализации которой в обучении студентов способствует продуктивной реализации компетентностного подхода. Также дана трактовка межпредметных связей, как педагогической категории, выступающей средством реализации данной интеграции и приведены примеры реализации указанных положений в процессе обучения студентов курсу математического анализа.

Реализация компетентностного подхода в обучении студентов математическим дисциплинам на современном этапе является одним из основных условий инновационного высшего образования, цель которого– повышение творческого потенциала и профессионального мастерства будущих специалистов. В большинстве западных исследований, появившихся в последнее время (C.Belisle, M. Linard и др.), понятие «компетенция» толкуется не как набор способностей, знаний и умений, а прежде всего как способность или готовность мобилизовать все ресурсы, необходимые для выполнения задач на высоком уровне. Дж. Равенн рассматривает компетентность как совокупность знаний, умений и способностей, которые проявляются в личностно значимой для субъекта деятельности. Мы опираемся на результаты исследований О.Л. Жук и И.А. Зимней, в которых на основе анализа и конкретизации указанных подходов компетентностный подход в высшем образовании трактуется как системный, междисциплинарный подход, который имеет гуманистическую направленность, усиливает практико-ориентированный и предметно-профессиональный характер образования, и характеризуется усилением внимания к аксиологической составляющей, отражающейся в личностном и деятельностном аспектах [1;2].

Результаты исследований в последнее десятилетие, собственный опыт работы, а также результаты мониторинга качества математической подготовки студентов свидетельствуюто фрагментарности, обрывочности их математических знаний, знаний о единой научной картине мира, о месте и роли межпредметных связей, и, как следствие, о недостаточно высоком уровне профессиональной подготовки значительной части выпускников математических специальностей. В первые годы обучения в вузе студентам необходимо усвоить достаточно большой объём фундаментальных математических знаний теоретико-методологического характера, определяемого такими характерными особенностями математики, как ее абстрактность, универсальность символьного языка, доказательность утверждений и вероятная невозможность их эмпирической проверки и другие [3]. Именно эти свойства математики вызывают наибольшие затруднения у обучаемых, поскольку овладение таким аппаратом предполагает опору на логику рассуждений, на развитие аналитических способностей и умений выражать свойства математических объектов на языке математических символов и терминов. Немаловажную роль в «пробуксовке» обучения студентов математических дисциплинам играет изменение статуса обучаемого от школьника к студенту, не готовность самостоятельно и целенаправленно заниматься и оптимально выстраивать свою учебную деятельность в новых условиях. С другой стороны, для математиков очевидно и естественно, что такие особенности математических дисциплин, как абстрактность и доказательность утверждений в совокупности с символьным своеобразием математического языка относятся к несомненным достоинствам, поскольку позволяют в лаконичной и универсальной форме описать многие свойства и выразить отношения между объектами, являющимися моделями самых различных процессов. Язык и методология математики предоставляют богатейшие возможности для развития логики, системного мышления и обучения обобщенным учебным действиям студентов с первых дней пребывания в вузе. В связи с этим перед преподавателями математических курсов встают задачи:

1) обеспечить преемственность обучения студентов, заполняя пробелы в математической подготовке первокурсников необходимыми для изучения вузовского курса математическими понятиями;

2) сократить период адаптации студентов к вузовской программе и методике построения процесса обучения;

3) по возможности осуществлять развитие и формирование академических и профессиональных компетенций в их взаимосвязи;

4) организовать взаимодействие всех участников образовательного процесса на основе субъект-субъектного взаимодействия, рефлексии и эмпатии с первых дней занятий в вузе.

Методологической основой реализации требований образовательного стандарта в процессе операционализации его целей и способом разрешения указанных проблем является концепция интеграции теории и практики в обучении студентов математике. *Под интеграцией теории и практики обучения математике*понимается процесс и результат объединения в целое, соотнесения и сопоставления теоретических положений и способов практической деятельности в процессе математической подготовки обучаемых [4]. *Средствами реализации данной интеграции выступают межпредметные связи*. Следует отметить, что в исследованиях нет единого подхода к трактовке проблемы межпредметных связей и ее реализации. В частности, одни авторы (В.Н. Федорова, Д.М. Кирюшкин) относят их к категории дидактических условий, другие рассматривают их как проявление принципа систематичности (И.Д. Зверев, В.Н. Максимова), некоторые трактуют как особый дидактический принцип (Н.А. Лошкарева), а некоторые к принципам обучения их не относят якобы в связи с тем, что они, вообще говоря, не характерны для всего процесса обучения в целом (В.Н. Федорова). По поводу этих разночтений необходимо отметить следующее. Изучение основных тенденций развития образовательной системы не только в Беларуси, но и в Европейском международном образовательном пространстве убеждает в том, что интеграционные процессы становятся ведущей тенденцией на всех ступенях развития образования в разных странах, регионах и вузах. Более того, на одно из ведущих мест выступает именно интеграция науки и образования, выражающаяся в «предпочтительности междисциплинарных подходов в образовании», как одной из ведущих миссий, соотнесенных с приоритетами исследовательской деятельности в открытии новых образовательных программ академической мобильности современных университетов [5, с. 7]. Это убеждает в том, что продуманная актуализация межпредметных связей как средств осуществления интеграции становится одним из ведущих положений дидактики на современном этапе. Разделяя точку зрения, что межпредметные связи выступают как способ отражения в содержании обучения тех диалектических взаимосвязей, которые объективно действуют в природе ипознаютсясовременными науками [6], мы будем опираться на следующее определение:*межпредметные связи представляют собой педагогическую категорию,*

1) обозначающую синтезирующие отношения и связи между объектами, понятиями и положениями, изучаемыми разными науками,

2) отражающую явления и процессы реальной действительности,

3) находящую свое выражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса,

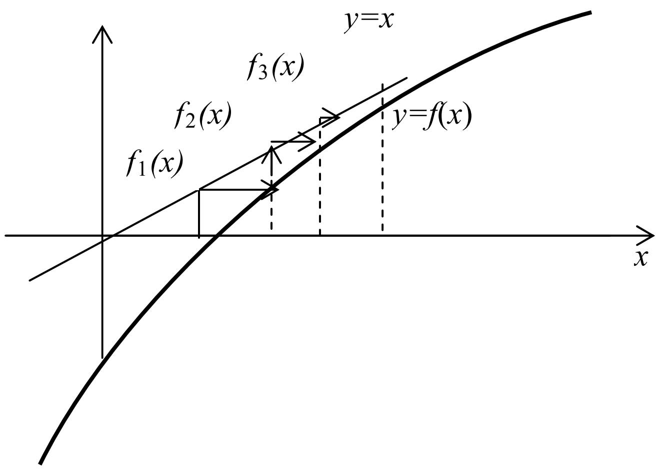
4) выполняющую образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их органическом единстве.

Проектирование содержания обучения математическим дисциплинам на основе интеграции теории и практики обучения предполагает актуализацию межпредметных связей, учет специфики математического содержания, психолого-дидактических закономерностей обучения (внимания, мышления, памяти и формирований навыков и умений) и согласуется с историко-методологической концепцией обучения математике. Методология и способы реализации этой концепции для начального курса математики были исследованы А.Н. Сендер. Необходимо отметить, что положение историко-методологического подхода о том, что в процессе взаимосвязи логического и исторического исторический аспект подчинен методологическому актуально для преподавания математики на всех уровнях образовательной системы на современном этапе. При этом существенно важно, как отмечается в ее работе, что «изучение вопроса начинается с того момента, который диктуется как соображениями генезиса основной идеи, так и современного состояния теории» [7, с. 23].

Одной из наиболее объемных и значимых по содержанию фундаментальных дисциплин, изучаемых студентами в первые годы обучения, относится математический анализ. Наряду с перечисленными выше особенностями математики как науки в целом математический анализ, являющейся одним из ее фундаментальных разделов, имеет и свою специфику. Она состоит в том, что предметом изучения в этой дисциплине являются такие свойства математических объектов, как непрерывность, дифференцируемость, сходимость и т.д., т.е. качественные характеристики математических объектов и моделей. Эти свойства не только характеризуют качество и динамику изучаемых разными науками явлений, но и позволяют зачастую спрогнозировать результат рассматриваемого процесса. В качестве еще одной важной характеристики содержания этой дисциплины (а также теории функций, являющейся его развитием и углублением) можно выделить диалектичность. Состоит она в том, что указанные свойства изучаются применительно к математическим объектам, различающимся по степени нарастания общности и абстрактности: от непрерывности и дифференцируемости элементарных функций одной переменой осуществляется переход к функциям многих переменных и операторам, от сложения или умножения чисел – к сложению или умножению классов или пространств и т.д.

Приведем примеры межпредметных связей, которые реализуют связи между различными разделами математики и используются нами в процессе преподавания математического анализа студентам педагогических специальностей. Например, длявизуализации доказательства частного случая одной из наиболее важных(с громоздким доказательством) теорем курса математического анализа – теоремы о неподвижной точке. Рассмотрим ее частный случай, а именно, следующую формулировку: если функция $f(x)$ непрерывна и возрастает для $x \in [0,1]$ (причем $f(x) \in [0,1]$), то при итерациях f последовательностью функций $f_i(x)$, которая строится по правилу $f_2(x) = f(f(x))$, ..., $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$, каждая полученная точка либо является неподвижной, либо стремится к неподвижной. Суть доказательства теоремы отражена на рисунке и заключается в том, что, двигаясь последовательно по ломаной линии, которая строится с помощью значений функций последовательности $y = f_i(x), i = 1, 2, ...$ и точек их пересечений с прямой $y = x$, в силу условий, наложенных на все эти функции, обязательно придем к точке, являющейся решением уравнения $f(x) = x$.

Дж. Литлвуд назвал это доказательство одномерной теоремы о неподвижной точке «одним из лучших графических рассуждений» [8].



Рисунок– Иллюстрация доказательства одномерной теоремы онеподвижной точке

Эта теорема нашла свои приложения в небесной механике, но интуитивно очевидной она становится в случае, если привести вывод Римана о том, чтосвойства функций тесно связаны с геометрическими свойствами поверхностей. Математический анализ и теория функцийизучают свойства функций, которые тесно связаны с геометрией поверхностей. В теории функций комплексного переменного (Б. Риман, середина IX в.) для представления и изучения свойств которых были введены Римановы поверхности. *Эквивалентнымипо Риману* (топологически эквивалентными) являются поверхности, которые переходят друг в друга с помощью растяжения, сжатия, изгиба, скручивания. Визуализация идеи теоремы о неподвижной точке на более сложных поверхностях опирается именно на этот вывод Римана. Каким же образом? Рассмотрим тонкую упругую сферическую оболочку, которая подвергается деформации без разрывов и складок. Деформация производится таким образом, чтобы ни одна точка не перемещалась в положение, диаметрально противоположное исходному. Теорема о неподвижной точке утверждает, что существует по крайней мере одна неподвижная точка, т.е. такая, для которой образ совпадает с прообразом. Предполагая, что неподвижной точки нет, представим сферу, покрытую шерстью. Если волосок шерсти с корнем в каждой точке положить вдоль дуги-меридиана сферы, то отсутствие неподвижных точек на ней означает, что сфера окажется гладко причесанной без особых точек «разделения» шерсти или встречи. Но мы понимаем, что в реальности это невозможно, т.е. должна быть хотя бы одна точка («макушка»), в которой нет волос. Если взять собаку, форма которой топологически эквивалентна сфере, то она устроена не так «экономно»: она имеет линию «раздела» шерсти на спине и «встречи» шерсти на животе. Предложенная Б. Риманом классификация поверхностей явились толчком к развитию топологии, дифференциальной и алгебраической геометрий.

Для будущего учителя важно умение работать с понятиями, которое учитывает различные логические варианты их образования, методику и последовательность их изложения. Для формирования такого профессионально-ориентированного умения на основе интеграции теории и практики целесообразно использовать вариант изложения материала по изучению темы «Предел функции в точке», который предусматривает элементы эвристического и проблемного обучения. Это достигается посредством ознакомления обучаемых с различными формулировками предела; установления математических особенностей каждого из них (сравнение степени общности, взаимосвязи, эквивалентности); методических указаний на предупреждение типичных ошибок при выполнении упражнений; рекомендаций по введению понятия предела с помощью геометрической интерпретации и обсуждения психологических особенностей и трудностей восприятия понятия предела учащимися и студентами. Наряду со строго формализованными определениями предела последовательности целесообразно приводить более доступные для понимания нестрогие словесные формулировки, которые, тем не менее, отражают существенные свойства рассматриваемых понятий. Например: «Число a является пределом последовательности $(x_n)_{n=1}^{\infty}$, если какую бы окрестность точки a мы ни взяли, вне этой окрестности находится лишь конечное число членов последовательности». Такая формулировка предполагает:1) рассмотрение модуля разности двух чисел как расстояния между ними; 2) знание понятия окрестности точки a; 3) возможность наглядной геометрической интерпретации взаимного расположения членов последовательности.

Приведем примеры заданий, которые мы используем в практике обучения студентов для предупреждения часто встречающихся ошибок с целью формирования академических компетенций, а также формирования основ методических умений с целью формирования профессиональных компетенций при изучении понятия предела последовательности.

1. Распространено ошибочное представление о том, что предельная точка (или точка «сгущения») множества элементов последовательности и предел – всегда одна и та же точка. Для предупреждения этой ошибки полезно следующее упражнение: найдите предельные точки последовательности $x_n = \left(-1\right)^n \cdot \dfrac{n}{n+1}$. Эта последовательность имеет две предельные точки (точки «сгущения») (-1) и 1 (мож-но изобразить на координатной прямой 8–10 первых членов последовательности, чтобы уловить динамику их поведения), но предел этой последовательности не существует. Вывод: предельная точка множества членов последовательности является пределом в том и только в том случае, если она единственная.

2. Частым является заблуждение, что предел всегда совпадает с верхней или нижней гранью множества членов последовательности. Упражнение: изобразите несколько членов последовательностей

$$1)\ a_n = 4 + \frac{1}{n^2},\ 2)\ b_n = 3 - \frac{2}{n+2},\ 3)\ x_n = \left(-1\right)^n \cdot \frac{2}{n+1}$$

на координатной прямой и установите соотношение между ее верхней, нижней гранями и пределом.

3) Очень распространено ошибочное представление, что всякая неограниченная последовательность является бесконечно большой. Чтобы предупредить эту ошибку, необходимо рассмотреть примеры неограниченных последовательностей, которые как являются бесконечно большими, так и не являются ими. Так, неограниченными являются следующие последовательности:

$$1)\ x_n = (1, 1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, ..., \frac{1}{n}, n, ...),\ 2)\ y_n = (-1)^n 3^n,\ 3)\ a_n = (0, 1, 0, 4, 0, 9, ..., 0, n^2, ...),$$

$$4)\ u_m = \left(-\frac{9}{5}\right)^m,\ 5)\ в_m = n^3 \sin\frac{\pi}{2}n,\ 6)\ c_n = \frac{n^3}{n+1};\ n \in N.$$

Из них бесконечно большие лишь 2), 4) и 6). Почему? Как известно, последовательность (x_n) является неограниченной, если для любого выбранного положительного числа найдется член последовательности, который по модулю превосходит это число, т.е.: $\forall M > 0 \ (M \in R) \exists n \in N : |x_n| > M$. В этом определении необходимо акцентировать внимание на двух существенных моментах: 1) что ***«для любого»*** выбранного положительного числа М;2)***«найдется»*** член последовательности (т.е.***хотя бы один такой член*** последовательности), который превосходит это число. Для разных *М*, вообще говоря, могут «найтись» разные члены последовательности. Но из этого условия вовсе ***не следует,*** что если для выбранного числа *М* нашелся такой член последовательности, то и все члены последовательности с последующими номерами также будут по модулю больше *М*.

Словесное определение бесконечно большой последовательности может быть сформулировано следующим образом: «(x_n) – бесконечно большая последовательность, если ***для любого*** выбранного положительного числа *М* найдется такой член последовательности, ***начиная с которого все члены с последующими за ним номерами будут по модулю больше этого числа***». С использованием символьного языка математики «$\varepsilon - N$» это определение запишется в виде: (x_n) – бесконечно большая последовательность $\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \, \exists n_\varepsilon \in N \, \forall n > n_\varepsilon \, |x_n| > \varepsilon$, т.е. ***все члены последовательности, начиная с некоторого номера, по модулю больше любого наперед взятого числа*** ε. В такой последовательности для различных ε будут, вообще говоря, различаться номера n_ε, начиная с которых все члены последовательности удовлетворяют неравенству $|x_n| > \varepsilon$. Например, бесконечно большими являются последовательности: $x_n = n, x_n = (-1)^n \cdot n^2$. Из приведенных определений следует вывод: ***всякая бесконечно большая последовательность является неограниченной. Обратное, вообще говоря, не верно, так как есть неограниченные последовательности, которые не являются бесконечно большими.***

Чтобы показать, что не всякая неограниченная последовательность является бесконечно большой можно построить ее следующим образом: между всеми членами бесконечно большой последовательности вставить фиксированное число. Например, последовательность $y_n = \{1; 3; 2; 3; ...; n; 3; n+1; 3; ...\}$ является неограниченной (сверху) так же, как и последовательность $x_n = (n)_{n=1}^{\infty}$, из которой мы ее получили. Но она не является бесконечно большой, так как неравенство $|y_n| > \varepsilon$ не выполняется для всех *n*, начиная с некоторого, если только взять $\varepsilon > 3$.

Иллюстрируемый подход отвечает требованию развития мотивации обучения в высшей школе, согласно которой для студентов важна не только занимательность материала, но и возможность его применения в дальнейшей профессиональной деятельности. Кроме того, он согласуется с дидактической целью реализации единства формирования академических, социально-личностных и профессиональных компетенций посредством сочетания рецептурно-излагающего и проблемно-эвристического методов обучения и практико-ориентированного содержания обучения математике, обусловленного особенностями будущей профессии студентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зимняя, И.А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании / И.А. Зимняя. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004 – 42 с.

2. Жук, О.Л. Компетентностный подход в стандартах высшего образования по циклу социально-гуманитарных дисциплин / О.Л.Жук // Вышэйшая школа. – 2006. – № 5. – С. 21–25.

3. Бровка, Н.В. Специфические особенности математики как учебного предмета / Н.В. Бровка // Вышэйшая школа. – 2003.– № 5. – С. 34–37.

4. Бровка, Н.В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н.В. Бровка. – Минск: БГУ, 2009. – 243 с.

5. Абламейко, С.В. Новые образовательные программы для первой ступени высшего образования: зарубежный и отечественный опыт / С.В. Абламейко [и др.] // Вышэйшая школа. – 2014. – № 3. – С. 3–7.

6. Колягин, Ю.М. Интеграция школьного обучения / Ю.М. Колягин, О.Л. Алексеенко// Начальная школа.– 2001. – № 9. – С. 28–31.

7. Сендер, А.Н. История и методология начального курса математики / А.Н. Сендер. – Брест: Изд-во Брест.гос. ун-та, 2003.– 155 с.

8. Литлвуд, Дж. Математическая смесь / Дж. Литлвуд. – М.: Наука, 1990.– 140 с.

***Brovka N.V.*About Realization of Competence-based Approach in Training of Students in Mathematics**

One of actual tasks of modern higher school is formation of the academic and professional competences of their interrelation in the course of training in mathematics of students of pedagogical specialties. In the article the author's definition of integration of the theory and practice of training of students in mathematics is given and the treatment of intersubject communications, as the pedagogical category acting as an implementer of this integration is highlighted. On the basis of long-term experience of teaching, examples of implementation of the specified provisions in the course of training of students in a course of the mathematical analysis in its interrelation with other mathematical disciplines and a technique of teaching mathematics are considered.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 16.09.2014