

УДК 539.12

*Р.Г. Шуляковский*

## ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧИСЛА ФЕРМИОНОВ В ИНСТАНТОННЫХ ПРОЦЕССАХ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ

В рамках кирального предела КХД аналитически вычисляются инстантонные функции Грина для произвольного числа кварков. Полученный результат используется для оценки вклада в глубоконеупругое рассеяние инстантонных процессов с большой кварковой множественностью.

### Введение

Инстантоны (классические решения уравнений Янга–Миллса в евклидовом пространстве с конечным действием) [1], описывающие в квантовой теории туннельные переходы между классически невырожденными вакуумными состояниями [2], позволяют объяснить ряд важных явлений сильных [3] и электрослабых взаимодействий [4]. В то же время на сегодняшний день отсутствует прямое экспериментальное подтверждение существования инстантонов. Возможная причина заключается в том, что вероятность любого инстантонного процесса пропорциональна малому фактору  $\exp\left(-\frac{16\pi^2}{g^2}\right)$ , который имеет порядок  $10^{-160}$  в электрослабой теории и  $10^{-10}$  в КХД.

В начале 1990-ых годов было показано, что сечение инстантонных процессов может значительно увеличиваться в процессах при высоких энергиях [5]:

$$\sigma \propto \exp\left(\frac{16\pi^2}{g^2} F(\sqrt{s})\right), \quad F(\sqrt{s}) = -1 + \frac{9}{8} \left(\frac{\sqrt{s}}{E_{sp}}\right)^4 - \frac{9}{16} \left(\frac{\sqrt{s}}{E_{sp}}\right)^2 + \dots, \quad \sqrt{s} < E_{sp},$$

где  $E_{sp}$  – энергия сфалерона (величина потенциального барьера, через который совершается туннелирование) [6],  $\sqrt{s}$  – энергия в системе центра масс. Т.е. при энергиях, близких к энергии сфалерона, может происходить компенсация малого экспоненциального фактора, подавляющего инстантонные процессы. В электрослабой теории инстантонные процессы могут наблюдаться при энергиях  $\sqrt{s} \propto 10 - 100$  ТэВ, не достижимых на современных ускорителях, в КХД – при энергиях  $\sqrt{s} \propto 1$  ГэВ [5].

Первые результаты по поиску КХД-инстантонов в электрон-протонном глубоконеупругом рассеянии на ускорителе HERA (DESY, Гамбург, Германия) оставляют вопрос открытым: избыток событий, который можно было бы интерпретировать как инстантонный сигнал, лежит в пределах погрешностей [7]. Эксперимент основывался на проверке теоретических предсказаний для широкого круга инстантонных характеристик в различных кинематических областях, полученных А. Рингвальдом и Ф. Шремпом [8]. В основе расчётов Рингвальда–Шремпа лежит инстантонный процесс, включающий минимально необходимое число кварков и произвольное число глюонов. В то же время инстантонные процессы с участием произвольного числа фермионов не подавлены малостью константы связи. Для изучения их влияния на свойства адронного спектра инстантонного канала глубоконеупругого рассеяния нужно вычислить многофермионные инстантонные функции Грина.

### Многофермионные инстантонные функции Грина

Рассмотрим евклидову КХД с одним безмассовым кварковым ароматом:

$$L = \frac{1}{2} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}) - i\bar{\psi} \hat{D} \psi, \quad \hat{D} = \gamma_{\mu} (\partial_{\mu} - igA_{\mu}), \quad A_{\mu} = A_{\mu}^a \frac{\lambda^a}{2}.$$

Цветовые и спинорные индексы кварковых полей для упрощения выражений здесь и ниже опущены. Обобщение на случай трёх безмассовых ароматов  $u, d, s$  тривиально; рождение массивных кварков в инстантонных процессах подавлено и обычно не рассматривается [3].

Инстантонная функция Грина с произвольным числом внешних глюонов и кварков, записанная в виде функционального интеграла по полям, имеет следующий вид в гауссовом приближении:

$$\int DAD\psi D\bar{\psi} e^{-S[A,\psi,\bar{\psi}]} \prod_{i=1}^m \psi(x_i) \bar{\psi}(y_i) \prod_{j=1}^n A_{\mu_j}(z_j) \approx \int d^4z \int_0^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^5} dU \mu(\rho) e^{-\frac{8\pi^2}{g^2} \prod_{j=1}^n A_{\mu_j}^I(z_j - z)} \times \\ \times \int D\psi D\bar{\psi} e^{-\bar{\psi} \hat{D}[A^I] \psi} \prod_{i=1}^m \psi(x_i - z) \bar{\psi}(y_i - z),$$

где  $A_{\mu_j}^I(z_j - z)$  – инстантонные решения [1],  $z_{\mu}$ ,  $\rho$ ,  $U$  и  $\mu(\rho)$  – соответственно центр, размер, ориентация в цветовом пространстве и плотность инстантонов [9]. Т.е. интегрирование по фермионным и бозонным полям производится независимо в гауссовом приближении. Бозонная часть интеграла хорошо изучена [5], поэтому сосредоточим внимание на фермионной части интеграла, которая может рассматриваться как фермионная функция Грина во внешнем (инстантонном) поле:

$$\langle \psi(x_1) \cdots \bar{\psi}(y_m) \rangle^I = \int D\psi D\bar{\psi} e^{-\int dx \bar{\psi} \hat{D}[A^I] \psi} \prod_{i=1}^m \psi(x_i) \bar{\psi}(y_i). \quad (1)$$

В простейшем случае  $m = 0$  выражение (1), являющееся инстантонной амплитудой «вакуум  $\rightarrow$  вакуум», исчезает вследствие наличия нулевой моды (собственной функции  $\psi_0(x)$  оператора  $\hat{D}[A^I]$ , принадлежащей нулевому собственному значению) [2].

Простейшая неисчезающая функция Грина имеет вид [2]:

$$\langle \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle^I = \det' \{ \hat{D}[A^I] \} \psi_0(x) \bar{\psi}_0(y), \quad \det' \{ \hat{D}[A^I] \} = \prod_{n \neq 0} \lambda_n,$$

$$\hat{D}[A^I] \psi_n(x) = \lambda_n \psi_n(x), \quad \lambda_0 = 0.$$

Вычислим 4-точечную фермионную функцию Грина:

$$\langle \psi(x_1) \bar{\psi}(y_1) \psi(x_2) \bar{\psi}(y_2) \rangle^I = \prod_n \int dc_n d\bar{c}_n e^{\lambda_n c_n \bar{c}_n} \psi(x_1) \bar{\psi}(y_1) \psi(x_2) \bar{\psi}(y_2) = \\ = \int dc_0 d\bar{c}_0 c_0 \psi_0(x_1) \bar{c}_0 \bar{\psi}_0(y_1) \prod_{n \neq 0} \int dc_n d\bar{c}_n (1 + \lambda_n c_n \bar{c}_n) \psi(x_2) \bar{\psi}(y_2) + \dots, \\ \prod_{n \neq 0} \int dc_n d\bar{c}_n (1 + \lambda_n c_n \bar{c}_n) \psi(x_2) \bar{\psi}(y_2) = \sum_{k \neq 0} \int dc_k d\bar{c}_k c_k \psi_k(x_2) \bar{c}_k \bar{\psi}_k(y_2) \times \\ \times \prod_{n \neq 0, k} \int dc_n d\bar{c}_n \lambda_n c_n \bar{c}_n = \sum_{k \neq 0} \psi_k(x_2) \bar{\psi}_k(y_2) \prod_{n \neq 0, k} \lambda_n = S^{nz}(x_2, y_2) \det' \{ \hat{D}[A^I] \},$$

где во второй строчке выражения опущены слагаемые, отличающиеся от предыдущего лишь перестановкой координат; пропагатор ненулевых мод в поле инстантона

$S^{nz}(x, y) = \sum_{j \neq 0} \frac{\psi_j(x) \bar{\psi}_j(y)}{\lambda_j}$  известен аналитически [3:10]. При вычислениях, как принято

при работе с функциональными интегралами по ферми-полям, использовались грасмановы переменные  $c_n, \bar{c}_n$ .

Таким образом, 4-точечная фермионная функция Грина в поле инстантона имеет вид:

$$\langle \psi(x_1)\bar{\psi}(y_1)\psi(x_2)\bar{\psi}(y_2) \rangle^I = \psi_0(x_1)\bar{\psi}_0(y_1)S^{nz}(x_2, y_2) \det'\{\hat{D}[A^I]\} + (x_1 \leftrightarrow x_2) + (y_1 \leftrightarrow y_2) + (x_1 \leftrightarrow x_2, y_1 \leftrightarrow y_2). \quad (2)$$

Аналогично могут быть вычислены функции Грина высших порядков. Так, например, для шести фермионов получим

$$\langle \psi(x_1)\bar{\psi}(y_1)\psi(x_2)\bar{\psi}(y_2)\psi(x_3)\bar{\psi}(y_3) \rangle^I = \psi_0(x_1)\bar{\psi}_0(y_1)\psi_0(x_2)\bar{\psi}_0(y_2) \times S^{nz}(x_3, y_3) \det'\{\hat{D}[A^I]\} + (i \hat{a} \hat{b} \hat{a} \hat{b} \hat{a} \hat{b} \hat{a} \hat{b} \hat{a} \hat{b} \hat{a} \hat{b}). \quad (3)$$

### Вклад многофермионных инстантонных процессов в глубоконеупругое рассеяние

Вклад инстантонных процессов с произвольной фермионной множественностью в полное сечение, оцененный О. Эспинозой [11],

$$\sigma_{multifermion} \propto \exp\left[\frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{s}}{E_{sp}}\right)^{\frac{4}{3}}\right], \quad \sqrt{s} < E_{sp},$$

может играть существенную роль при энергиях, близких к энергии сфалерона. Метод, использованный в работе [11], не позволяет вычислить вклад многофермионных процессов в распределение по множественности вторичных частиц и другие характеристики адронного спектра. Эта задача может быть решена при использовании многофермионных функций Грина.

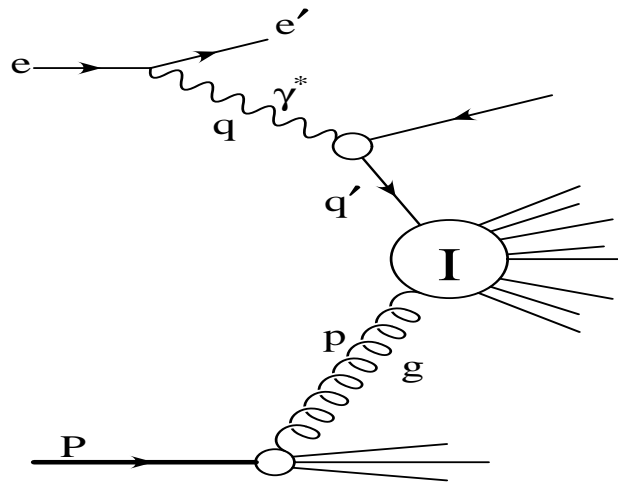


Рисунок 1 – Инстантонный канал глубоконеупругого электрон-протонного рассеяния

Амплитуда вероятности рождения  $2m$  фермионов получается на основе функций Грина (2), (3) при использовании процедуры Леммана–Симанчика–Циммерманна. Квадрирование амплитуды и суммирование по всевозможным значениям импульсов и спинов конечных частиц приводит к распределению Пуассона по числу пар фермионов для каждого безмассового аромата в инстантонных процессах в дополнение к фиксированному (минимально допустимому) числу кварков [12; 13]. Учёт стадии адронизации производится при модификации монтекарловского генератора инстантонных событий QCDINS2.0. [14].

Результаты численного анализа для процесса глубоко-неупругого рассеяния (Рисунок 1) приведены на Рисунках 2 и 3.

Наиболее яркие отличия инстантонных процессов без учёта произвольной кварковой множественности и с её учётом проявляются в распределениях по числу К-мезонов и по числу адронных мини-струй в спектрах вторичных частиц.

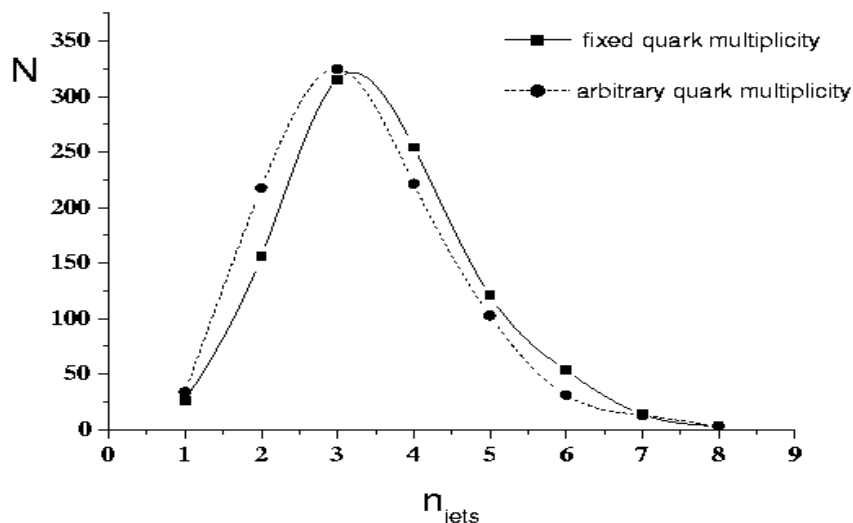


Рисунок 2 – Распределение по числу адронных мини-струй для случаев произвольной (пунктирная линия) и фиксированной (сплошная линия) кварковой множественности

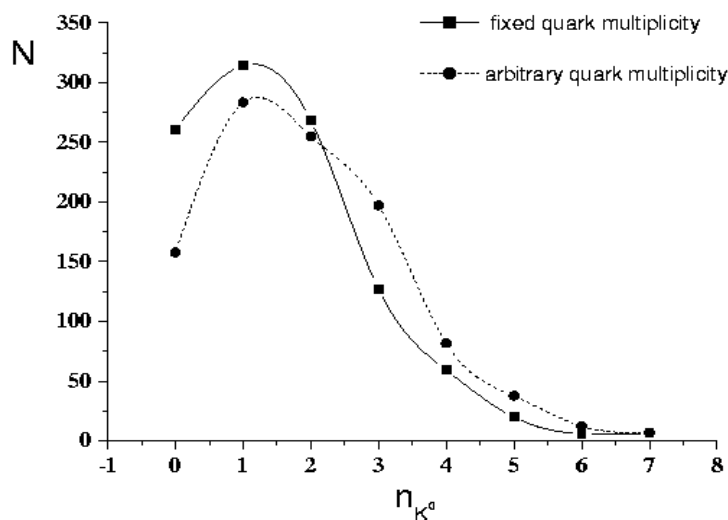


Рисунок 3 – Распределение по числу нейтральных каонов для случаев произвольной (пунктирная линия) и фиксированной (сплошная линия) кварковой множественности

### Заклучение

Учёт произвольной кварковой множественности позволяет получить более точные критерии обнаружения инстантонов по сравнению с уже имеющимися, что может

быть использовано в эксперименте по поиску КХД-инстантонов на ускорителе HERA (DESY), а также, в перспективе, на ускорителе LHC (CERN).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Belavin, A.A. Pseudoparticle solutions of the Yang-Mills equations / A.A. Belavin [et al.] // Phys. Lett. – 1975. – B59. – P. 85–87.
2. 't Hooft, G. Symmetry Breaking through Bell-Jackiw Anomalies / G. Hooft // Phys. Rev. Lett. – 1976. – Vol. 37, P. 8–11; Hooft, G. Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle / G. Hooft // Phys. Rev. – 1976. – Vol. D 14. – P. 3432–3450.
3. Schaefer, T. Instantons in QCD / T. Schaefer, E. Shuryak // Rev. Mod. Phys. – 1998. – Vol. 70. – P. 323–425.
4. Рубаков, В.А. Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях / В.А. Рубаков, М.Е. Шапошников // УФН. – 1996. – Т. 166. – С. 493–537.
5. Ringwald, A. High Energy Breakdown of Perturbation Theory in the Electroweak Instanton Sector / A. Ringwald // Nucl. Phys. – 1990. – Vol. B330. – P.1–18.
6. Manton, N. Topology in the Weinberg-Salam theory / N. Manton // Phys. Rev. – 1983. – Vol. D 28. – P. 2019–2026.
7. Adloff, C. Deep inelastic diffractive scattering at HERA / C. Adloff // Eur. Phys. J. – 2002. – Vol. C25. – P. 495–507.
8. Ringwald, A. Instanton-induced cross-section in deep-inelastic scattering / A. Ringwald, F. Schrempp // Nucl. Phys. – 1998. – Vol. B 438. – P.217–228.
9. Вайнштейн, А.И. Инстантонная азбука / А.И. Вайнштейн [и др.] // УФН. – 1982. – Т. 134. – С. 553–591.
10. Brown, L. Propagation functions in pseudoparticle fields / L.S. Brown [et al.] // Phys. Rev. – 1978. – Vol. D 17. – P.1583–1597.
11. Espinosa, O. Fermions in Anomalous Processes / O. Espinosa // Nucl. Phys. – 1992. – Vol. B375. – P. 263–278.
12. Kashkan, V.I. Non-zero Quark Modes Contribution to the QCD-Instanton-Induced Deep Inelastic Scattering / V.I. Kashkan, V.I. Kuvshinov, R.G. Shulyakovsky // Proceed. of the 10th Annual Seminar «Nonlinear phenomena in complex systems» (May 15–18, 2001, Minsk, Belarus). – 2001. – P.172–173.
13. Kuvshinov, V.I. New Criteria of QCD-Instantons Search in Deep Inelastic Scattering / V.I. Kuvshinov, R.G. Shulyakovsky / Proceed. of the 17-th International Workshop on Quantum Field Theory and High Energy Physics / QFTHEP'2003 / (September 4–11, 2003, Volga, Russia). – 2004. – P. 363–367.
14. Ringwald, A. QCDINS 2.0 – A Monte Carlo generator for instanton-induced processes in deep-inelastic scattering / A. Ringwald, F. Schrempp // Comput. Phys. Commun. – 2000. – Vol. 132. – P. 267–305.

***R.G. Shulyakovsky. Multifermion Green Functions for Instanton Processes and their Contribution into Deep Inelastic Scattering***

In the chiral limit of QCD instanton Green functions for arbitrary number of quarks are calculated analytically. The obtained results are used for the estimation of the processes with large quark multiplicity contribution into deep inelastic scattering.