УДК 539.12

М.В. Галынский, Э.А. Кураев

О ВЫЧИСЛЕНИИ СЕЧЕНИЙ ПРОЦЕССОВ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ С УЧАСТИЕМ ЧАСТИЧНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ФОТОНОВ В ДИАГОНАЛЬНОМ СПИНОВОМ БАЗИСЕ

В ультрарелятивистском безмассовом случае проведены расчеты дифференциальных сечений процессов квантовой электродинамики $\gamma e \to \gamma e$, $\mu^+\mu^- \to \gamma\gamma$, $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-$, $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-\gamma$, $\gamma e \to e\gamma\gamma$ с участием частично поляризованных фотонов на основе метода вычисления спиральных амплитуд в диагональном спиновом базисе. Для описания частично поляризованных фотонных пучков использован формализм матрицы плотности, выраженной через параметры Стокса.

Введение

В работах [1–3] был развит ковариантный метод вычисления матричных процессов квантовой электродинамики (КЭД) в диагональном спиновом базисе (ДСБ) [4], в котором спиновые 4-векторы частиц s_1 и s_3 с 4-импульсами p_1 и p_3 ($s_1 p_1 = s_3 p_3 = 0,\ s_1^2 = s_3^2 = -1$) принадлежат гиперплоскости, образованной 4-векторами p_1 и p_3:

$$s_1 = -\frac{(v_1 v_3)v_1 - v_3}{\sqrt{(v_1 v_3)^2 - 1}}\ ,\ s_3 = \frac{(v_1 v_3)v_3 - v_1}{\sqrt{(v_1 v_3)^2 - 1}},\ v_1 = p_1 / m_1\ ,\ v_3 = p_3 / m_3\ . \qquad (1)$$

В рассматриваемом спиновом базисе операторы проекции спина σ_1 и σ_3, а также повышающие и понижающие операторы $\sigma_1^{\pm\delta}$ и $\sigma_3^{\pm\delta}$ для первой и третьей частиц совпадают и в случае дираковских частиц имеют вид [1–3]:

$$\begin{gathered}\sigma = \sigma_1 = \sigma_3 = \gamma^5 \hat{s}_1 \hat{v}_1 = \gamma^5 \hat{s}_3 \hat{v}_3 = \gamma^5 \hat{n}_3 \hat{n}_0 = i\hat{n}_2 \hat{n}_1\ ,\\ \sigma^{\pm\delta} = \sigma_1^{\pm\delta} = \sigma_3^{\pm\delta} = i/2\gamma^5 \hat{n}_{\pm\delta}, n_{\pm\delta} = n_1 \pm i\delta n_2\ , \delta = \pm 1,\\ \sigma u^\delta(p_i) = \delta u^\delta(p_i)\ , \sigma^{\pm\delta} u^{\mp\delta}(p_i) = u^{\pm\delta}(p_i)\ ,\end{gathered} \qquad (2)$$

где $u^\delta(p_i) = u^\delta(p_i, s_i)(i = 1,3)$ – биспиноры 1-ой и 3-ей частиц. В (2) для построения повышающих и понижающих спиновых операторов использован ортонормированный базис векторов (ОБВ) $n_A, n_A n_B = g_{AB}\ (A, B = 0,1,2,3)$

$$n_1 = [n_0 \cdot n_3]^{\times} n_2\ , n_2 = [p_1 \cdot p_3]^{\times} r / \rho, n_3 = \frac{(p_3 - p_1)}{\sqrt{-(p_3 - p_1)^2}}\ , n_0 = \frac{(p_3 + p_1)}{\sqrt{(p_3 + p_1)^2}}\ , \qquad (3)$$

где $n_\delta = n_1 + i\delta n_2$, а r – 4-импульс частицы, участвующей в реакции, отличный от p_1 и p_3, ρ определяется из условий нормировки $n_1^2 = n_2^2 = n_3^2 = -n_0^2 = -1$. Для них выполняется соотношение полноты

$$n_0 \cdot n_0 - n_1 \cdot n_1 - n_2 \cdot n_2 - n_3 \cdot n_3 = g\ . \qquad (4)$$

Матричные элементы процессов КЭД имеют вид

$$M^{\pm\delta,\delta} = \bar{u}^{\pm\delta}(p_3) Q u^\delta(p_1)\ , \qquad (5)$$

где Q – оператор взаимодействия, а $u^\delta(p_1)$ и $u^{\pm\delta}(p_3)$ – биспиноры начального и конечного состояний электрона, $\bar{u}^\delta(p_i)\, u^\delta(p_i) = m,\ p_i^2 = m^2, (i = 1,3)$.

В ковариантном подходе Богуша–Федорова [5] расчет матричных элементов, имеющих вид (5), сводится к операции вычисления шпура

$$M^{\pm\delta,\delta} = Tr(P_{31}^{\pm\delta,\delta} Q)\,,\; P_{31}^{\pm\delta,\delta} = u^{\delta}(p_1)\,\overline{u}^{\,\pm\delta}(p_3)\,, \tag{6}$$

$$P_{31}^{\delta,\delta} = u^{\delta}(p_1)\,\overline{u}^{\,\delta}(p_3) = u^{\delta}(p_1)\,\overline{u}^{\,\delta}(p_1)T_{13} = \tau_1^{\delta} T_{13}\,, \tag{7}$$

$$P_{31}^{-\delta,\delta} = u^{\delta}(p_1)\,\overline{u}^{\,-\delta}(p_3) = \sigma^{+\delta} u^{-\delta}(p_1)\,\overline{u}^{\,-\delta}(p_3) = \sigma^{+\delta} P_{31}^{-\delta,-\delta}\,, \tag{8}$$

где $\tau_1^{\delta} = u^{\delta}(p_1)\cdot \overline{u}^{\,\delta}(p_1)$ – проективный оператор [5]:

$$\tau_1^{\delta} = 1/4(m+\hat{p}_1)(1-\delta\gamma^5 \hat{s}_1)\,.$$

Явный вид для операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ (7), (8) в ДСБ в случае переходов без переворота ($M^{\delta,\delta}$) и с переворотом спина ($M^{-\delta,\delta}$) был получен в работах [1–3]

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = (\,\xi_+ + m\,\hat{n}_0 - \xi_-\,\hat{n}_3\hat{n}_0 + \delta\gamma^5\,(\,\xi_- - m\,\hat{n}_3 - \xi_+\,\hat{n}_3\hat{n}_0))\,, \tag{9}$$

$$4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\delta\,(\,\xi_- + m\,\hat{n}_3 + \xi_+\,\delta\,\gamma^5\,)\,\hat{n}_{\delta}, \xi_{\pm} = \sqrt{(p_1p_3 \pm m^2)/2}\,. \tag{10}$$

Для операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ справедливо другое, эквивалентное представление [3]

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = (\hat{p}_1 + m)\left(\frac{1}{\sqrt{2(p_1p_3+m^2)}} - \frac{\delta\gamma^5}{\sqrt{2(p_1p_3-m^2)}}\right)(\hat{p}_3+m)\,, \tag{11}$$

$$4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\frac{\delta(\hat{p}_1+m)}{rn_1}\left[\frac{1}{\sqrt{2(p_1p_3-m^2)}}\left(\hat{r} - m\frac{(p_1+p_3)r}{p_1p_3+m^2}\right) - \right. \tag{12}$$

$$\left. -\frac{\delta\gamma^5}{\sqrt{2(p_1p_3+m^2)}}\left(\hat{r} + m\frac{(p_3-p_1)r}{p_1p_3-m^2}\right)\right](\hat{p}_3+m)\,,$$

где rn_1 вычисляется с помощью соотношения полноты (4): $(rn_1)^2 = (rn_0)^2 - (rn_3)^2 - r^2$. Представление (11–12) содержит дираковские операторы лишь от 4-импульсов частиц p_1, p_3, r; кроме того, структура операторов $P_{31}^{\pm\delta,\delta}$ (11–12) такова, что для них автоматически выполняются уравнения Дирака: $(\hat{p}_1 - m)P_{31}^{\pm\delta,\delta} = P_{31}^{\pm\delta,\delta}(\hat{p}_3 - m) = 0$. Эта идея была положена в основу вывода формул (11–12).

Расчет матричных элементов процессов КЭД в безмассовом случае

В ультрарелятивистском пределе, когда массами частиц можно пренебречь ($p_i^2 = r^2 = 0, i = 1,3$), выражения для операторов (9–10) и (11–12) принимают вид:

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = \xi(1+\delta\gamma^5)(1+\hat{n}_0\hat{n}_3)\,, 4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\delta\xi(1+\delta\gamma^5)\,\hat{n}_{\delta}\,, \xi = \sqrt{p_1p_3/2}\,, \tag{13}$$

$$4P_{31}^{\delta,\delta} = \frac{(1+\delta\gamma^5)\,\hat{p}_1\,\hat{p}_3}{\sqrt{2p_1p_3}}\,, 4P_{31}^{-\delta,\delta} = -\delta\,\frac{(1+\delta\gamma^5)\,\hat{p}_1\,\hat{r}\,\hat{p}_3}{\sqrt{2p_1r\cdot 2p_3r}}\,. \tag{14}$$

До сих пор наше рассмотрение относилось к случаю, когда в начальном и конечном состояниях были только электроны. Если одно состояние является электронным, а второе позитронным, то амплитуда процесса будет иметь вид [6]

$$M_{31}^{\pm\delta,\delta} = \begin{bmatrix} \overline{u}^{\,\pm\delta}(-p_3)Qu^{\delta}(p_1) \\ \overline{u}^{\,\pm\delta}(p_3)Qu^{\delta}(-p_1) \end{bmatrix}, \tag{15}$$

где $u^{\delta}(-p_1)$ и $\overline{u}^{\,\pm\delta}(-p_3)$ – биспиноры позитрона в конечном и начальном состояниях,

$\bar{u}^{\delta}(-p_i)u^{\delta}(-p_i)=-m$ $(i=1,3)$. При этом верхняя амплитуда в (15) соответствует процессу аннигиляции, а нижняя – образованию пары. Для построения операторов

$$P_{31}^{\pm\delta,\delta}=u^{\delta}(p_1)\,\bar{u}^{\pm\delta}(-p_3)\;\;,P_{31}^{\pm\delta,\delta}=u^{\delta}(-p_1)\,\bar{u}^{\pm\delta}(p_3)\,,$$

с помощью которых нахождение матричных элементов (5) сводится к вычислению следов $M^{\pm\delta,\delta}=(P_{31}^{\pm\delta,\delta}Q)_t$, необходимо воспользоваться связью между биспинорами позитрона и электрона в ДСБ [1–3]

$$u^{\delta}(-p)=-\delta\,\gamma^5\,u^{-\delta}(p)\,,\bar{u}^{\delta}(-p)=\bar{u}^{-\delta}(p)\,\delta\,\gamma^5\,.$$

В безмассовом случае для описания вектора поляризации $e_{\pm\lambda}$ циркулярно поляризованного фотона с 4-импульсом k, испущенного частицей при переходе $p_1\to p_3$, удобно использовать представление группы CALKUL [7] для операторов $\hat{e}_{\pm\lambda}$

$$\hat{e}_{\pm\lambda}=N_{13}(\hat{k}\,\hat{p}_3\hat{p}_1(1\mp\lambda\gamma^5)-\hat{p}_3\hat{p}_1\hat{k}(1\pm\lambda\gamma^5)),N_{13}^{-1}=4\,(p_1p_3\cdot p_1k\cdot p_3k)^{1/2}\,. \qquad (16)$$

С помощью (16) нетрудно убедиться в справедливости соотношений:

$$\begin{aligned}\hat{e}_{\pm\lambda_1}(k_1)u^{\delta}(p_1)&=-(1\pm\delta\lambda_1)\,2p_1k_1\,N_1\hat{p}_2\,u^{\delta}(p_1),\\ \hat{e}_{\pm\lambda_2}(k_2)\,v^{\delta}(q_+)&=-(1\mp\delta\lambda_2)\,2q_+k_2\,N_2\,\hat{q}_-\,v^{\delta}(q_+),\\ \bar{u}^{\delta}(p_2)\,\hat{e}_{\pm\lambda_1}(k_1)&=+(1\pm\delta\lambda_1)\,2p_2k_1\,N_1\,\bar{u}^{\delta}(p_2)\,\hat{p}_1\,,\\ \bar{u}^{-\delta}(p_2)\,\hat{e}_{\pm\lambda_2}(k_2)&=+(1\mp\delta\lambda_2)\,2p_2k_2\,N_2\,\bar{u}^{-\delta}(p_2)\,\hat{p}_1\,.\end{aligned} \qquad (17)$$

Выражения (13), (14), (16) составляют основу для вычисления матричных элементов процессов КЭД в ультрарелятивистском, безмассовом случае. Ниже они будут использованы для расчета матричных элементов процессов КЭД второго и третьего порядка по теории возмущений ($\gamma e\to\gamma e$, $\mu^+\mu^-\to\gamma\gamma$, $\gamma\gamma\to\mu^+\mu^-$, $\gamma\gamma\to\mu^+\mu^-\gamma$, $\gamma e\to e\gamma\gamma$), что позволит провести расчеты дифференциальных сечений этих процессов для случая, когда фотоны являются частично поляризованными. Для описания частично поляризованных фотонных пучков будет использован традиционный формализм поляризационной матрицы плотности, выраженной через параметры Стокса.

Процесс комптоновского рассеяния: $\gamma e\to\gamma e$

В наинизшем порядке по теории возмущений процессу комптоновского рассеяния

$$\gamma(k_1,\lambda_1)+e^-(p_1,\lambda_e)\to e^-(p_3,\lambda_e)+\gamma(k_2,\lambda_2) \qquad (18)$$

соответствуют две диаграммы, матричные элементы которых имеют вид

$$M_{\lambda_1\lambda_2}^{\lambda_e}=4\pi\alpha\bar{u}^{\lambda_e}(p_3)\left[\hat{e}_{\lambda_2}^{*}\,\frac{\hat{p}_1+\hat{k}_1}{\chi}\,\hat{e}_{\lambda_1}+\hat{e}_{\lambda_1}\,\frac{\hat{p}_3-\hat{k}_1}{-\chi'}\,\hat{e}_{\lambda_2}^{*}\right]u^{\lambda_e}(p_1), \qquad (19)$$

где $\chi=2p_1k_1=2p_3k_2,\chi'=2p_1k_2=2p_3k_1$, а величины $\lambda_i=\pm1$ описывает спиральные состояния частиц. Действуя операторами $\hat{e}_{\lambda_1}$ и $\hat{e}_{\lambda_2}^{*}$ на биспиноры $u^{\lambda_e}(p_1)$ и $\bar{u}^{\lambda_e}(p_3)$, согласно (17), и используя уравнение Дирака, матричный элемент $M_{\lambda_1\lambda_2}^{\lambda_e}$ (19) можно привести к виду

$$M_{\lambda_1\lambda_2}^{\lambda_e}=4\pi\alpha\,N_1\,N_2\,s\,(d_1^+d_2^+\chi+d_1^-d_2^-\chi')\times\bar{u}^{\lambda_e}(p_3)\,\hat{k}u^{\lambda_e}(p_1),\;d_{1,2}^{\pm}=1\pm\lambda_e\lambda_{1,2}\,. \qquad (20)$$

В результате простых вычислений для амплитуд $M_{\lambda_1\lambda_2}^{\lambda_e}$ (19) получим

$$M_{\lambda_1\lambda_2}^{\lambda_e}=-4\pi\alpha\,(1+\lambda_1\lambda_2)(\lambda_e(\chi+\chi')-\lambda_1(\chi-\chi'))\,/\,(2\sqrt{\chi\chi'})\,. \qquad (21)$$

Очевидно, что матричные элементы (21) для комптоновского рассеяния являются вещественными и обращаются в нуль, если спиральности фотонов противоположны. Все отличные от нуля амплитуды имеют вид

$$M^{+}_{++} = -M^{-}_{--} = -2(4\pi\alpha)\sqrt{\chi'/\chi}\,,M^{+}_{--} = -M^{-}_{++} = -2(4\pi\alpha)\sqrt{\chi/\chi'}\,. \qquad (22)$$

Для вычисления дифференциального сечения процесса в случае частично поляризованных фотонных пучков с импульсами $k_i\,(i=1,2)$ будем использовать поляризационную матрицу плотности $\rho_i = \rho_i(k_i)$ в спиральном представлении, которая выражается через параметры Стокса $\vec{\xi}^{(i)}$ следующим образом [6]:

$$\rho_i = \rho_i(k_i) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\xi_2^{(i)} & i\,\xi_1^{(i)}-\xi_3^{(i)} \\ -i\,\xi_1^{(i)}-\xi_3^{(i)} & 1-\xi_2^{(i)} \end{pmatrix}, \rho_i^{+} = \rho_i, Tr(\rho_i) = 1, \qquad (23)$$

где символ «+» есть операция эрмитовского сопряжения. Введем 2×2 матрицу, построенную из амплитуд (22)

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_{++} & m_{+-} \\ m_{-+} & m_{--} \end{pmatrix}, m_{\pm\pm} = M^{\lambda_e}_{\lambda_1\lambda_2}(\lambda_1 = \pm 1, \lambda_2 = \pm 1).$$

Тогда расчет вероятности процесса (18) сведется к вычислению шпура от произведения следующих матриц:

$$|\,M^{\lambda_e}_{\lambda_1\lambda_2}\,|^2 \to W_1 = \mathrm{Tr}\,(\tilde{\rho}_1 M_1\,\tilde{\rho}_2 M_1{}^{\dagger}). \qquad (24)$$

В результате для дифференциального сечения получим следующее выражение:

$$\frac{d\sigma^{\gamma e\to\gamma e}_{\xi_1\xi_2\lambda_e}}{d\Omega_\gamma} = \frac{\alpha^2}{8\chi}\{(1+\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)})R_+ + 2\,(\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \xi_3^{(1)}\xi_3^{(2)}) + \lambda_e(\xi_2^{(1)} + \xi_2^{(2)})R_-\}, \qquad (25)$$

где $R_{\pm} = (\chi^2 \pm \chi'^2)/\chi\chi'$. Для сечений с учетом поляризаций только фотонов будем иметь результат, совпадающий с [6] в безмассовом пределе

$$\frac{d\sigma^{\gamma e\to\gamma e}_{\xi_1\xi_2}}{d\Omega_\gamma} = \frac{\alpha^2}{4\chi}\{(1+\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)})R_+ + 2\,(\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \xi_3^{(1)}\xi_3^{(2)})\}. \qquad (26)$$

В случае, когда конечный фотон не поляризован ($\xi_2 = 0$), из (25) для дифференциального сечения получим

$$d\sigma^{\gamma e\to\gamma e}_{\lambda_e\xi_1} = \frac{\alpha^2}{4\chi}[\frac{\chi^2+\chi'^2}{\chi\chi'} + \xi_2^{(1)}\lambda_e\frac{\chi^2-\chi'^2}{\chi\chi'}]dO_\gamma. \qquad (27)$$

Наконец, в случае, когда все частицы неполяризованы, имеем результат, совпадающий с [6] в безмассовом пределе

$$\frac{d\sigma^{\gamma e\to\gamma e}}{d\Omega_\gamma} = \frac{\alpha^2}{2\chi}R_+\,.$$

Выражение (25) позволяет определить параметры Стокса испущенного фотона как функцию от параметров Стокса ($\xi_j^{(1)}$) начального фотона с 4-импульсом k_1

$$\xi_{1,3}^{(f)} = \frac{2\,\xi_{1,3}^{(1)}}{R_+ + \lambda_e\xi_2^{(1)}R_-}\,, \qquad \xi_2^{(f)} = \frac{R_+\xi_2^{(1)} + \lambda_e R_-}{R_+ + \lambda_e\xi_2^{(1)}R_-}\,, \qquad (28)$$

откуда следует, что если начальный фотон был полностью циркулярно поляризован ($\xi_2^{(1)} = \pm 1$), то независимо от того, какую спиральность имел начальный электрон, спиральность фотона в конечном состоянии будет равна спиральности начального фотона. Из выражения (28) следует также, что если начальный фотон был лишь частично линейно поляризован ($\xi_2^{(1)} = 0$), то в результате рассеяния степень линейной поляризации уменьшается

$$P_l^{(f)} = \frac{2}{R_+} P_l^{(1)}, \quad P_l^{(1)} = \sqrt{(\xi_1^{(1)})^2 + (\xi_3^{(1)})^2}, \quad 2/R_+ \le 1.$$

Процесс рождения пары двумя фотонами: $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-$

Матричные элементы процесса $\gamma(k_1) + \gamma(k_2) \to \mu^+(q_+) + \mu^-(q_-)$ имеют вид:

$$M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta} = 4\pi\alpha\overline{u}_{\delta}(q_-)\left[\hat{e}_{\lambda_1}\frac{\hat{q}_- - \hat{k}_1}{-\chi_{1-}}\hat{e}_{\lambda_2} + \hat{e}_{\lambda_2}\frac{-\hat{q}_+ + \hat{k}_1}{-\chi_{1+}}\hat{e}_{\lambda_1}\right]v_{\delta}(q_+), \tag{29}$$

где $\chi_{1\pm} = 2k_1q_{\pm}, \chi_{2\pm} = 2k_2q_{\pm}, \lambda_1, \lambda_2, \delta = \pm 1$, а $\hat{e}_{\lambda}, \overline{u}_{\delta}, v_{\delta}$ описывают определенные спиральные состояния фотонов и фермионов. Действуя операторами $\hat{e}_{\lambda_1}$ и $\hat{e}_{\lambda_2}$ на биспиноры $v_{\delta}(q_+)$ и $\overline{u}_{\delta}(q_-)$, согласно (17), и используя уравнение Дирака, матричный элемент $M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta}$ (29) можно привести к виду

$$M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta} = -4\pi\alpha\, N_1\, N_2\, s_1\,(d_1^- d_2^+ \chi_{1+} - d_1^+ d_2^- \chi_{1-}) \times \overline{u}^{\delta}(q_-)\,\hat{k}_1 v^{\delta}(q_+),\; d_{1,2}^{\pm} = 1 \pm \delta\lambda_{1,2}. \tag{30}$$

В результате простых вычислений для амплитуд процесса $M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta}$ (31) получим

$$M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta} = -4\pi\alpha\,(1 - \lambda_1\lambda_2)(\,\delta(\chi_{1+} - \chi_{1-}) - \lambda_1(\chi_{1+} + \chi_{1-}))/(2\sqrt{\chi_{1+}\chi_{1-}}). \tag{31}$$

Очевидно, что матричные элементы (31) являются действительными и обращаются в нуль, если спиральности фотонов равны. Все отличные от нуля амплитуды имеют вид

$$M_{+-}^{+} = -M_{-+}^{-} = 2(4\pi\alpha)\sqrt{\chi_{1+}/\chi_{1-}}\;, M_{+-}^{-} = -M_{-+}^{+} = 2(4\pi\alpha)\sqrt{\chi_{1-}/\chi_{1+}},. \tag{32}$$

Введем 2×2 матрицу, построенную из амплитуд (32)

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_{++} & m_{+-} \\ m_{-+} & m_{--} \end{pmatrix}, m_{\pm\pm} = M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta}(\lambda_1 = \pm 1, \lambda_2 = \pm 1).$$

Тогда расчет вероятности процесса сведется к вычислению шпура от произведения следующих матриц

$$|\,M_{\lambda_1\lambda_2}^{\delta}\,|^2 \to W_1 = \mathrm{Tr}\,(\tilde{\rho}_1 M_1\,\rho_2\,M_1^{\dagger}), \tag{33}$$

где ρ_i–поляризационные матрицы плотности фотонов с импульсами k_i, $\tilde{\rho}_1$ есть матрица, транспонированная к ρ_1. Дифференциальное сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\xi_1\xi_2\delta}^{\gamma\gamma\to\mu\overline{\mu}}}{d\Omega_{\mu_-}} = \frac{\alpha^2}{4s}\{(1 - \xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)})R_+ - 2(\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \xi_3^{(1)}\xi_3^{(2)}) - \delta(\xi_2^{(1)} - \xi_2^{(2)})R_-\}, \tag{34}$$

$$R_{\pm} = \frac{\chi_{1+}^2 \pm \chi_{1-}^2}{\chi_{1-}\chi_{1+}}, \chi_{1\pm} = \chi_{2\mp}, s = 2k_1k_2. \tag{35}$$

Для сечений с учетом поляризаций только фотонов имеем

$$\frac{d\sigma_{\xi_1\xi_2}^{\gamma\gamma\to\mu\overline{\mu}}}{d\Omega_{\mu_-}} = \frac{\alpha^2}{2s}\{(1 - \xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)})R_+ - 2(\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \xi_3^{(1)}\xi_3^{(2)})\}. \tag{36}$$

В случае, когда все частицы неполяризованы, имеем результат, совпадающий с [6] в безмассовом пределе:

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma\to\mu\bar{\mu}}}{d\Omega_{\mu_-}} = \frac{\alpha^2}{2s} R_+ .$$

Процесс аннигиляции пары: $\mu^+\mu^- \to \gamma\gamma$

Матричные элементы процесса аннигиляции $\mu^+\mu^-$ пары в два фотона имеют вид:

$$M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2} = 4\pi\alpha\bar{u}^{\delta}(-q_+)\left[\hat{e}^*_{\lambda_1}\frac{-\hat{q}_+ + \hat{k}_1}{-\chi_{1+}}\hat{e}^*_{\lambda_2} + \hat{e}^*_{\lambda_2}\frac{\hat{q}_- - \hat{k}_1}{-\chi_{1-}}\hat{e}^*_{\lambda_1}\right]u^{\delta}(q_-), \quad (37)$$

где $\chi_{1\pm} = 2k_1q_\pm, \chi_{2\pm} = 2k_2q_\pm, \lambda_1, \lambda_2, \delta = \pm 1$.

Действуя операторами $\hat{e}^*_{\lambda_1}$ и $\hat{e}^*_{\lambda_2}$ на биспиноры $u^{\delta}(q_-)$ и $\bar{u}^{\delta}(-q_+)$, согласно (17), и используя уравнение Дирака, матричный элемент $M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2}$ (37) можно привести к виду:

$$M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2} = 4\pi\alpha\, N_1\, N_2\, s_1\, (d_1^- d_2^+ \chi_{2+} - d_1^+ d_2^- \chi_{2-}) \times \bar{u}^{\delta}(-q_+)\hat{k}_1 u^{\delta}(q_-),\ d^{\pm}_{1,2} = 1 \pm \delta\lambda_{1,2} . \quad (38)$$

В результате простых вычислений для амплитуд $M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2}$ (38) получим

$$M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2} = 4\pi\alpha\,(1-\lambda_1\lambda_2)(\,\delta(\chi_{1-} - \chi_{1+}) - \lambda_1(\chi_{1-} + \chi_{1+}))\,/\,(2\sqrt{\chi_{1-}\chi_{1+}}) . \quad (39)$$

Очевидно, что матричные элементы (39) являются действительными и обращаются в нуль, если спиральности фотонов равны. Все отличные от нуля амплитуды имеют вид:

$$M^-_{-+} = -M^+_{+-} = 2(4\pi\alpha)\sqrt{\chi_{1+}\,/\,\chi_{1-}}\ , \quad M^+_{-+} = -M^-_{+-} = 2(4\pi\alpha)\sqrt{\chi_{1-}\,/\,\chi_{1+}}\ . \quad (40)$$

Введем 2×2 матрицу, построенную из амплитуд (40):

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_{++} & m_{+-} \\ m_{-+} & m_{--} \end{pmatrix}, m_{\pm\pm} = M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2}(\lambda_1 = \pm 1, \lambda_2 = \pm 1).$$

Тогда расчет вероятности процесса аннигиляции сведется к вычислению шпура от произведения следующих матриц:

$$|\,M^{\delta}_{\lambda_1\lambda_2}\,|^2 \to W_1 = \mathrm{Tr}\,(\rho_1\, M_1\, \tilde{\rho}_2\, M_1^{\dagger}), \quad (41)$$

где $\tilde{\rho}_2$ есть матрица, транспонированная к ρ_2. Дифференциальное сечение имеет вид:

$$\frac{d\sigma^{\mu\bar{\mu}\to\gamma\gamma}_{\xi_1\xi_2\delta}}{d\Omega_{k_1}} = \frac{\alpha^2}{8s}\{(1-\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)})R_+ - 2(\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \xi_3^{(1)}\xi_3^{(2)}) - \delta(\xi_2^{(1)} - \xi_2^{(2)})R_-\}, \quad (42)$$

$$R_\pm = \frac{\chi_{1-}^2 \pm \chi_{1+}^2}{\chi_{1-}\chi_{1+}}\, ,\ \chi_{1\pm} = \chi_{2\mp}\, . \quad (43)$$

В случае, когда все частицы неполяризованы, имеем результат, совпадающий с [6] в безмассовом пределе:

$$\frac{d\sigma^{\mu\bar{\mu}\to\gamma\gamma}}{d\Omega_{k_1}} = \frac{\alpha^2}{2s} R_+ .$$

Процесс радиационного рождения пары двумя фотонами

В безмассовом случае матричные элементы процесса

$$\gamma(k_1) + \gamma(k_2) \to \mu^+(q_+) + \mu^-(q_-) + \gamma(k), \quad (44)$$

имеют вид:

$$M^{\lambda\delta}_{\lambda_1\lambda_2} = (4\pi\alpha)^{3/2}\bar{u}_{\,\delta}(q_-)\times$$

$$\times\Bigg[\hat{e}^*_{\lambda}\frac{\hat{q}_- + \hat{k}}{\chi_-}\hat{e}_{\lambda_1}\frac{-\hat{q}_+ + \hat{k}_2}{-\chi_{2+}}\hat{e}_{\lambda_2} + \hat{e}_{\lambda_1}\frac{\hat{q}_- - \hat{k}_1}{-\chi_{1-}}\hat{e}^*_{\lambda}\frac{-\hat{q}_+ + \hat{k}_2}{-\chi_{2+}}\hat{e}_{\lambda_2} +$$

$$+\hat{e}_{\lambda_1}\frac{\hat{q}_- - \hat{k}_1}{-\chi_{1-}}\hat{e}_{\lambda_2}\frac{-\hat{q}_+ - \hat{k}}{\chi_+}\hat{e}^*_\lambda + \hat{e}^*_\lambda\frac{\hat{q}_- + \hat{k}}{\chi_-}\hat{e}_{\lambda_2}\frac{-\hat{q}_+ + \hat{k}_1}{-\chi_{1+}}\hat{e}_{\lambda_1} + \tag{45}$$

$$\left. + \hat{e}_{\lambda_2}\frac{\hat{q}_- - \hat{k}_2}{-\chi_{2-}}\hat{e}^*_\lambda\frac{-\hat{q}_+ + \hat{k}_1}{-\chi_{1+}}\hat{e}_{\lambda_1} + \hat{e}_{\lambda_2}\frac{\hat{q}_- - \hat{k}_2}{-\chi_{2-}}\hat{e}_{\lambda_1}\frac{-\hat{q}_+ - \hat{k}}{\chi_+}\hat{e}^*_\lambda\right] v_\delta(q_+),$$

$$\chi_{1\pm} = 2k_1 q_\pm, \quad \chi_{2\pm} = 2k_2 q_\pm, \quad \chi_\pm = 2kq_\pm \quad \lambda, \lambda_1, \lambda_2, \delta = \pm 1,$$

где $\hat{e}_\lambda, \overline{u}_\delta, v_\delta$ описывают определенные спиральные состояния фотонов и фермионов, для операторов $\hat{e}_{\lambda_i}(k_i)$ будем использовать представление (16)

$$\hat{e}_\lambda(k) = N[\hat{q}_-\hat{q}_+\hat{k}\omega_{-\lambda} - \hat{k}\hat{q}_-\hat{q}_+\omega_\lambda], \quad N = [s_1\chi_-\chi_+/2]^{-1/2},$$

$$\hat{e}_{\lambda_1}(k_1) = N_1[\hat{q}_-\hat{q}_+\hat{k}_1\omega_{-\lambda_1} - \hat{k}_1\hat{q}_-\hat{q}_+\omega_{\lambda_1}], \quad N_1 = [s_1\chi_{1-}\chi_{1+}/2]^{-1/2}, \tag{46}$$

$$\hat{e}_{\lambda_2}(k_2) = N_2[\hat{q}_-\hat{q}_+\hat{k}_2\omega_{-\lambda_2} - \hat{k}_2\hat{q}_-\hat{q}_+\omega_{\lambda_2}], N_2 = [s_1\chi_{2-}\chi_{2+}/2]^{-1/2},$$

$$s_1 = 2q_-q_+, \quad \omega_{\pm\lambda} = (1 \pm \lambda\gamma_5)/2,$$

$$u_\delta = \omega_\delta u, \quad v_\delta = \omega_{-\delta}v, \quad \overline{u}_\delta = \overline{u}\omega_{-\delta}, \quad \overline{v}_\delta = \overline{v}\omega_\delta.$$

Спиральные амплитуды процесса (44) можно представить в виде

$$M^{\lambda\delta}_{\lambda_1\lambda_2} = (4\pi\alpha)^{3/2} NN_1N_2\, s_1^2\, \overline{u}^\delta(q_-)\,\hat{h}\,u^\delta(-q_+) = (4\pi\alpha)^{3/2} NN_1N_2\, s_1^2 \sqrt{s_1}\,(h\, n^*_\delta), \tag{47}$$

где n^*_δ, h 4-векторы: $n^*_\delta = n_1 - i\delta n_2$; n_1 и n_2 4-векторы ортонормированного базиса (3), причем в качестве вспомогательного 4-вектора r выбран вектор 4-импульса конечного фотона k; 4-вектор h имеет вид

$$h = (-\chi_+\, d_0^+ d_1^+ d_2^+ + \chi_-\, d_0^- d_1^- d_2^-)k +$$

$$+ (\chi_{1-}\, d_0^+ d_1^+ d_2^- - \chi_{1+}\, d_0^- d_1^- d_2^+)\, k_1 + \tag{48}$$

$$+ (-\chi_{2+}\, d_0^- d_1^+ d_2^- + \chi_{2-}\, d_0^+ d_1^- d_2^+)k_2,$$

где $d_0^\pm, d_1^\pm, d_2^\pm$ – поляризационные множители:

$$d_0^\pm = 1 \pm \delta\lambda,\; d_1^\pm = 1 \pm \delta\lambda_1,\; d_2^\pm = 1 \pm \delta\lambda_2.$$

Квадрат модуля матричного элемента (47) можно представить в компактной форме

$$|M^{\lambda\delta}_{\lambda_1\lambda_2}|^2 = 8(4\pi\alpha)^3 s_1^4 N^2 N_1^2 N_2^2 \times T_{all}, \tag{49}$$

$$T_{all} = \chi_+\chi_-\,(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda\lambda_1)[\chi_+^2 + \chi_-^2 - \lambda\lambda(\chi_+^2 - \chi_-^2)] +$$

$$+ \chi_{1+}\chi_{1-}(1-\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda\lambda_1)[\chi_{1+}^2 + \chi_2^2 + \lambda\lambda(\chi_{1+}^2 - \chi_{1-}^2)] + \tag{50}$$

$$+ \chi_{2+}\chi_{2-}(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda\lambda_1)[\chi_{2+}^2 + \chi_{2-}^2 + \lambda\lambda(\chi_{2+}^2 - \chi_{2-}^2)].$$

Вероятность процесса (44), просуммированная по поляризациям конечных частиц, вычисляется аналогично вероятности процесса (29) по формуле (33). Соответствующее дифференциальное сечение с учетом частичной поляризации у сталкивающихся фотонных пучков имеет следующее выражение:

$$d\sigma^{\gamma\gamma\to\mu\bar{\mu}\gamma}_{\vec{\xi}_1\vec{\xi}_2} = \frac{\alpha^3 s_1}{2\pi^2 s}\frac{T_{in}}{D}d\Gamma, \quad D = \chi_-\chi_+\chi_{1-}\chi_{1+}\chi_{2-}\chi_{2+}, \tag{51}$$

$$d\Gamma = \frac{d^3q_+}{\varepsilon_+}\frac{d^3q_-}{\varepsilon_-}\frac{d^3k}{\omega}\delta^4(k_1 + k_2 - q_+ - q_- - k),$$

$$T_{in} = (\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \xi_3^{(1)}\xi_3^{(2)})(\chi_{1+}\chi_{2+} + \chi_{1-}\chi_{2-})(\chi_+\chi_- - \chi_{1+}\chi_{1-} - \chi_{2+}\chi_{2-}) +$$
$$+4(\xi_1^{(1)}\xi_3^{(2)} - \xi_3^{(1)}\xi_1^{(2)})(\chi_{1+}\chi_{2+} - \chi_{1-}\chi_{2-})\,E_q -$$
$$-4\xi_1^{(1)}(\chi_+\chi_{2-} - \chi_-\chi_{2+})\,E_q + 4\xi_1^{(2)}(\chi_+\chi_{1-} - \chi_-\chi_{1+})\,E_q +$$
$$+\xi_3^{(1)}(\chi_+\chi_{2-} + \chi_-\chi_{2+})(\chi_+\chi_- - \chi_{1+}\chi_{1-} + \chi_{2+}\chi_{2-}) +$$
$$+\xi_3^{(2)}(\chi_+\chi_{1-} + \chi_-\chi_{1+})(\chi_+\chi_- + \chi_{1+}\chi_{1-} - \chi_{2+}\chi_{2-}) +$$
$$+\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)}[\chi_+\chi_-(\chi_+^2 + \chi_-^2) - \chi_{1+}\chi_{1-}(\chi_{1+}^2 + \chi_{1-}^2) - \chi_{2+}\chi_{2-}(\chi_{2+}^2 + \chi_{2-}^2)] +$$
$$+\chi_+\chi_-(\chi_+^2 + \chi_-^2) + \chi_{1+}\chi_{1-}(\chi_{1+}^2 + \chi_{1+}^2) + \chi_{2+}\chi_{2-}(\chi_{2+}^2 + \chi_{2-}^2),$$

где $E_q = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_1^\mu k_2^\nu q_+^\rho q_-^\sigma = \dfrac{s}{2}[q_+ q_-]_z$.

Процесс двойного комптоновского рассеяния: $\gamma e \to e\gamma\gamma$

В наинизшем порядке по теории возмущений процессу двойного комптоновского рассеяния

$$\gamma(k,\lambda) + e^-(p,\lambda_e) \to e^-(p',\lambda_e) + \gamma(k_1,\lambda_1) + \gamma(k_2,\lambda_2) \tag{52}$$

соответствуют шесть фейнмановских диаграмм, их матричные элементы имеют вид

$$\begin{aligned} M_{\lambda\lambda_e}^{\lambda_1\lambda_2\lambda_e} &= (4\pi\alpha)^{3/2}\bar{u}_{\lambda_e}(p')\times \\ \times &\Bigg[\hat{e}_{\lambda_2}^* \frac{\hat{p}' + \hat{k}_2}{\chi_{2'}} \hat{e}_{\lambda_1}^* \frac{\hat{p} + \hat{k}}{\chi} \hat{e}_\lambda + \hat{e}_{\lambda_1}^* \frac{\hat{p}' + \hat{k}_1}{-\chi_1'} \hat{e}_{\lambda_2}^* \frac{\hat{p} + \hat{k}}{\chi} \hat{e}_\lambda + \\ &+ \hat{e}_{\lambda_2}^* \frac{\hat{p}' + \hat{k}_2}{\chi_2'} \hat{e}_\lambda \frac{\hat{p} - \hat{k}_1}{-\chi_1} \hat{e}_{\lambda_1}^* + \hat{e}_\lambda \frac{\hat{p}' - \hat{k}}{-\chi'} \hat{e}_{\lambda_2}^* \frac{\hat{p} - \hat{k}_1}{-\chi_1} \hat{e}_{\lambda_1}^* + \\ &+ \hat{e}_{\lambda_1}^* \frac{\hat{p}' + \hat{k}_1}{\chi_1'} \hat{e}_\lambda \frac{\hat{p} - \hat{k}_2}{-\chi_2} \hat{e}_{\lambda_2}^* + \hat{e}_\lambda \frac{\hat{p}' - \hat{k}_1}{-\chi_1'} \hat{e}_{\lambda_1}^* \frac{\hat{p} - \hat{k}_2}{-\chi_2} \hat{e}_{\lambda_2}^* \Bigg] u_{\lambda_e}(p), \end{aligned} \tag{53}$$

где $\hat{e}_{\lambda_i}, \bar{u}_{\lambda_e}, u_{\lambda_e}$ описывают определенные спиральные состояния фотонов и фермионов ($\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \delta = \pm 1$), а $\chi = 2kp$, $\chi' = 2kp'$, $\chi_i = 2k_i p$, $\chi'_i = 2k_i p'$. Для операторов $\hat{e}_{\lambda_i}(k_i)$ будем использовать представления группы CALKUL [7]

$$\begin{aligned} \hat{e}_\lambda(k) &= N[\hat{k}\hat{p}'\hat{p}\omega_{-\lambda} - \hat{p}'\hat{p}\hat{k}\omega_\lambda], \quad N = [s_1\chi\chi'/2]^{-1/2}, \\ \hat{e}_{\lambda_1}(k_1) &= N_1[\hat{k}_1\hat{p}'\hat{p}\omega_{-\lambda_1} - \hat{p}'\hat{p}\hat{k}_1\omega_{\lambda_1}], \quad N_1 = [s_1\chi_1\chi_1'/2]^{-1/2}, \\ \hat{e}_{\lambda_2}(k_2) &= N_2[\hat{k}_2\hat{p}'\hat{p}\omega_{-\lambda_2} - \hat{p}'\hat{p}\hat{k}_2\omega_{\lambda_2}], \quad N_2 = [s_1\chi_2\chi_2'/2]^{-1/2}, \\ s_1 &= 2pp', \quad \omega_{\pm\lambda} = (1 \pm \lambda\gamma_5)/2. \end{aligned} \tag{54}$$

С помощью уравнения Дирака матричные элементы (53) можно представить в виде

$$M_{\lambda\lambda_e}^{\lambda_1\lambda_2\lambda_e} = (4\pi\alpha)^{3/2} N\,N_1\,N_2\,s_1^2\,\bar{u}_{\lambda_e}(p')\,\hat{h}\,u_{\lambda_e}(p).$$

Их вычисление сводится к нахождения тривиального шпура, в результате получим

$$M_{\lambda\lambda_e}^{\lambda_1\lambda_2\lambda_e} = (4\pi\alpha)^{3/2} NN_1N_2\,s_1^2\sqrt{s_1}\,(h\,n_{\lambda_e}), \tag{55}$$

где h, n_{λ_e} 4-векторы: $n_{\lambda_e} = n_1 + i\lambda_e n_2$, n_1 и n_2 – 4-векторы ортонормированного базиса (3); 4-вектор h имеет вид

$$\begin{aligned} h &= (\chi_+\,d_0^+ d_1^+ d_2^+ + \chi'\,d_0^- d_1^- d_2^-)k + \\ &+ (\chi_1\,d_0^- d_1^- d_2^+ + \chi'_1\,d_0^+ d_1^+ d_2^-)\,k_1 + \end{aligned} \tag{56}$$

$$+(\chi_2 d_0^- d_1^+ d_2^- + \chi'_2 d_0^+ d_1^- d_2^+) k_2 ,$$

где $d_0^\pm, d_1^\pm, d_2^\pm$ – поляризационные множители: $d_0^\pm = 1 \pm \lambda_e \lambda, d_1^\pm = 1 \pm \lambda_e \lambda_1, d_2^\pm = 1 \pm \lambda_e \lambda_2$. Квадрат модуля матричного элемента (55) может быть представлен в виде:

$$|M_{\lambda_1\lambda_2}^{\lambda\delta}|^2 = 8(4\pi\alpha)^3 s_1^4 N^2 N_1^2 N_2^2 \times T_{all} , \tag{57}$$

$$\begin{aligned} T_{all} &= \chi\chi'(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda\lambda_1)[\chi^2 + \chi'^2 + \lambda\lambda_e(\chi'^2 - \chi^2)] + \\ &+ \chi_1\chi'_1(1-\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda\lambda_1)[\chi_1^2 + \chi_1'^2 + \lambda\lambda_e(\chi_1^2 - \chi_1'^2)] + \\ &+ \chi_2\chi'_2(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda\lambda_1)[\chi_2^2 + \chi_2'^2 + \lambda\lambda_e(\chi_2^2 - \chi_2'^2)]. \end{aligned} \tag{58}$$

Введем 2×2 матрицу, построенную из амплитуд (55):

$$M = \begin{pmatrix} m_+^* m_+ & m_+^* m_- \\ m_-^* m_+ & m_-^* m_- \end{pmatrix}, m_\pm = M_{\lambda\lambda_e}^{\lambda_1\lambda_2\lambda_e} (\lambda = \pm 1).$$

Тогда расчет вероятности процесса (52) в случае частично поляризованных начальных фотонных пучков сведется к вычислению шпура от произведения следующих матриц:

$$|M_{\lambda\lambda_e}^{\lambda_1\lambda_2\lambda_e}|^2 \to W = Tr(\rho M),$$

где $\rho = \rho(k)$ – поляризационная матрица плотности начального фотона, (23). В результате для случая, когда начальный электронный пучок является полностью поляризованным, а фотонный пучок поляризован лишь частично, для дифферен-циального сечения процесса двойного комптоновского рассеяния, просуммированного по поляризациям конечных частиц, имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Gamma_\gamma} &= \frac{1}{2}\frac{\alpha^3}{2\pi^2\chi D}(\chi\chi'(\chi^2 + \chi'^2) + \chi_1\chi_1(\chi_1^2 + \chi_1^2) + \chi_2\chi_2(\chi_2^2 + \chi_2^2) + \\ &+ 4\xi_1 B(\chi_1\chi_2 - \chi_2\chi_1) - \xi_3(\chi_1\chi_2 + \chi_2\chi_1)(\chi\chi' - \chi_1\chi_1 - \chi_2\chi_2) + \\ &+ \lambda_e\xi_2[\chi\chi'(\chi'^2 - \chi^2) + \chi_1\chi_1(\chi_1^2 - \chi_1^2) + \chi_2\chi_2(\chi_2^2 - \chi_2^2)]), \end{aligned} \tag{59}$$

$$d\Gamma_\gamma = \frac{d^3p'}{\varepsilon'}\frac{d^3k_1}{\varepsilon_1}\frac{d^3k_2}{\varepsilon_2}\delta^4(p + k - p' - k_1 - k_2),$$

где множитель $1/2$ учитывает факт тождественности фотонов в конечном состоянии, ξ_1, ξ_2, ξ_3 – параметры Стокса начального фотона, λ_e – спиральность начального электрона. Величины B и D в (59) имеют вид: $B = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_2^\mu k_1^\nu p^\rho p'^\sigma$, $D = \chi\chi'\chi_1\chi_{1'}\chi_2\chi_{2'}$.

Заключение

В настоящей работе в ультрарелятивистском безмассовом случае проведен расчет дифференциальных сечений процессов КЭД $\gamma e \to \gamma e$, $\mu^+\mu^- \to \gamma\gamma$, $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-$, $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-\gamma$, $\gamma e \to e\gamma\gamma$ (второго и третьего порядка по теории возмущений) с участием частично поляризованных фотонов на основе последовательного использования метода вычисления матричных элементов (спиральных амплитуд) в ДСБ. В отличие от других стандартных методов используемый подход позволяет представить амплитуды процессов только через скалярные произведения 4-импульсов частиц, участвующих в реакциях и их поляризационные множители. Они имеют компактный вид даже в случае процессов третьего порядка, что свидетельствует о высокой эффективности используемого подхода. Для описания частично поляризованных фотонных пучков использован формализм поляризационной матрицы плотности, выраженной через параметры Стокса. Расчеты процессов второго порядка имеют скорее методический характер. Расчет матричных элементов (спиральных амплитуд) процессов третьего порядка является оригинальным, также как и расчет вероятности соответствующих процессов, в случае, когда все участвующие в процессах частицы являются полностью спирально поляризованными. Поскольку процессы $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-\gamma$ и $\gamma e \to \gamma\gamma e$ являются калибровочными для γе- и $\gamma\gamma$-коллайдеров, то полученные для них дифференциальные сечения могут быть использованы для калибровки светимостей фотонных коллайдеров и измерения поляризаций фотонных пучков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галынский, М.В. К расчету матричных элементов в диагональном спиновом базисе / М.В. Галынский, С.М. Сикач // Сб. науч. тр. / Ин-т физики АН БССР. – Минск, 1986. – Вып. 2: Ковариантные методы в теоретической физике. – С. 121–126.

2. Расчет амплитуд и дифференциальных сечений процессов $e^{\pm}e^{-} \to e^{\pm}e^{-}\gamma$ в ультрарелятивистском случае / М.В. Галынский [и др.] // ЖЭТФ. – 1989. – Т. 95, № 6. – С. 1921–1928.

3. Галынский, М.В. Диагональный спиновый базис и расчет процессов с участием поляризованных частиц / М.В. Галынский, С.М. Сикач // ЭЧАЯ. – 1998. – Т. 29, № 5. – С. 1133–1193.

4. Сикач, С.М. Матричные элементы диагональных амплитуд / С.М. Сикач // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1984. – № 2. – С. 84–93.

5. Федоров, Ф.И. Группа Лоренца / Ф.И. Федоров. – М. : Наука, 1979. – 384 с.

6. Берестецкий, В.Б. Квантовая электродинамика / В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – М. : Наука, 1989. – 724 с.

7. Berends, F. Helicity amplitudes for massless QED / F. Berends [et al.] // Phys. Lett. B. – 1981. – Vol. 105, № 2–3. – P. 215–218.

8. Bartos, E. Calibration processes for photon-photon colliders / E. Bartos [et al.] // Nucl. Phys. B. – 2004. – Vol. 676, № 1–2. – P. 481–490.

9. Bartos, E. The lowest order inelastic QED processes at polarized photon-electron high energy collisions / E. Bartos [et al.] // Nucl. Phys. B. – 2004. – Vol. 676, № 1–2. – P. 390–398.

M.V. Galynskii, E.A. Kuraev. **About the Calculation of Differential Sections of the Processes of Quantum Plectrodynamics with Participation of Partially Polarized Photons in the Diagonal Spin Basis**

In ultrarelativistic massless case the differential sections of the processes of quantum electrodynamics $\gamma e \to \gamma e$, $\mu^+\mu^- \to \gamma\gamma$, $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-$, $\gamma\gamma \to \mu^+\mu^-\gamma$, $\gamma e \to e\gamma\gamma$ with participation of partially polarized photons on the basis of calculation method of spiral amplitudes in diagonal spin basis are calculated. For the description of partially polarized photon bunches the formalism of a matrix of the density expressed through the Stokes parameters is used.