УДК 372.016:53

А. И. СЕРЫЙ
Брест, БрГУ

ФУНКЦИИ ГРИНА В РАЗЛИЧНЫХ РАЗДЕЛАХ ФИЗИКИ

Функция Грина (ФГ) – неотъемлемое понятие многочисленных разделов современной теоретической и математической физики, что видно по таким современным изданиям, как [1; 2]. Поэтому возникает необходимость в систематизации учебного материала по данному вопросу. Следуя принципу «все познается в сравнении», рассмотрим примеры сравнительных таблиц, составленных на основе данных из литературы.

Таблица 1 – Общее сравнение ФГ в различных областях физики [3, с. 536–538].

область физики	математическая физика	квантовая теория поля (КТП)	статистическая физика
1	2	3	4
математическая сущность	задает ядро интегрального оператора, обратного к дифференциальному оператору линейного дифференциального ур-ния	среднее по вакууму от хронологич. произведения операторов полей	обобщение временной корреляционной функции
применение	решение задач математической физики	анализ движения частиц и состояния полей	вычисление наблюдаемых для квантовых систем многих частиц
физический смысл	отклик в точке x системы, описываемой дифференциальным уравнением, на единичный точечный источник в точке x'.	у разных видов функции Грина разный физический смысл	

1	2	3	4
простейшая формула	$Lu(x) = f(x) \Rightarrow$ $L_x G(\Delta x) = \delta(\Delta x), \Delta x = x - x'$	$L\Psi(x) = 0 \Rightarrow$ $L_x G(\Delta x) = \delta(\Delta x)$	формула сложна изначально
причинная ФГ	функция источника	причинная связь процессов рождения и уничтожения частиц	не имеет столь простого физического смысла

Таблица 2 – Виды ФГ в диаграммной технике статистической физики [3, с. 538]

ФГ	причинная	мацубаровская (температурная)
связь с теорией возмущений (ТВ)	при $T = 0$	при $T \neq 0$
представление	Гейзенберга	Мацубары
время	вещественное	мнимое: $-i\tau \in [-\frac{i}{kT};0]$

Таблица 3 – Различие между ВФ в квантовой механике (КМ) и ФГ в КТП

функция	используется в	описание частицы
волновая	КМ, КТП	реальной (на массовой поверхности)
Грина (пропагатор, функция распространения)	КТП	виртуальной (вне массовой поверхности)

Таблица 4 – ФГ в КТП в случае 1 и многих частиц [3, с. 537]

раздел	1 частица, скалярное поле	много частиц
ВФ	$u(x)\|0\rangle$	$\prod_i u_i(x)\|0\rangle$
определение ФГ	$D^C(x - x') = \langle 0\|Tu(x)u(x')\|0\rangle$, $(\Box - m^2)D^C(x) = -\delta(x)$	$G_n(x_1,...,x_n) = \frac{\langle 0\|T\{\prod_i u_i(x_i)S\}\|0\rangle}{\langle 0\|S\|0\rangle}$
специальные названия ФГ	причинная; 1-частичная (двухточечная); пропагатор (функция распространения)	многочастичная; n-точечная; полная
примечания	поля свободные	в перенормированной ТВ есть все радиационные поправки
др. функции, связан. с ФГ	1) перестановочная функция Паули-Йордана и ее частотн. компоненты; 2) запаздывающ. и опережающ. ФГ	1) связные ФГ; 2) сильносвязн. ФГ; 3) функциональный интеграл

Таблица 5 – Аналогия между ФГ в статистической физике и КТП [3, с. 538]

раздел	КТП	статистическая физика
1	2	3
запаздывающая (ret) ФГ	$D^{ret} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{d^4k \exp(-ikx)}{m^2 - k^2 - 2ik_0\varepsilon}$, $\varepsilon \to +0$	$G^{ret}(t - t') = \frac{\theta(t - t')}{i\hbar} < [A(t), B(t')] >$

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>опережающая (adv) ФГ</td><td>$D^{adv} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{d^4k\exp(-ikx)}{m^2 - k^2 + 2ik_0\varepsilon}$,
$\varepsilon \to +0$</td><td>$G^{adv}(t - t') = \frac{\theta(t' - t)}{-i\hbar} < [A(t), B(t')] >$</td></tr>
<tr><td>усреднение</td><td>по нижнему, вакуумному состоянию</td><td>по большому каноническому распределению Гиббса</td></tr>
<tr><td>представление</td><td>чисел заполнения</td><td>Гейзенберга или Мацубары</td></tr>
<tr><td>причинная ФГ</td><td>$D^{C} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{d^4k\exp(-ikx)}{m^2 - k^2 - i\varepsilon}$,
$\varepsilon \to +0$</td><td>$G^{C}(t - t') = \frac{\theta(t - t')}{i\hbar} < TA(t), B(t') >$</td></tr>
<tr><td>т-ра</td><td>$T = 0$ К</td><td>$T \neq 0$ К</td></tr>
<tr><td rowspan="2">диаграммная техника</td><td>Фейнмана</td><td>Мацубары</td></tr>
<tr><td colspan="2">(с понятиями собственно-энергетической части и вершинной функции)</td></tr>
</table>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левитов, Л.С. Функции Грина. Задачи и решения / Л.С. Левитов, А.В. Шитов // М.: Физматлит, 2003. – 392 с.

2. Полянин, А.Д. Справочник по линейным дифференциальным уравнениям / А.Д. Полянин // М.: Физматлит, 2001. – 576 с.

3. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. Ред. кол. Д.М. Алексеев [и др]. // М.: Сов. энциклопедия, Т. I. Ааронова–Бома эффект – Длинные линии. 1988. – 704 с., ил.