

УДК 33+53+517

**А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ**

Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

## **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ И ФИЗИКЕ**

Задачи на применение операций дифференцирования и интегрирования широко распространены в экономике, физике и других дисциплинах, которые входят в учебные планы различных специальностей. Вместе с тем, следует отметить, что внимание, уделяемое вопросам сходства математического описания явлений совершенно разной природы, не всегда можно признать достаточным. В частности, это относится к вопросам использования указанных операций в экономике и физике (в том числе в задачах на нахождение условного экстремума).

В связи с этим представляется интересным систематизировать основные сведения о некоторых примерах из указанных предметных областей. В соответствии с принципом «все познается в сравнении», это может быть выполнено в виде сравнительных таблиц 1, 2, представленных ниже.

**Таблица 1 – Примеры задач на условный экстремум в экономике и физике**

Дисциплина	Экономика [1, с. 219–220]	Физика [1, с. 221]
1.1. Исходные данные	объем продукции пропорционален (с коэффициентом 5) количеству рабочих и количеству сырья	источник света и наблюдатель расположены, соответственно, на расстояниях $a$ и $b$ от зеркальной плоскости
1.2. Требуется получить экстремум	для объема производства (максимум)	для длины траектории луча (минимум)

2.1. Также известно, что (для уравнения связи)	ежемесячные ассигнации фирмы на производство – 100 у.е., при этом средняя зарплата на фирме – 2 у.е., стоимость единицы сырья – 1 у.е.	луч попадает к наблюдателю после отражения от поверхности
2.2. Что нужно найти с учетом п. 1.2	количество рабочих $K$ и количество сырья $C$	соотношение между углом падения $\alpha$ и углом отражения $\beta$ луча от плоскости
3.1. В стационарной точке	$K = 25, C = 50, \lambda = -0,125$	$-\lambda = \sin \alpha = \sin \beta$
3.2. При этом $d^2L$	$-20dK^2 < 0$ (что соответствует максимуму)	$ad\alpha^2/\cos \alpha + bd\beta^2/\cos \beta > 0$ (что соответствует минимуму, так как $0 < \gamma < \pi/2, \gamma = \alpha, \beta$ )
3.3. Ответ	25 рабочих и 50 единиц сырья	$\alpha = \beta$ (закон Снеллиуса)

Подробные решения этих задач см., например, в [1, с. 219–221].

Таблица 2 – Простые примеры интегрирования и дифференцирования

Дисциплина	Экономика	Физика
Вычисление интеграла	<p>а) если <math>f(t)</math> – сила роста (при непрерывном начислении процентов) как функция времени <math>t</math>, <math>P</math> – начальная сумма, то сумма <math>S</math> через <math>n</math> лет равна <math>S = P \exp\left(\int_0^n f(t)dt\right)</math> [2, с. 26];</p> <p>б) если <math>p(y)</math> – зависимость цены реализуемой продукции от ее объема <math>y</math> (кривая спроса), <math>t_0</math> – начальный момент времени <math>t</math>, <math>k</math> – коэффициент пропорциональности, то в модели роста в условиях конкурентного рынка справедливо соотношение <math>\int_{y_0}^y dy/(yp(y)) = k(t - t_0)</math> [3, с. 20]</p>	<p>а) если <math>v(t)</math> – путевая скорость материальной точки как функция времени <math>t</math>, то пройденный путь <math>s = \int v(t)dt</math>;</p> <p>б) если <math>\rho(\vec{r})</math> – плотность электрического заряда в точке, радиус-вектор которой <math>\vec{r}</math>, то полный электрический заряд в объеме <math>V</math> равен <math>q = \int_V \rho(\vec{r})d^3\vec{r}</math></p>
Взятие производной	если $p(t)$ – цена на товар, то тенденция формирования цены равна $dp/dt$ [4, с. 10]	если $\varphi$ – потенциал электростатического поля, направленного вдоль оси $x$ , то напряженность поля $E = -d\varphi/dx$ [5, с. 76]

Данные таблицы могут быть полезными студентам тех специальностей, на которых изучаются физика и экономические дисциплины.

### **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Власов, В. Г. Конспект лекций по высшей математике / В. Г. Власов. – М. : Айрис, 1996. – 228 с.
2. Ишханян, М. В. Сложные проценты: учеб. пособие / М. В. Ишханян, Л. В. Кекух – М.: РУТ(МИИТ), 2018. – 75 с.
3. Коврижных, А. Ю. Дифференциальные и разностные уравнения : учеб. пособие / А. Ю. Коврижных, О. О. Коврижных. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 148 с.
4. Некоторые приложения обыкновенных дифференциальных уравнений в экономике : методические указания для студентов направления 38.03.01 «Экономика» всех форм обучения / Вологодский гос. ун-т ; сост. О. В. Авдеева, О. И. Микрюкова. – Вологда : ВоГУ, 2015. – 43 с.
5. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3 : Электричество. – 688 с.