УДК 372.852

А. И. СЕРЫЙ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ РАЙОННЫХ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД

Рассмотрим избранные задачи, предложенные участникам вторых этапов республиканских олимпиад по астрономии среди учащихся общеобразовательных школ в 2016, 2019 и 2020 годах. Необходимые теоретические сведения можно найти в [1, с. 6, 18, 28, 37, 59]. Данный материал может быть использован на занятиях по математике, физике, астрономии.

Задача 1. (О наблюдении восхода Солнца).

Предположим, что два юных астронома-любителя в безоблачную погоду в день равноденствия наблюдают восход Солнца, находясь на одной и той же параллели с широтой $\phi = 52^{\circ}12'$, причем каждому из них удалось найти подходящий для наблюдений открытый участок местности, где к тому же действует мобильная связь. Первый астроном находится вблизи г. Дрогичин (долготу астронома принять равной $\lambda_1 = 25^{\circ}10'$), второй – вблизи г. Жабинка (долготу астронома принять равной $\lambda_2 = 24^{\circ}00'$). Они договорились, что «дрогичинский» отправляет «жабинковскому» СМС, когда с его точки зрения на линии горизонта оказывается нижний край солнечного диска (т.е. в момент окончания восхода), а «жабинковский» отправляет «дрогичинскому» СМС, когда с его точки зрения на линии горизонта оказывается верхний край солнечного диска (т.е. в момент начала восхода).

А. Кто первым отправит «СМС» и на сколько минут и секунд раньше? При расчетах учитывайте, что значение атмосферной рефракции вблизи горизонта $\rho = 35'$, видимый угловой радиус Солнца $R_{Sun} = 16'$.

Б. В каком направлении вдоль указанной параллели и на сколько километров должен сместиться «жабинковский» наблюдатель, чтобы «СМС» были отправлены одновременно? При расчетах учитывайте, что одному градусу географической долготы, на которой находится наблюдатель, соответствует расстояние, равное $L_0 \cos\varphi$, где L_0 = 111 км, φ – географическая широта пункта, из которого ведутся наблюдения.

В обоих случаях пренебрегайте возможными поправками, связанными с различными значениями высоты точек наблюдения над уровнем моря.

◄ А. В момент начала восхода «видимое» положение центра солнечного диска находится ниже горизонта на величину видимого углового радиуса Солнца, а в момент окончания восхода – выше горизонта на такую же величину. Тогда, учитывая, что в день равноденствия склонение Солнца $\delta_{Sun} = 0$, для соответствующих значений часового угла центра солнечного диска (t' – начало восхода, t'' – конец восхода) и для продолжительности восхода Δt получим:

$$t' = -arccos\left(cos\left(90^\circ + \rho + R_{Sun}\right)/cos\,\phi\right), \tag{1}$$

$$t'' = -arccos\left(cos\left(90^\circ + \rho - R_{Sun}\right)/cos\,\phi\right), \tag{2}$$

$$\Delta t = t'' - t'. \tag{3}$$

Подставляя приведенные в условии значения, получаем $\Delta t \approx 3^m 29^s$.

Поскольку наблюдатели находятся на одной широте, то все три формулы для них выглядят одинаково. Однако для наблюдателя, находящегося в более западной точке (т.е. для «жабинковского»), часовой угол центра солнечного диска примет значение t' в более поздний момент времени по сравнению с наблюдателем у Дрогичина. Данный промежуток времени определяется разностью географических долгот двух наблюдателей, которую удобно выразить в часовой мере:

$$\Delta T = \lambda_1 - \lambda_2 = 4^m 40^s. \tag{4}$$

Таким образом, $\Delta T - \Delta t = 1^m 11^s$, т. е. наблюдатель из Дрогичина отправит СМС раньше на 1 минуту 11 секунд.

Б. Для того, чтобы СМС были отправлены одновременно, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\lambda_1 - \lambda_2' = \Delta t, \qquad (5)$$

где λ_2' – новое значение долготы для «жабинковского» наблюдателя. Легко видеть, что разность между прежним и новым значением долготы равно

$$\lambda_2' - \lambda_2 = \Delta T - \Delta t. \qquad (6)$$

Переводя найденное выше значение правой части в градусную меру, а затем в длину, получим

$$\Delta L = \left(1^m 11^s / 24^h\right) \cdot 360^\circ \cdot \left(111\,км \cdot \cos\left(52^\circ 12'\right) / 1^\circ\right) \approx 20\,км. \qquad (7)$$

На такое расстояние к востоку необходимо сместиться «жабинковскому» наблюдателю, в результате чего он становится «кобринским».

Ответ: А. Наблюдатель из Дрогичина отправит СМС раньше на 1 минуту 11 секунд. Б. Наблюдателю из Жабинки необходимо сместиться к востоку примерно на 20 км. ►

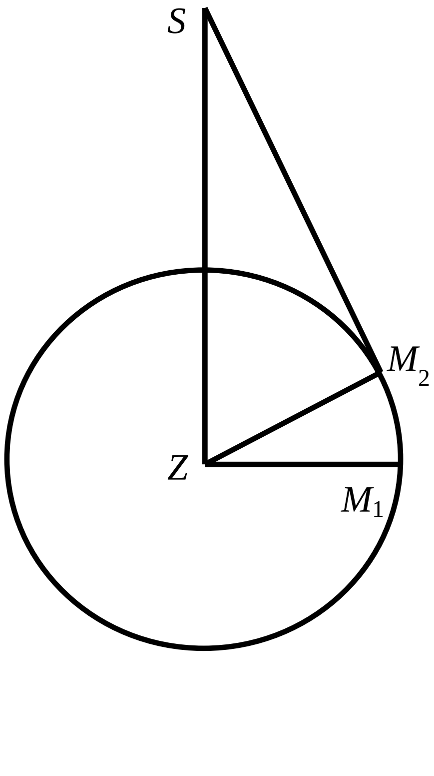

Рисунок – Положения Луны в различные моменты времени

Задача 2. (О движении Луны). На рисунке (пропорции не выдержаны) точка S соответствует положению Солнца, точка Z – положению Земли, точки M_1 и M_2 – положению Луны в разные моменты времени, причем $\angle SZM_1 = \angle SM_2Z = 90^\circ$. Найдите промежуток времени t, за который Луна переместится из положения M_1 в положение M_2. Орбиту Луны относительно Земли и орбиту Земли относительно Солнца считайте круговыми, движения Луны и Земли по своим орбитам – равномерными, расстояние от Земли до Луны R = 4,0·10^5 км, расстояние от Земли до Солнца a =1,5·10^8 км. Значение какого периода более подходящее для данной задачи – синодического (T_1 = 29,53 сут) или сидерического (T_2 = 27,32 сут)?

◀ Поскольку система координат привязана к Земле и Солнцу, то следует использовать синодический период T_1. Тогда, обозначая $\angle M_1ZM_2 = \beta$, получаем соотношение:

$$t/T_1 = \beta/(2\pi). \quad (8)$$

С другой стороны, $\angle SZM_2 = \pi/2 - \beta$. Тогда из рисунка видно, что

$$\cos(\pi/2 - \beta) = \sin\beta = R/a. \quad (9)$$

Поскольку отношение R/a мало, то можно приближенно записать $\sin\beta \approx \beta$, и тогда получаем

$$t = T_1 R/(2\pi a) \approx 18 \text{ мин.} \quad (10)$$

Ответ: $t \approx 18$ мин. ▶

Задача 3. (О расстоянии между звездами).

Найдите расстояние r (в парсеках) между звездами α Большой Медведицы ($\alpha_1 = 11^h04^m, \delta_1 = 61^\circ45'$) и β Пегаса ($\alpha_2 = 23^h04^m, \delta_2 = 28^\circ05'$), если годичные параллаксы этих звезд равны, соответственно, $\pi_1 = 0{,}02654''$, $\pi_2 = 0{,}01637''$.

◀ Можно воспользоваться теоремой косинусов

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\theta}, \quad (11)$$

где θ – угловое расстояние между звездами, r_1 и r_2 – расстояния до каждой из них. Таким образом, задача сводится к нахождению величин θ, r_1 и r_2.

Для нахождения θ учтем, что $\alpha_2 - \alpha_1 = 12^h00^m$, а это означает, что обе звезды находятся на одном и том же большом круге, проходящем через северный полюс мира, причем по разные стороны от северного полюса мира. Тогда для нахождения θ достаточно сложить соответствующие полярные расстояния p_1 и p_2. В результате получаем

$$\theta = p_1 + p_2 = 90^\circ - \delta_1 + 90^\circ - \delta_2 = 180^\circ - (\delta_1 + \delta_2) = 90^\circ10'. \quad (12)$$

Расстояния r_1 и r_2 (в парсеках) легко найти по их годичным параллаксам. В результате получаем

$$r_1 = 1/\pi_1 = 37{,}68 \text{ пк}, \; r_2 = 1/\pi_2 = 61{,}09 \text{ пк}. \quad (13)$$

Подставляя полученные результаты в первоначальное соотношение, выражающее теорему косинусов, получаем $r = 71{,}87$ пк. Отметим, что если принять во внимание, что угол θ близок к прямому, и вместо теоремы косинусов приближенно воспользоваться теоремой Пифагора

$$r \approx \sqrt{r_1^2 + r_2^2}, \quad (14)$$

то получим $r \approx 71{,}78$ пк (результат, мало отличающийся от предыдущего).

Ответ: $r = 71{,}87$ пк (с применением теоремы косинусов); $r = 71{,}78$ пк (с применением теоремы Пифагора). ▶

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клищенко, А. П. Астрономия: учеб. пособие / А. П. Клищенко, В. И. Шупляк – М. : Новое знание, 2004. – 224 с.