УДК 539.171

А. И. СЕРЫЙ, А. П. СУЛИМ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ОБ УРАВНЕНИИ БЕТА-РАВНОВЕСИЯ ХОЛОДНОГО ЭЛЕКТРОННО-ПРОТОННОГО ВЕЩЕСТВА С УЧЕТОМ ПОТЕНЦИАЛА РИДА

Задача о нахождении бета-равновесных концентраций нейтронов и протонов (а также электронов) электронейтрального электронно-нуклонного вещества выше порога нейтронизации водорода находит различные приложения в астрофизике [1, с. 270–272].

В [2, с. 70–72] были получены значения концентраций протонов $n_p \sim 10^{30}$ см$^{-3}$ и $n_p \sim 10^{38}$ см$^{-3}$, соответствующие порогу нейтронизации вырожденного водорода, где учитывались обменная поправка к энергии кулоновского взаимодействия электронов и протонов, а также ядерная энергия межнуклонного взаимодействия. Последняя описывалась потенциалом Рида, усредненным по относительному расположению пары нуклонов с учетом того, что среднее расстояние между протонами пропорциональна $n_p^{-1/3}$ (n_p – концентрация протонов), а концентрация нейтронов $n_n = 0$.

В данной работе при учете тех же взаимодействий будем искать значения n_p и n_n, соответствующих бета-равновесию. Запишем уравнение бета-равновесия в общем виде (E_{Fi} $(i = e, p, n)$ – химические потенциалы):

$$E_{Fe} + E_{Fp} = E_{Fn}. \tag{1}$$

При этом E_{Fi} в отсутствие спиновой поляризации выражаются по формулам (с учетом $n_p = n_e$)

$$E_{Fe} = \left(m_e^2 c^4 + \left(3\pi^2 \hbar^3 n_p\right)^{2/3} c^2\right)^{1/2} - \frac{e^2}{\pi}\left(3\pi^2 n_p\right)^{1/3}, \tag{2}$$

$$E_{Fp} = \frac{\left(3\pi^2 n_p\right)^{2/3} \hbar^2}{2m_p} + m_p c^2 + \frac{1}{4}\overline{U}_S\left(n_p\right) + \frac{1}{4}\overline{U}_S\left(n_n\right) + \frac{3}{4}\overline{U}_T\left(n_n\right) - \frac{e^2}{\pi}\left(3\pi^2 n_p\right)^{1/3}, \tag{3}$$

$$E_{Fn} = m_n c^2 + \frac{\left(3\pi^2 n_n\right)^{2/3} \hbar^2}{2m_n} + \frac{1}{4}\overline{U}_S\left(n_n\right) + \frac{1}{4}\overline{U}_S\left(n_p\right) + \frac{3}{4}\overline{U}_T\left(n_p\right). \tag{4}$$

При этом m_i $(i = e, p, n)$ – соответствующие массы. В (3) и (4) учтены статистические веса триплетного и синглетного состояний пары нуклонов, а также равенство нулю энергии ядерного взаимодействия двух тождественных нуклонов в триплетном состоянии.

Легко видеть, что при подстановке (2)–(4) в (1) синглетные составляющие $\overline{U}_S(n_n)$ и $\overline{U}_S(n_p)$ в обеих частях получаемого уравнения взаимно уничтожаются, поэтому остается учесть только триплетные составляющие $\overline{U}_T(n_n)$ и $\overline{U}_T(n_p)$. Обобщая результат, полученный в [2, с. 71] для энергии отдельного нейтрона в протонном газе, также на энергию триплетного состояния отдельного протона в нейтронном газе, запишем:

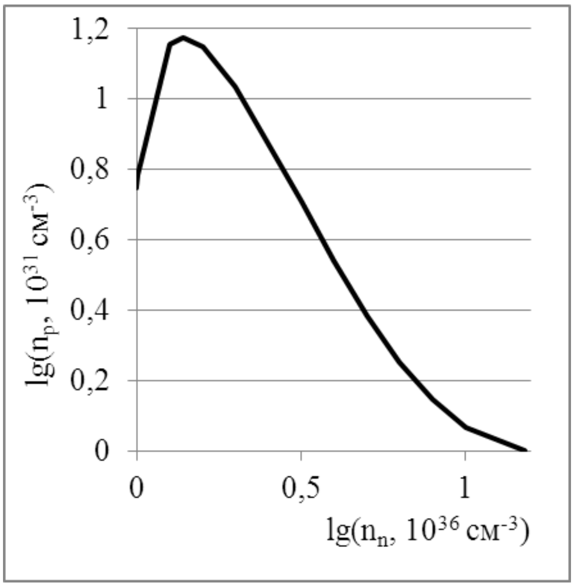
$$\overline{U}_T(n_k) = \frac{4\pi n_k}{\mu^3}\sum_{j=0}^{3}\left(1-\left(1+\alpha_j\mu\nu n_k^{-1/3}\right)\exp\left(-\alpha_j\mu\nu n_k^{-1/3}\right)\right)\frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2},\ k = p, n,$$
$$\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 6. \qquad (5)$$

При этом $\mu = 0{,}7$ фм$^{-1}$, $\tilde{U}_0 = -10{,}463$ МэВ, $\tilde{U}_1 = 105{,}468$ МэВ, $\tilde{U}_2 = -3187{,}8$ МэВ, $\tilde{U}_3 = 9924{,}3$ МэВ [3, с. 230], а значение ν выбирается порядка единицы. Полагаем, что при пространственном усреднении тензорная и спин-орбитальная части потенциала Рида обращаются в ноль.

С учетом (2)–(5) уравнение (1) принимает вид:

$$\left(m_e^2c^4 + \left(3\pi^2\hbar^3 n_p\right)^{2/3}c^2\right)^{1/2} - \frac{2e^2}{\pi}\left(3\pi^2 n_p\right)^{1/3} + \frac{\left(3\pi^2 n_p\right)^{2/3}\hbar^2}{2m_p} + m_pc^2 +$$
$$+\frac{3\pi n_n}{\mu^3}\sum_{j=0}^{3}\left(1-\left(1+\alpha_j\mu\nu n_n^{-1/3}\right)\exp\left(-\alpha_j\mu\nu n_n^{-1/3}\right)\right)\frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2} = m_nc^2 + \frac{\left(3\pi^2 n_n\right)^{2/3}\hbar^2}{2m_n} +$$
$$+\frac{3\pi n_p}{\mu^3}\sum_{j=0}^{3}\left(1-\left(1+\alpha_j\mu\nu n_p^{-1/3}\right)\exp\left(-\alpha_j\mu\nu n_p^{-1/3}\right)\right)\frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2}. \qquad (6)$$

Уравнение (6) относительно n_n при заданных n_p (либо относительно n_p при заданных n_n) решается численно. Для проверки чувствительности решений к значению параметра ν будем менять значение ν в пределах от 1 до 10. Результаты представлены на рисунках 1 (для $\nu = 1$) и 2 (для $\nu = 10$); вид каждой кривой при $\nu = 1$ и $\nu = 10$ качественно не меняется.



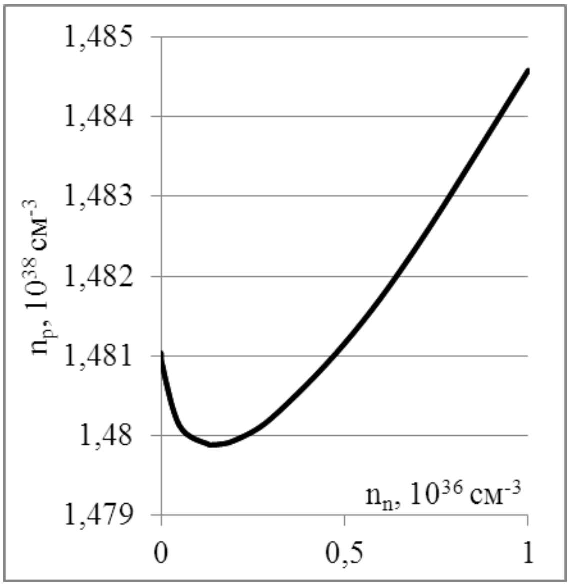


Рисунок 1 – Решения при малых n_p Рисунок 2 – Решения при больших n_p

Для основной ветви решений: а) порогу нейтронизации соответствует $n_p \approx 7{,}4688 \cdot 10^{30}$ см$^{-3}$ для $\nu = 1$ и $\nu = 10$; б) значение $n_p^{\max} \approx 1{,}1731 \cdot 10^{31}$ см$^{-3}$ достигается при $n_n \approx 1{,}41 \cdot 10^{35}$ см$^{-3}$ для $\nu = 1$ и $\nu = 10$; в) полной нейтронизации ($n_p \to +0$) соответствует значение $n_n^{\max} \approx 1{,}1796 \cdot 10^{36}$ см$^{-3}$ для $\nu = 1$ и $n_n^{\max} \approx 1{,}1822 \cdot 10^{36}$ см$^{-3}$ для $\nu = 10$. Для побочной ветви решений: а) порогу нейтронизации соответствует $n_p \approx 1{,}3658 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$ для $\nu = 1$ и $n_p \approx 1{,}4810 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$ для $\nu = 10$; б) значение $n_n \approx 1{,}4 \cdot 10^{35}$ см$^{-3}$ достигается при $n_p^{\min} \approx 1{,}3648 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$ для $\nu = 1$ и $n_p^{\min} \approx 1{,}4799 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$ для $\nu = 10$; в) при $n_n = 1 \cdot 10^{37}$ см$^{-3}$ получается $n_p = 1{,}4584 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$ для $\nu = 1$ и $n_p = 1{,}5832 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$ для $\nu = 10$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др.]. – М. : Большая рос. энцикл., 1992. – Т. 3 : Магнитноплазменный – Пойнтинга теорема. – 672 с.

2. Серый, А. И. О расчете порога нейтронизации холодного электронно-протонного вещества с учетом потенциала Рида / А. И. Серый, А. П. Сулим // Научные и методические аспекты преподавания физико-математических дисциплин в высшей школе : сб. материалов науч.-практ. семинара, Брест, 13–14 мая 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. В. С. Секержицкого. – Брест : БрГУ, 2021. – С. 70–72.

3. Браун, Дж. Е. Нуклон-нуклонные взаимодействия : пер. с англ. / Дж. Е. Браун, А. Д. Джексон. – М. : Атомиздат, 1979. – 248 с.