УДК 539.171

А. И. СЕРЫЙ, А. П. СУЛИМ
Брест, БрГУ

О РАСЧЕТЕ ПОРОГА НЕЙТРОНИЗАЦИИ ХОЛОДНОГО ЭЛЕКТРОННО-ПРОТОННОГО ВЕЩЕСТВА С УЧЕТОМ ПОТЕНЦИАЛА РИДА

Задача о нахождении значения концентрации протонов (и электронов), которое соответствует порогу нейтронизации электронно-протонного вещества, находит различные приложения в астрофизике. При ее исследовании в рамках модели ферми-газов учитываются, например, такие составляющие энергии взаимодействия, ядерная энергия межнуклонного взаимодействия и обменная поправка к энергии кулоновского взаимодействия электронов и протонов. В частности, в публикациях [1, с. 30–43; 2, с. 130–132] и других ядерное взаимодействие учитывалось в виде псевдопотенциала Ферми. Обзор соответствующих основных результатов был выполнен в [2, с. 130–132], где были, кроме того, представлены новые результаты, полученные для плотностей порядка плотности ядерного насыщения. В [3, с. 21–22] было показано, что решения, аналогичные полученным в [2, с. 130–132] для плотностей порядка плотности ядерного насыщения, отсутствуют при использовании потенциала Рида [4, с. 229–230]. Процедура использования потенциала Рида в [3, с. 21–22] заключалась в замене расстояния между нуклонами на их среднее расстояние, которое считалось равным $n_p^{-1/3}$ (n_p – концентрация протонов).

В данной работе будет выполнен расчет порога нейтронизации вырожденного неполяризованного электронно-протонного вещества, в котором учет потенциала Рида будет более корректным. Выражение для потенциала Рида в триплетном состоянии имеет вид (без тензорной и спин-орбитальной частей, которые при пространственном усреднении равны нулю) [4, с. 230]

$$U_T(x) = \tilde{U}_0 \frac{e^{-x}}{x} + \tilde{U}_1 \frac{e^{-2x}}{x} + \tilde{U}_2 \frac{e^{-4x}}{x} + \tilde{U}_3 \frac{e^{-6x}}{x}, \; x = \mu r . \qquad (1)$$

При этом $\tilde{U}_0 = -10{,}463$ МэВ, $\tilde{U}_1 = 105{,}468$ МэВ, $\tilde{U}_2 = -3187{,}8$ МэВ, $\tilde{U}_3 = 9924{,}3$ МэВ, r – расстояние между нуклонами, $\mu = 0{,}7$ фм$^{-1}$. Соответствующий потенциал в синглетном состоянии обозначим через $U_S(x)$. Для описания взаимодействия произвольного протона или появляющегося нейтрона с окружающими протонами пространственное усреднение указанных потенциалов можно в силу наличия сферической симметрии выполнить следующим образом:

$$\overline{U}_S\left(n_p\right) = 4\pi n_p \int_0^R U_S(x) r^2 dr\,, \qquad (2)$$

$$\overline{U}_T\left(n_p\right) = 4\pi n_p \int_0^R U_T(x) r^2 dr\,. \qquad (3)$$

При этом

$$R = \nu n_p^{-1/3}, \qquad (4)$$

где ν – число порядка единицы. Подставляя (1) и (4) в (3), получаем:

$$\overline{U}_T\left(n_p\right) = \frac{4\pi n_p}{\mu^3} \sum_{j=0}^{3} \left(1 - \left(1 + \alpha_j \mu \nu n_p^{-1/3}\right) \exp\left(-\alpha_j \mu \nu n_p^{-1/3}\right)\right) \frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2}\,,$$
$$\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 6\,. \qquad (5)$$

Уравнение порога нейтронизации имеет вид (E_{Fi} $\left(i = e, p, n\right)$ – химические потенциалы) [1, с. 33]:

$$E_{Fe} + E_{Fp} = E_{Fn}\,. \qquad (6)$$

При этом E_{Fi} выражаются по формулам (с учетом $n_p = n_e$)

$$E_{Fe} = \left(m_e^2 c^4 + \left(3\pi^2 \hbar^3 n_p\right)^{2/3} c^2\right)^{1/2} - \frac{e^2}{\pi}\left(3\pi^2 n_p\right)^{1/3}, \qquad (7)$$

$$E_{Fp} = \frac{\left(3\pi^2 n_p\right)^{2/3} \hbar^2}{2m_p} + m_p c^2 + \frac{1}{4}\overline{U}_S\left(n_p\right) - \frac{e^2}{\pi}\left(3\pi^2 n_p\right)^{1/3}, \qquad (8)$$

$$E_{Fn} = m_n c^2 + \frac{3}{4}\overline{U}_T\left(n_p\right) + \frac{1}{4}\overline{U}_S\left(n_p\right). \qquad (9)$$

При этом m_i $\left(i = e, p, n\right)$ – соответствующие массы. В (8) и (9) учтены статистические веса триплетного и синглетного состояний. При подстановке (7)–(9) в (6) $\overline{U}_S\left(n_p\right)$ сокращается, в результате чего получаем:

$$\left(m_e^2c^4+\left(3\pi^2\hbar^3 n_p\right)^{2/3}c^2\right)^{1/2}-\frac{2e^2}{\pi}\left(3\pi^2 n_p\right)^{1/3}+\frac{\left(3\pi^2 n_p\right)^{2/3}\hbar^2}{2m_p}+m_pc^2=$$

$$=m_nc^2+\frac{3\pi n_p}{\mu^3}\sum_{j=0}^{3}\left(1-\left(1+\alpha_j\mu\nu n_p^{-1/3}\right)\exp\left(-\alpha_j\mu\nu n_p^{-1/3}\right)\right)\frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2}. \qquad (10)$$

Уравнение (10) относительно n_p решается только численно.

Главное численное решение (10) равно $n_p \approx 7{,}4688{\cdot}10^{30}$ см$^{-3}$ и практически не зависит от ν в пределах от 1 до 10. Это значение близко к тому, которое получается для модели идеальных ферми-газов. Другое (побочное) семейство решений (отсутствующее в модели идеальных ферми-газов) более чувствительно к ν. Так, при $\nu=1$ $n_p \approx 1{,}366{\cdot}10^{38}$ см$^{-3}$, при $\nu=6$ $n_p \approx 1{,}48{\cdot}10^{38}$ см$^{-3}$ (что меньше значений $n_p \approx 4{,}6{\cdot}10^{38}$ см$^{-3}$, полученных для побочного решения с использованием псевдопотенциала Ферми [2, с. 130–132]); с дальнейшим ростом ν значение n_p практически не меняется.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серый, А.И. О некоторых поляризационных эффектах в астрофизической плазме. / А.И. Серый // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Фізіка. Матэматыка. – 2014. – № 1. – С. 30–43.

2. Серый, А.И. Об уравнении бета-равновесия электронно-нуклонной системы при высоких плотностях / А. И. Серый, А. П. Сулим // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов. Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 130–132.

3. Сулим, А.П. Порог нейтронизации холодного сверхплотного водорода с учетом контактного ядерного взаимодействия и потенциала Рида / А. П. Сулим, А. И. Серый // Научные исследования – определяющий фактор специалиста будущего : материалы науч.-практ. конф. учреждений высш. и сред. спец. образования, Барановичи, 5 июня 2020 г. / концерн «Беллегпром» учреждение образования «Баранович. гос. колледж легкой промышленности им. В. Е. Чернышева»; редкол.: А. А. Лис, С. Э. Лемец. – Барановичи : УО «БГКЛП им. В.Е. Чернышева». 2020 – С. 21–22.

4. Браун, Дж. Е. Нуклон-нуклонные взаимодействия / Дж. Е. Браун, А. Д. Джексон. – М. : Атомиздат, 1979. – 248 с.