

В. А. ПЛЕТЮХОВ, А. И. СЕРЫЙ

О НЕКОТОРЫХ РАЗНОВИДНОСТЯХ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ФЕРМИОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Среди многочисленных задач астрофизики можно выделить задачи, прямо или косвенно опирающиеся на результаты решений квантовомеханических уравнений, описывающих свойства фермионов (прежде всего электронов и нуклонов) в магнитном поле (далее – МП) [1, с. 20, 38]. При этом множество уравнений указанного типа заметно шире перечня уравнений, решения которых обычно используются в термодинамике квантовых газов в МП [1]. К таким примерам относятся только первые два уравнения из представленных ниже (где во всех случаях предполагается, что внешнее электрическое поле отсутствует, а МП постоянно и однородно):

$$c^2 \left(\left(-p_x + \frac{Be}{c} y \right)^2 + \hat{p}_y^2 - \frac{Be\hbar\sigma}{c} \right) \varphi = (E^2 - m^2 c^4 - p_z^2 c^2) \varphi, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2m} \left(\left(\hat{p}_x + \frac{Be}{c} y \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right) \psi - \frac{e\hbar}{2mc} \sigma B \psi = E \psi, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\left(\left(\hat{p}_x + \frac{Be}{c} y \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right)}{2m} - \frac{\left(\left(\hat{p}_x + \frac{Be}{c} y \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right)^2}{8m^3 c^2} - \frac{e\hbar}{2mc} \sigma B \right) \psi = E \psi, \quad (3)$$

$$\left(c\alpha_1 \left(\hat{p}_x + \frac{Be}{c} y \right) + c\alpha_2 \hat{p}_y + c\alpha_3 \hat{p}_z + mc^2 \beta + \frac{i\mu'}{2} \beta \gamma_\tau \gamma_\nu F_{\tau\nu} \right) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\frac{d\vec{\zeta}}{dt} = \frac{2\mu mc^2 + 2\mu'(E - mc^2)}{E\hbar} [\vec{\zeta}, \vec{B}] + \frac{2\mu'E}{\hbar c^2 (E + mc^2)} (\vec{v} \cdot \vec{B}) [\vec{v}, \vec{\zeta}]. \quad (5)$$

В уравнениях приняты обозначения: m – масса частицы; e – заряд частицы; c – скорость света в вакууме; ψ – координатная волновая функция; φ – вспомогательная волновая функция, связанная с ψ ; B – индукция магнитного поля; μ – спиновый магнитный момент частицы; E – энергия частицы, которая содержит энергию покоя частицы mc^2 в случаях (1), (5) и не содержит в случаях (2) и (3); \hat{p}_x , \hat{p}_y и \hat{p}_z – операторы проекций p_x , p_y и p_z импульса частицы соответственно на оси x , y и z ; σ – собственное значение оператора спина; $\vec{\zeta}$ – вектор спиновой поляризации частицы, μ' – аномальный магнитный момент частицы, \vec{v} – вектор скорости частицы; t – время; α_1 , α_2 , α_3 , β – матрицы, составленные из матриц Дирака γ ; F – тензор электромагнитного поля (при наличии только постоянного однородного магнитного поля структура тензора существенно упрощается по сравнению с общим случаем).

Представляет интерес сравнительный анализ уравнений (1)–(5), результаты которого представлены ниже в таблице. Следует также отметить, что уравнения (1)–(4) тесно взаимосвязаны.

Таблица – Сравнительная характеристика уравнений (1)–(5)

Уравнение	Зависимость от времени	Примечание	Что позволяет найти
(1)	Нет	Уравнение Дирака в однородном МП [2, с. 294; 3, с. 143; 4, с. 148]	Волновые функции (ВФ) и уровни энергии релятивистской частицы (РЧ)
(2)	Нет	Стационарное уравнение Паули (первое приближение (1) по $1/c$) [3, с. 157; 4, с. 150; 5, с. 554; 6, с. 33]	ВФ и уровни энергии нерелятивистской частицы

Продолжение таблицы

(3)	Нет	Второе приближение (1) по $1/c$ [3, с. 159; 4, с. 152; 6, с. 35; 7, с. 551]	ВФ и уровни энергии квази-релятивистской частицы
(4)	Да	Пригодно для протона и нейтрона [2, с. 293]	ВФ РЧ с аномальным магнитным моментом
(5)	Да	Релятивистское уравнение движения спина [4, с. 182]	Поведение спина РЧ во времени

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Секержицкий, В. С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях : монография / В. С. Секержицкий ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : Изд-во БрГУ, 2008. – 198 с.

2. Галицкий, В. М. Задачи по квантовой механике : учеб. пособие : в 2 ч. / В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Едиториал УРСС, 2001. – Ч. 2. – 304 с.

3. Ахиезер, А. И. Квантовая электродинамика / А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. – 3-е изд., перераб. – М. : Наука, 1969. – 624 с.

4. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в 10 т. / В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1980. – Т. 4 : Квантовая электродинамика. – 704 с.

5. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. 3 : Квантовая механика (нерелятивистская теория). – 808 с.

6. Ахиезер, А. И. Квантовая электродинамика / А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. – 4-е изд., перераб. – М. : Наука, 1981. – 432 с.

7. Физическая энциклопедия / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др.]. – М. : Большая рос. энцикл., 1992. – Т. 3 : Магнитно-плазменный – Пойнтинга теорема. – 672 с.