УДК 539.171.11

А.И. Серый

К ВОПРОСУ О ФЕРРОМАГНЕТИЗМЕ ВЫРОЖДЕННОГО НЕЙТРОННО-ПРОТОННОГО ГАЗА

Для смеси нейтронного и протонного газов с контактным взаимодействием между фермионами вычисляется магнитная восприимчивость и находится критерий ферромагнетизма в случае слабого внешнего магнитного поля. Квантование Ландау для протонов не учитывается. Вычислено, что минимальные концентрации нуклонов, необходимые для возникновения ферромагнетизма, имеют порядок $10^{33} \div 10^{34}$ см$^{-3}$. Такая поляризация могла бы быть возможной при взрывах Сверхновых II типа.

Запишем выражение для парамагнитной восприимчивости односортного ферми-газа с контактным взаимодействием $U(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ в слабом магнитном поле $\mathbf{B}$:

$$\chi = (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow)\mu/|\mathbf{B}| = 2\mu^2\nu_0/(1 - \nu_0 g) \tag{1}$$

(см., напр., [4, с. 198]). Знаменатель описывает обменное усиление восприимчивости. Расходимость при $\nu_0 g \to 1$ означает неустойчвость по отношению к спиновым флуктуациям и переход в ферромагнитное состояние. Критерий ферромагнетизма Стонера имеет вид (ν_0 – плотность числа состояний на уровне Ферми):

$$\nu_0 g > 1. \tag{2}$$

(2) можно получить и через рассмотрение ферми-газа в основном состоянии без магнитного поля и в слабополяризованном состоянии в магнитном поле. Совместный учёт изменения плотности полной энергии без взаимодействия (δE_0) и энергии взаимодействия (δE_{int}) вместе с зеемановским слагаемым даёт [4, с. 199; 11, с. 692]:

$$\delta E = \delta E_0 + \delta E_{int} - (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow)\mu B = ((\delta n_\uparrow)^2 + (\delta n_\downarrow)^2)/2\nu_0 + g\delta n_\uparrow \delta n_\downarrow - (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow)\mu B =$$
$$= (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow)^2(1 - \nu_0 g)/4\nu_0 - (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow)\mu B, \tag{3}$$

где $\delta n_\uparrow$, $\delta n_\downarrow$ – отклонения концентрации от равновесной для частиц со спинами, направленными по и против магнитного поля $\mathbf{B}$. $\mathbf{B}$ направим по оси z с ортом $\mathbf{k}$. Т. о., видно, что при выполнении (2) появление ненулевого магнитного момента энергетически выгодно. Отсутствие слагаемых $g(\delta n_\uparrow)^2$, $g(\delta n_\downarrow)^2$ обусловлено принципом Паули; $\delta n_\uparrow$, $\delta n_\downarrow$ даются выражениями [4, с. 197]:

$$\delta n_\uparrow = \nu_0(\hbar\omega_B - g\delta n_\downarrow),\ \delta n_\downarrow = \nu_0(-\hbar\omega_B - g\delta n_\downarrow) \Rightarrow \delta n_\uparrow = -\delta n_\downarrow = \nu_0\hbar\omega_B/(1 - g\nu_0).$$

Рассмотрим аналогичную задачу для вырожденного нейтронно-протонного газа. Возможные эффекты сверхтекучести при низких температурах не учитываем. Теперь константа g зависит от спина и изоспина системы двух нуклонов. Пусть направление индексных стрелок соответствует направлениям спинов по отношению к $\mathbf{B}$. Магнитное поле считаем достаточно слабым ($\hbar\omega_B << E_{Fi}$, i = n, p). Это позволяет применять те же методы, что и в [4, с. 187, 198], и пренебречь квантованием Ландау для протонов.

В основном состоянии нет преимущественной ориентации спинов, и при этом

$$p_{0i} = p_{0i\uparrow} = p_{0i\downarrow},\ E_{Fi} = p_{0i}^2/2m_i,\ n_{0i}/2 = 4\pi p_{0i}^3/(3(2\pi\hbar)^3),$$
$$\nu_{0i} = \nu_{0i\uparrow} = \nu_{0i\downarrow} = m_i p_{0i}(2\pi^2\hbar^3)^{-1}, \qquad (4)$$

где p_{0i} – ферми-импульсы, ν_{0i} – плотности числа состояний на уровне Ферми. В магнитном поле (или при флуктуациях) изменяются концентрации, причём $\delta n_{i\uparrow} = -\delta n_{i\downarrow}$. При этом концентрации связаны с p_{0i} соотношениями:

$$n_{0i}/2 + \delta n_{i\uparrow,\downarrow} = 4\pi(p_{0i} + \delta p_{i\uparrow,\downarrow})^3/(3(2\pi\hbar)^3). \qquad (5)$$

Максимальные кинетические энергии при разных проекциях спина уже не равны между собой:

$$(p_{0i} + \delta p_{i\uparrow})^2/2m_i = E_{Fi} + 2|\gamma_i|\hbar\omega_B T_{3i} - g_{ii}\delta n_{i\downarrow} - g_{j\downarrow i\uparrow}\delta n_{j\downarrow} - g_{j\uparrow i\uparrow}\delta n_{j\uparrow}, \qquad (6а)$$

$$(p_{0i} + \delta p_{i\downarrow})^2/2m_i = E_{Fi} - 2|\gamma_i|\hbar\omega_B T_{3i} - g_{ii}\delta n_{i\uparrow} - g_{j\uparrow i\downarrow}\delta n_{j\uparrow} - g_{j\downarrow i\downarrow}\delta n_{j\downarrow}. \qquad (6б)$$

Здесь $\pm |\gamma_i|\hbar\omega_B = \pm |\gamma_i|\mu_Я B$ – зеемановская энергия, $\gamma_i = \mu_i/\mu_Я$; $j = n, p$; $T_{3i} = -T_{3j}$ – проекции изоспина, используемые для компактности записи. Константа g даётся выражением [8, с. 22]:

$$g = 2\pi\hbar^2(m^*)^{-1}a, \qquad (7)$$

где m^* – приведённая масса, a – длина рассеяния. Для np-рассеяния амплитуду f можно считать не зависящей от энергии в Ц-системе вплоть до $E \le 1$ кэВ ($f = -a$). Затем при более высоких E сечение рассеяния уменьшается (при E = 1 МэВ – примерно в 4 раза) [1, с. 13]. Поэтому при $p_{0i}^2/2m_i \sim 1$ МэВ результаты, получаемые с использованием (14), имеют смысл лишь по порядку величины.

Длина рассеяния выражается через матрицы Паули нуклонов $\boldsymbol{\sigma}_n$ и $\boldsymbol{\sigma}_p$ [8, с. 23]:

$$aI_2 = I_2(3a_t + a_s)/4 + \boldsymbol{\sigma}_n\cdot\boldsymbol{\sigma}_p(a_t - a_s)/4, \qquad (8)$$

где I_2 – единичная матрица (2 × 2); a_t, a_s – длины триплетного и синглетного рассеяния (в 10^{-13} см) [8, с. 20]: $a_s = -23.71$, $a_t = 5.42$ (положительный знак a_t может вызвать недоумение, поскольку $a > 0$ соответствует отталкиванию (а не притяжению) между частицами [3, с. 37]; дискуссии по этому вопросу в литературе автору неизвестны). При $\boldsymbol{\sigma}_n\cdot\boldsymbol{\sigma}_p = \pm I_2$ из (8) и (7) получаем:

$$g_{n\uparrow p\uparrow} = g_{p\uparrow n\uparrow} = g_{n\downarrow p\downarrow} = g_{p\downarrow n\downarrow} = 2\pi\hbar^2(m_{np}^*)^{-1}a_t > 0,$$

$$g_{n\uparrow p\downarrow} = g_{p\uparrow n\downarrow} = g_{n\downarrow p\uparrow} = g_{p\downarrow n\uparrow} = 2\pi\hbar^2(m_{np}^*)^{-1}(a_t + a_s)/2 < 0.$$

Возможность переворота спинов нуклонов при синглетном np-рассеянии не учтена, поскольку в случае сильного вырождения и занятости соответствующих конечных состояний безызлучательное нейтрон-протонное s-рассеяние с переворотом спинов сильно подавляется.

Синглетные s-длины a_i тождественных нуклонов (в 10^{-13} см): $a_p = -7.83$, $a_n = -17.2$ [8, сс. 30, 31]; a_p получается из a_n с кулоновской поправкой, что неправомерно вне области действия ядерных сил. Лишь при E > 0.6 МэВ [5, с. 140; 8, с. 26] pp-рассеяние заметно отличается от моттовского; при низких энергиях ядерное рассеяние полностью маскируется кулоновым отталкиванием [2, с. 696; 6]. Прямая экспериментальная проверка pp-рассеяния при очень низких энергиях на сегодняшний день невозможна [6]. В литературе, однако, отсутствует единое определение низких и нулевых энергий. Так, в [6] под $E \to 0$ понимается энергия ниже нескольких МэВ, что слишком грубо для нашего случая. В [8, с. 30, 31] кулоновская маскировка игнорируется, и действительная часть знаменателя синглетной амплитуды pp-рассеяния экстраполируется от $E \approx 1$ МэВ до $E = 0$ (в точном смысле). Будем придерживаться этой экстраполяции, т. е. полагать $a_p = -7.83$ фм.

Для триплетного состояния 2 тождественных нуклонов в литературе нет однозначного определения. Согласно более жёстким формулировкам, в соответствии с принципом Паули 2 тождественных нуклона вообще не могут приблизиться друг к другу при параллельных спинах [4, с. 187; 2, с. 669; 10, с. 268], т. е. должно иметь место отталкивание (если не рассматривается контактное взаимодействие, как в [4, с. 187]). Однако отталкиванию соответствует определённая длина рассеяния [3, с. 37], значение которой, в частности, для нейтронов, обнаружить не удалось. В [6] при рассмотрении триплетных протон-протонных фаз s-фаза также не упоминается.

Менее жёсткие формулировки сводятся к тому, что тождественные фермионы могут проходить рядом друг с другом, имея параллельные спины, но при этом каждая частица продолжает движение так, как если бы 2-й частицы не было [9, с. 329; 3, с. 35; 2, с. 690] (даже в классической механике в задаче об абсолютно упругом ударе 2 шаров [7, с. 151] из законов сохранения импульса и энергии ещё не следует, что столкновение произошло; поэтому существует решение, при котором скорости шаров не меняются по величине и направлению). При этом взаимодействие между частицами должно достаточно быстро убывать с расстоянием [2, с. 690], что выполняется для 2 нейтронов, но не для 2 протонов. Можно, однако, построить антисимметризованную триплетную кулоновскую pp-амплитуду, для которой $F(\theta) = -F(\pi - \theta)$ [5, с. 141], и её усреднение по пространственному углу даст ноль. Поэтому далее положим триплетные длины s-рассеяния тождественных нуклонов равными нулю. Т. о., для нормировочной константы контактного взаимодействия тождественных нуклонов из (7), (8) получаем:

$$g_{ii} = 2\pi\hbar^2(m_{ii}^*)^{-1}(a_i/2) = 2\pi\hbar^2(m_{ii})^{-1}a_i < 0.$$

Т. е. для односортного газа нуклонов критерий Стонера не выполняется (см. (2)).

Не учитываем также реакцию $p(p,e^+\widetilde{\nu}_e)d$ и радиационный захват $n(p,\gamma)d$. Последнее приближение правомерно в задаче о замедлении нейтронов [9, с. 44]. Для тепловых нейтронов сечение np-рассеяния $\sigma_{расс} \approx 20$ барн [5, с. 151; 8, с. 15] и не меняется в пределе $E \to 0$. Сечение радиационного захвата $\sigma_{захв} \approx 0.3$ барн [5, с. 403] для тепловых нейтронов, что на 2 порядка меньше, однако в пределе нулевых энергий возрастает по закону $1/v$. Из экспериментов известно, что при замедлении нейтронов в обычной воде они быстро теряются из-за радиационного захвата. Его учёт в нашей задаче сильно ограничивает "время жизни" τ поляризованного состояния, однако не устраняет принципиальной возможности самой поляризации. При низких температурах τ уменьшается из-за возрастания $\sigma_{захв}$. Расчёт по точной формуле [5, с. 403] показывает, что $\sigma_{расс} \approx \sigma_{захв}$ при $E = E' \approx 3\cdot10^{-6}$ эВ. Приравнивая E' к половине максимальной кинетической энергии нуклонов, в отсутствие поляризации получим, согласно (4), максимальные концентрации нуклонов, при которых в парных np-столкновениях захват более вероятен, чем рассеяние: $n_i^* \approx 6.6\cdot10^{17}$ см$^{-3}$. Соответствующая плотность $\sim 10^{-6}$ г/см^3. Это на 17–18 порядков меньше плотностей, соответствующих ферромагнетизму (см. ниже). Поэтому продолжим расчёты. Осуществляя приближённые разложения

$$(p_{0i} + \delta p_{i\uparrow,\downarrow})^k \approx p_{0i}^k + kp_{0i}^{k-1}\delta p_{i\uparrow,\downarrow},\ k = 2, 3, \quad (9)$$

с учётом (4), (5), (6а), (6б) получаем:

$$p_{0i}\delta p_{i\uparrow}/m_i = 2|\gamma_i|\hbar\omega_B T_{3i} - g_{ii}\delta n_{i\downarrow} - g_{j\downarrow i\uparrow}\delta n_{j\downarrow} - g_{j\uparrow i\uparrow}\delta n_{j\uparrow}, \quad (10а)$$

$$p_{0i}\delta p_{i\downarrow}/m_i = -2|\gamma_i|\hbar\omega_B T_{3i} - g_{ii}\delta n_{i\uparrow} - g_{j\uparrow i\downarrow}\delta n_{j\uparrow} - g_{j\downarrow i\downarrow}\delta n_{j\downarrow}. \quad (10б)$$

С учётом $\delta n_{i\uparrow} = -\delta n_{i\downarrow}$ из (4), (5), (9), (10а), (10б) получаем:

$$\delta n_{i\uparrow} = \nu_{0i}(2|\gamma_i|\hbar\omega_B T_{3i} + g_{ii}\delta n_{i\uparrow} + (g_{j\downarrow i\uparrow} - g_{j\uparrow i\uparrow})\delta n_{j\uparrow}). \quad (11)$$

При B = 0 нетривиальное решение для $\delta n_{i\uparrow}$ существует только при $\delta n_{j\uparrow} \neq 0$:

$$\delta n_{i\uparrow} = \nu_{0i}(g_{j\downarrow i\uparrow} - g_{j\uparrow i\uparrow})(1 - \nu_{0i}g_{ii})^{-1}\delta n_{j\uparrow}.$$

Решая (11) при $B \neq 0$, находим $\delta n_{i\uparrow}$ и намагниченность системы:

$$\delta n_{i\uparrow} = 2\nu_{0i}\hbar\omega_B T_{3i}(|\gamma_i|(1 - \nu_{0j}g_{jj}) - \nu_{0j}|\gamma_j|(g_{j\downarrow i\uparrow} - g_{j\uparrow i\uparrow})) \times$$
$$\times ((1 - \nu_{0i}g_{ii})(1 - \nu_{0j}g_{jj}) - \nu_{0i}\nu_{0j}(g_{j\downarrow i\uparrow} - g_{j\uparrow i\uparrow})^2)^{-1}, \quad (12)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{k}\mu_{Я}(|\gamma_p|(\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow}) - |\gamma_n|(\delta n_{n\uparrow} - \delta n_{n\downarrow})) = 2\mathbf{k}\mu_{Я}(|\gamma_p|\delta n_{p\uparrow} - |\gamma_n|\delta n_{n\uparrow}) =$$
$$= 4\mathbf{k}\mu_{Я}\sum|\gamma_i|\delta n_{i\uparrow}T_{3i} = 2\mathbf{k}\mu_{Я}\hbar\omega_B((1 - \nu_{0p}g_{pp})(1 - \nu_{0n}g_{nn}) - \nu_{0n}\nu_{0p}(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})^2)^{-1} \times$$
$$\times ((\nu_{0p}\gamma_p^2(1 - \nu_{0n}g_{nn}) + \nu_{0n}\gamma_n^2(1 - \nu_{0p}g_{pp})) - 2\nu_{0n}\nu_{0p}(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})|\gamma_p||\gamma_n|). \quad (13)$$

Поскольку для однокомпонентного газа критерий Стонера выражается неравенством, то условие расходимости магнитной восприимчивости $\chi = |\mathbf{M}|/B$ запишем после преобразований в виде неравенства, определяемого условием изменения знака χ (при прохождении через $\pm\infty$):

$$\nu_{0n}\nu_{0p}((g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})^2 - g_{pp}g_{nn}) - |g_{nn}|\nu_{0n} - |g_{pp}|\nu_{0p} - 1 > 0. \quad (14)$$

Это есть *критерий Стонера для пр-смеси*. Его можно разрешить отдельно для ν_{0n}, ν_{0p} и найти условия расходимости правых частей:

$$\nu_{0i} > (\nu_{0j}|g_{jj}| + 1)/(\nu_{0j}((g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})^2 - g_{nn}g_{pp}) - |g_{ii}|), \quad (15а)$$

$$\nu_{0j}((g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})^2 - g_{nn}g_{pp}) = |g_{ii}|. \quad (15б)$$

С учётом (4) формулы (15а), (15б) примут вид:

$$m_i(2\pi^2\hbar^3)^{-1}(3\pi^2)^{1/3}\hbar n_{0i}^{1/3} > (m_j(2\pi^2\hbar^3)^{-1}(3\pi^2)^{1/3}\hbar n_{0j}^{1/3}|g_{jj}| + 1)\div$$
$$\div(m_j(2\pi^2\hbar^3)^{-1}(3\pi^2)^{1/3}\hbar n_{0j}^{1/3}((g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})^2 - g_{nn}g_{pp}) - |g_{ii}|), \quad (16а)$$

$$m_j(2\pi^2\hbar^3)^{-1}(3\pi^2)^{1/3}\hbar n_{0j}^{1/3}((g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})^2 - g_{nn}g_{pp}) = |g_{ii}|. \quad (16б)$$

(15б), (16б) устанавливают пределы выполнимости (15а), (16а). Если, к примеру, заменить в (15б) “=” на “<”, то ферромагнетизм будет невозможен. Действительно, видно, что при слишком малых ν_{0p}, ν_{0n} левая часть (14) близка к –1, и тогда неравенство не выполняется. При выполнении же (15Б), (15Б) для одной из компонент плотность состояний (и, соответственно, концентрация) второй компоненты для выполнения (15а), (16а) должна бесконечно возрастать, что также означает невозможность ферромагнетизма. *Однокомпонентное необходимое условие Стонера для двухкомпонентной системы* выражается через (15Б) со знаком “>”. Тогда и в (16Б) заменим “=” на “>” и получим *минимальные ферромагнитные концентрации*: $n_{0n} > n_{0n}^{(f)} = 1.38\cdot10^{33}$ см$^{-3}$, $n_{0p} > n_{0p}^{(f)} = 1.46\cdot10^{34}$ см$^{-3}$. Т. о., при $\nu_{0i} < \nu_{0i}^{(f)}$ ($n_{0i} < n_{0i}^{(f)}$) (14) не выполняется вообще ни при каких ν_{0j} (n_{0j}). Т. е. ферромагнетизм невозможен не только для односортного нуклонного газа. Соответствующие кинетические энергии: $T_p^{(f)} \sim \hbar^2(3\pi^2 n_{0p}^{(f)})^{2/3}(2m_p)^{-1} = 0.1186$ МэВ, $T_n^{(f)} \sim \hbar^2(3\pi^2 n_{0n}^{(f)})^{2/3}(2m_n)^{-1} = 0.02458$ МэВ. При таких энергиях $\sigma_{np} < \sigma_{np}(E = 0)$, однако разница не слишком велика [1, с. 13], поэтому по порядку величины наши результаты верны (см. замечание после (7)).

Степень кулоновской маскировки можно задавать, меняя значение g_{pp} от $-2\cdot10^{-36}$ МэВ·см^3 (для $a_p = -7.83$ фм) в сторону положительных значений (поскольку при отталкивании должно быть $a > 0$ [3, с. 37]). Зависимость $n_{0n}^{(f)}$ и $n_{0p}^{(f)}$ от g_{pp} представлена на Рис. 1. Как видно, $\partial(n_{0p}^{(f)})/\partial g_{pp} < 0$, а $n_{0n}^{(f)}$ имеет минимум (0 при $g_{pp} = 0$).

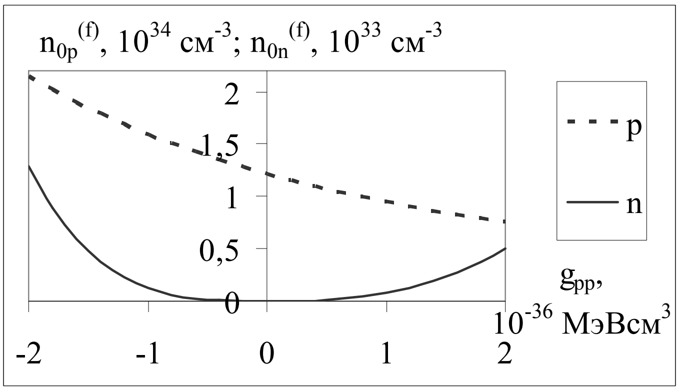

Рис. 1. Влияние кулоновской маскировки ядерного протон-протонного взаимодействия на $n_{0p}^{(f)}$ и $n_{0n}^{(f)}$.

Теперь займёмся получением формул (аналогичных (3)) для смещения энергии смеси. В слабом магнитном поле смещение составляющей энергии, не зависящей от взаимодействия между фермионами, находится аналогично 1-му члену в (3) с учётом (12) и $\delta n_{i\uparrow} = -\delta n_{i\downarrow}$:

$$\delta E_0 = \delta E_{0n} + \delta E_{0p} = ((\delta n_{n\uparrow})^2 + (\delta n_{n\downarrow})^2)/2\nu_{0n} + ((\delta n_{p\uparrow})^2 + (\delta n_{p\downarrow})^2)/2\nu_{0p} = (\delta n_{n\uparrow} - \delta n_{n\downarrow})^2/4\nu_{0n} + (\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow})^2/4\nu_{0p} = \hbar^2\omega_B^2((1 - \nu_{0p}g_{pp})(1 - \nu_{0n}g_{nn}) - \nu_{0n}\nu_{0p}(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})^2)^{-2} \times$$
$$\times (\nu_{0n}(\gamma_n^2(1 - \nu_{0p}g_{pp})^2 + \nu_{0p}^2(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})^2\gamma_p^2 - 2|\gamma_n||\gamma_p|\nu_{0p}(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})(1 - \nu_{0p}g_{pp})) +$$
$$+ \nu_{0p}(\gamma_p^2(1 - \nu_{0n}g_{nn})^2 + \nu_{0n}^2(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})^2\gamma_n^2 - 2|\gamma_n||\gamma_p|\nu_{0n}(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})(1 - \nu_{0n}g_{nn}))). \quad (17)$$

Изменение энергии взаимодействия выглядит аналогично 2-му члену в (3), однако в случае смеси 2 газов появляется «интерференционное» слагаемое δE_{int}^{np}:

$$\delta E_{int} = \delta E_{int}^{p} + \delta E_{int}^{n} + \delta E_{int}^{np} = g_{pp}\delta n_{p\uparrow}\delta n_{p\downarrow} + g_{nn}\delta n_{n\uparrow}\delta n_{n\downarrow} + g_{n\uparrow p\uparrow}(\delta n_{p\uparrow}\delta n_{n\uparrow} + \delta n_{p\downarrow}\delta n_{n\downarrow})$$
$$+ g_{n\downarrow p\uparrow}(\delta n_{p\uparrow}\delta n_{n\downarrow} + \delta n_{n\uparrow}\delta n_{p\downarrow}) = -g_{pp}(\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow})^2/4 - g_{nn}(\delta n_{n\uparrow} - \delta n_{n\downarrow})^2/4 + (g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow}) \times$$
$$\times (\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow})(\delta n_{n\uparrow} - \delta n_{n\downarrow})/2. \quad (18)$$

Из (17), (18), (12) после некоторых преобразований получим общее изменение энергии без учёта зеемановской ($\delta\tilde{E} = \delta E_0 + \delta E_{int}$):

$$\delta\tilde{E} = (\delta n_{n\uparrow} - \delta n_{n\downarrow})(\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow})(4\nu_{0n}\nu_{0p})^{-1}((g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})\nu_{0n}|\gamma_n| + |\gamma_p|(1 - g_{nn}\nu_{0n}))^{-1} \times$$
$$\times ((g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})\nu_{0p}|\gamma_p| + |\gamma_n|(1 - g_{pp}\nu_{0p}))^{-1}\{\nu_{0n}\nu_{0p}(g_{n\downarrow p\uparrow} - g_{n\uparrow p\uparrow})^2 - (1 - \nu_{0p}g_{pp})(1 - \nu_{0n}g_{nn})\} \times$$
$$\times ((\nu_{0p}\gamma_p^2(1 - \nu_{0n}g_{nn}) + \nu_{0n}\gamma_n^2(1 - \nu_{0p}g_{pp})) + 2\nu_{0n}\nu_{0p}(g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})|\gamma_p||\gamma_n|). \qquad (19)$$

Можно убедиться, что знак могут менять только фигурные скобки; они положительны при выполнении (14). Поскольку только $(\delta n_{n\uparrow} - \delta n_{n\downarrow})(\delta n_{p\uparrow} - \delta n_{p\downarrow}) < 0$ (в силу того, что при $\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$ сонаправлены векторы поляризации собственных магнитных моментов, а не спинов), то $\delta\tilde{E} < 0$. Добавив к $\delta E_0 + \delta E_{int}$ зеемановскую энергию, продифференцируем по $\delta n_{i\uparrow} - \delta n_{i\downarrow}$ ($A \equiv \partial(\delta E)/\partial(2\delta n_{i\uparrow})$):

$$A = (1 - g_{ii}\nu_{0i})(\delta n_{i\uparrow} - \delta n_{i\downarrow})/2\nu_{0i} + (g_{n\uparrow p\uparrow} - g_{n\downarrow p\uparrow})(\delta n_{j\uparrow} - \delta n_{j\downarrow})/2 - 2\hbar\omega_B|\gamma_i|T_{3i}. \qquad (20)$$

Приравнивая (20) к нулю, для $\delta n_{n\uparrow}$, $\delta n_{p\uparrow}$ получаем результаты, совпадающие с (12). Не изменятся и формулы (13), (14). Т. е. критерий Стонера, как и для однокомпонентного случая, выводится различными путями.

Для удобства построения графиков можно использовать т. н. параметр нейтронного избытка $\alpha = (n_{0n} - n_{0p})/(n_{0n} + n_{0p})$. Графики зависимости $n_{0i}^{(St)}(\alpha)$ в пренебрежении кулоновской маскировкой для протонов представлены на Рис. 2 и в табл. 1. Стонеровские концентрации (определяемые из (16а)) совпадают вблизи $\alpha \approx 0$, т. е. для почти симметричной ядерной материи (поэтому это значение можно назвать *симметричной стонеровской концентрацией*).

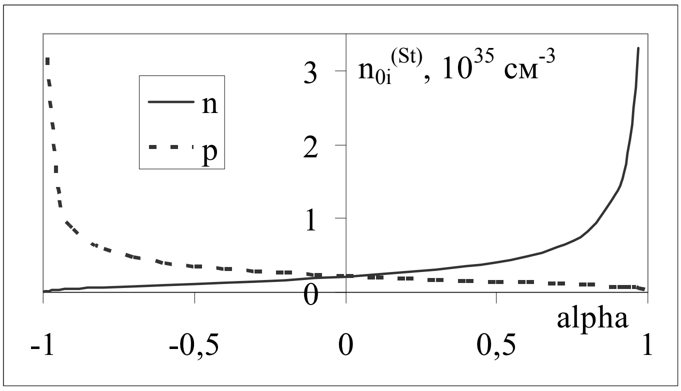

Рис. 2. $n_{0p}^{(St)}$ и $n_{0n}^{(St)}$ без учёта кулоновской pp-маскировки.

При малых и средних $|\alpha|$ $n_{0i}^{(St)} \sim 10^{35}$ см$^{-3}$. Вблизи чистого вещества $\partial n_{0n}^{(St)}/\partial\alpha > \partial n_{0p}^{(St)}/\partial|\alpha|$. К примеру, $n_{0n}^{(St)}(\alpha = 0.99) \approx 2.4 n_{0p}^{(St)}(\alpha = -0.99)$. С другой стороны, при равных $n_{0i}^{(St)}$ при приближении к чистым веществам $|\alpha|$ для протонов оказывается больше. Как видно из табл. 1, $n_{0n}^{(St)}(\alpha = 0.99) \approx n_{0p}^{(St)}(\alpha = -0.99754)$.

Возможно, ситуации с преобладанием нейтронов реализуются при взрывах Сверхновых II типа (т. е. после коллапса и нейтронизации либо фотодиссоциации железного ядра). Для реализации такой ситуации необходимо, чтобы температура нейтронно-протонной (линия водорода в спектрах Сверхновых II типа наблюдается [11, с. 433]) смеси после взрыва была ниже температуры вырождения T* (когда можно опираться на расчёты данной работы), нейтронный газ расширился до нужной концентрации, и за время расширения не успела бы претерпеть β^- – превращение заметная доля нейтронов. Т. е. должно быть $\tau_{расш} << T_{1/2}$, где $\tau_{расш}$ – время расширения, $T_{1/2}$ – период полураспада нейтрона. Также необходимо, чтобы $\tau_{расш} << (\nu_n\sigma_{np})^{-1}$, где ν_n – поток нейтронов, σ_{np} – сечение радиационного np-захвата (это условие означает, что заметная доля протонов и нейтронов не успеет претерпеть радиационный захват). Т. е. по аналогии с r-процессом астрофизического нуклеосинтеза данное явление можно было бы назвать r-поляризацией или r-ферромагнетизмом (при иных соотношениях между $\tau_{расш}$ и $T_{1/2}$ была бы s-поляризация или s-ферромагнетизм). При взрывах Сверхновых I типа (т. е. при разлёте вырожденного He-C-O-ядра) такой процесс вряд ли возможен, поскольку необходимы свободные протоны, однако в спектрах Сверхновых I типа линия водорода не наблюдается [11, с. 433].

Для реализации возможности $\alpha \le 0$ для Сверхновых II типа должно быть $\tau_{расш} \ge T_{1/2}$. Однако за такое время значительная часть нейтронов может быть захвачена протонами, образующимися в результате распада тех же нейтронов, и это является главной трудностью для s-поляризации. Затормозить дейтронную бозе-конденсацию могла бы обратная реакция d(γ,n)p. Об этом имело бы смысл говорить, поскольку фотону, чтобы пройти, напр., в Солнце из недр на поверхность, требуется ~ 1 млн. лет [11, с. 589] ($>> T_{1/2}$). Однако при объяснении происхождения γ-квантов достаточной энергии возникают трудности: “захватные” гамма-кванты уже с момента возникновения находятся в расстройке с “расщепляющими”, а последовательное рассеяние в плазме лишь увеличивает “расстройку”; надежда на тепловое доплеровское уширение, которое могло бы привести к “плазменному эффекту Мёссбауэра”, может быть сведена на нет расширением плазмы во внешнее пространство. Энергия γ-квантов, испускаемых радиоактивным источником из остатка Сверхновой, слишком мала (напр., 847 кэВ для ^{56}Co) [11, с. 434]. Энергия $\tilde{\nu}_e$, возникающих при коллапсе ядра, наоборот, составляет десятки МэВ [11, с. 434], что более чем достаточно для реакции d($\tilde{\nu}_e$,ne$^+$)n, однако все сечения слабого взаимодействия малы, и, кроме того, мала длительность нейтринного сигнала (ок. 10 с ($<< T_{1/2}$) для SN1987A) [11, с. 434]. Кроме того, в этом случае в спектрах Сверхновых нужно искать линию 0.51 МэВ ($e^+e^- \to 2\gamma$).

Таблица 1

Минимальные стонеровские концентрации (в 10^{35} см$^{-3}$) при различных α

α	$n_{0p}^{(St)}$	$n_{0n}^{(St)}$	α	$n_{0p}^{(St)}$	$n_{0n}^{(St)}$
– 0.99754	76.27	0.09393	0	2.136	2.136
– 0.9	8.529	0.4489	0.3	1.657	3.077
– 0.6	3.953	0.9883	0.6	1.233	4.931
– 0.3	2.789	1.502	0.9	0.7221	13.72
– 0.2	2.540	1.693	0.99	0.3832	76.26

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Крамер-Агеев, Е. А. Экспериментальные методы нейтронных исследований / Е. А. Крамер-Агеев, В. Н. Лавренчик, В. Т. Самосадный, В. П. Протасов. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 272 с.

2 Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. III. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Физматлит, 2001. – 808 с.

3 Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. IX. Статистическая физика. Ч. 2 / Л. Д. Ландау., Е. М. Лифшиц. – М. : Физматлит, 2001. – 496 с.

4 Левитов, Л. С. Функции Грина. Задачи и решения / Л. С. Левитов, А. В. Шитов.– М. : Физматлит, 2003. – 392 с.
5 Маляров, В. В. Основы теории атомного ядра / В. В. Маляров. – М. : Физматлит, 1959. – 472 с.
6 Пупышев, В. В. // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 124, вып. 6(12). – С. 1222 – 1231.
7 Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Т.1. Механика / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – 520 с.
8 Ситенко, А. Г. Лекции по теории ядра / А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский. – М. : Атомиздат, 1972.– 351 с.
9 Физическая энциклопедия. Т. II. / Гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. энциклопедия, 1990. – 703 с.
10 Физическая энциклопедия. Т. 3. / Гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Большая Российская энциклопедия, 1992. – 672 с.
11 Физическая энциклопедия. Т. 4. / Гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Большая Российская энциклопедия, 1994. – 704 с.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 10.11.2005 г.

***A.I. Sery.* On the Ferromagnetism of Degenerate Neutron-Proton Gas**

Magnetic susceptibility is calculated for the mixture of neutron and proton gases with contact interaction between fermions; and ferromagnetism criterion is obtained for the case of weak external magnetic field. Landau quantizing for protons is ignored. Minimal nucleon concentrations necessary for ferromagnetism initiation are estimated to have the order of $10^{33} \div 10^{34}$ cm^{-3}. Such polarization could be possible at type II Supernovae explosions.