

**О. В. МАТЫСИК**

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

### МЕТОД ЛЕВЕРЬЕ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МАТРИЦЫ

Этот метод является хронологически одним из первых методов, предложенных для решения полной проблемы собственных значений. Идея метода основана на использовании хорошо известных из алгебры формул Ньютона:

$$kp_k = S_k - p_1 S_{k-1} - p_2 S_{k-2} - \dots - p_{k-1} S_1, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

связывающих коэффициенты  $p_1, p_2, \dots, p_n$  собственного многочлена  $P_A(\lambda) = \lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} - p_2 \lambda^{n-2} - \dots - p_n$  матрицы  $A$  с симметрическими функциями его корней:

$$S_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i^k \quad (k = \overline{1, n}),$$

т. е. собственных значений  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  этой матрицы.

Если  $S_k$  известны, то формулы Ньютона (1) позволяют последовательно вычислять коэффициенты собственного многочлена матрицы:

$$p_1 = S_1, \quad p_2 = \frac{1}{2}(S_2 - S_1 p_1), \quad p_3 = \frac{1}{3}(S_3 - S_2 p_1 - S_1 p_2), \dots,$$

$$p_n = \frac{1}{n}(S_n - S_{n-1} p_1 - S_{n-2} p_2 - \dots - S_1 p_{n-1}).$$

Величины  $S_k$  нетрудно посчитать, если знать, что

$$S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k = \text{tr} A^k = \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}^{(k)}, \quad \text{где } \alpha_{ii}^{(k)} \text{ — диагональные эле-}$$

менты матрицы  $A^k$ . Затем мы ищем корни найденного  $P_A(\lambda)$ .