$$\begin{cases} x_0 = a + C_0 \cos a, \\ \upsilon_0 = b\omega - C_0(\gamma \cos a + \omega_1 \sin a). \end{cases} \tag{8}$$

Из этой системы уравнений можно определить C_0 и a. Таким образом, (7) есть общее решение задачи о колебаниях тела под действием упругой силы и периодической внешней силы. Это общее решение подтверждает сделанное в начале предположение о том, что при длительном воздействии внешней силы с частотой ω тело будет колебаться с той же частотой ω. В самом деле, каковы бы ни были начальные условия, они влияют только на значения C_0 и a, т. е. только на последнее слагаемое решения (7). Однако с течением времени это слагаемое, имеющее частоту ω_0, становится сколь угодно близким к нулю за счет множителя $e^{-\gamma t}$, и им можно пренебречь при больших t. Оставшиеся слагаемые описывают колебания с частотой ω, которые не затухают с течением времени, потому что поддерживаются действием внешней силы.

А. В. ЗАРЕЦКИЙ, Н. Н. СЕНДЕР
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В СРЕДЕ, ОКАЗЫВАЮЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЮ

Всякое тело испытывает при движении противодействие со стороны той среды, в которой происходит движение. Если сопротивление невелико, то зачастую его можно не принимать во внимание. Однако в ряде случаев такой подход неудовлетворителен, с сопротивлением среды приходится считаться. Установлено, что если тело движется в жидкости или газе, скорость движения невелика и тело имеет малые размеры, то сила сопротивления пропорциональна скорости движения:

$$F(t) = -kv(t). \tag{1}$$

Здесь коэффициент пропорциональности $k > 0$, а знак минус в (1) показывает, что сила сопротивления направлена противоположно скорости движения тела. Число k зависит от свойств среды, оно пропорционально вязкости среды. Кроме того, k зависит от формы и размеров тела. Например, для случая шара радиуса R формула (1) принимает вид

$$F = -6\pi R\eta\upsilon(t), \tag{2}$$

где η – вязкость среды. Для воздуха η = 1,8·10⁻⁴, для воды η = 0,01 (при 20 ºС), [η] = г/(см·с). Формула (2) справедлива при $\frac{\upsilon R\rho}{\eta} < 5$, где ρ – плотность среды. Эта величина называется числом Рейнольдса.

Рассмотрим задачу о торможении тела. Пусть некоторая сила сообщила телу скорость, а затем в момент времени $t = t_0$ перестала действовать. Тело продолжает двигаться, и на него действует только сила сопротивления. Из второго закона Ньютона $\frac{dv}{dt} = -\alpha\upsilon$.

Разделив обе части на m и обозначив $\frac{k}{m} = \alpha$ $(\alpha > 0)$, получим $\frac{dv}{dt} = -\alpha\upsilon$.

Решение этого уравнения есть

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 e^{-\alpha(t-t_0)}. \quad (3)$$

Здесь υ_0 есть значение скорости в момент $t = t_0$. Так как $\alpha > 0$, то при $t > t_0$ показатель степени в (3) отрицательный, $e^{-\alpha(t-t_0)} < 1$ и, следовательно, $\upsilon(t) < \upsilon_0$, т. е. скорость убывает с течением времени. Среда тормозит движение тела.

Найдем выражение для пути, пройденного телом. Из (3) получаем $\frac{dx}{dt} = \upsilon_0 e^{-\alpha(t-t_0)}$, или

$$dx = \upsilon_0 e^{-\alpha(t-t_0)} dt. \quad (4)$$

Пусть в начальный момент времени (при $t = t_0$) тело находилось в начале координат: $x(t_0) = 0$. Интегрируя (4), получим $x(t) = \upsilon_0 \int_{t_0}^{t} e^{-\alpha(t-t_0)} dt,$ откуда

$$x(t) = \frac{\upsilon_0}{\alpha}[1 - e^{-\alpha(t-t_0)}]. \quad (5)$$

Пользуясь формулой (5), можно получить весь путь, который пройдет тело после момента t_0, т. е. после того, как сила перестала действовать на тело. Для этого заметим, что при очень больших t величина $e^{-\alpha(t-t_0)}$ весьма мала, и ею можно пренебречь по сравнению с единицей. Поэтому весь путь, который пройдет тело, есть $\frac{\upsilon_0}{\alpha}$.

Е. В. ЗУБЕЙ
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА OS-ПРОПЕРЕСТАНОВОЧНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Используемые обозначения и определения стандартны, их можно найти в [1].

Подгруппа A группы G называется OS-проперестановочной в G, если существует подгруппа B такая, что AB – подгруппа группы G, $G = N_G(A)B$ и подгруппа A перестановочна со всеми подгруппами Шмидта из B. В этой ситуации подгруппу B будем называть OS-продобавлением.