

О группах с абнормальными или  $\mathbb{P}$ -субнормальными подгруппами

И. Л. СОХОР

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1].

А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева и В.Н. Тютянов [2] ввели следующее понятие. Пусть  $\mathbb{P}$  — множество всех простых чисел. Подгруппа  $H$  группы  $G$  называется  $\mathbb{P}$ -субнормальной, если существует цепочка подгрупп

$$H = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_n = G,$$

такая, что  $|H_i : H_{i-1}| \in \mathbb{P} \cup \{1\}$  для любого  $i$ . Класс групп с  $\mathbb{P}$ -субнормальными силовскими подгруппами согласно [2] обозначается через  $w\mathcal{U}$ . Здесь  $\mathcal{U}$  — формация всех сверхразрешимых групп. Класс  $w\mathcal{U}$  подробно изучен, см. [2]–[4].

В [5] предложена следующая задача:

*Описать группы, у которых любая подгруппа абнормальна или  $\mathbb{P}$ -субнормальна.*

В [6] установлена разрешимость групп, у которых любая силовская подгруппа абнормальна или  $\mathbb{P}$ -субнормальна. Группы, у которых любая примарная подгруппа абнормальна или  $\mathbb{P}$ -субнормальна, изучены в [4].

Мы решаем данную задачу для групп, не принадлежащих классу  $w\mathcal{U}$ . В частности, доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть группа  $G \notin w\mathcal{U}$ . Каждая подгруппа группы  $G$  абнормальна или  $\mathbb{P}$ -субнормальна тогда и только тогда, когда  $G = G^{\mathfrak{N}} \rtimes P$ , где  $P$  — силовская  $p$ -подгруппа группы  $G$  для некоторого  $p \in \pi(G)$ , являющаяся подгруппой Картера группы  $G$ , и  $G^{\mathfrak{N}} \rtimes A$  сверхразрешима для всех  $A < P$ .

Здесь  $\mathfrak{N}$  — формация всех нильпотентных групп,  $G^{\mathfrak{N}}$  — наименьшая нормальная в  $G$  подгруппа с нильпотентной фактор-группой  $G/G^{\mathfrak{N}}$ , а запись  $G^{\mathfrak{N}} \rtimes P$  означает полупрямое произведение с нормальной подгруппой  $G^{\mathfrak{N}}$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1992.
- [2] Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Тютянов В. Н. О конечных группах сверхразрешимого типа // Сиб. матем. журн. 2010. Т. 51, N 6. С. 1270–1281.
- [3] Monakhov V. S., Kniagina V. V. Finite groups with  $\mathbb{P}$ -subnormal subgroups // Ric. Mat. 2013. Vol. 62. P. 307–322.
- [4] Монахов В. С. Конечные группы с абнормальными и  $\mathcal{U}$ -субнормальными подгруппами // Сиб. матем. журн. 2016. Т. 57, N 2. С. 447–462.
- [5] Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Тютянов В. Н. О конечных группах, близких к сверхразрешимым группам // ПФМТ. 2010. N 2(3). С. 21–27.
- [6] Тютянов В. Н., Тихоненко Т. В. О конечных группах с заданной системой силовских подгрупп // Проблемы физики, математики и техники. 2014. N 3(20). С. 85–87.

Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина, Брест (Беларусь)

E-mail: [irina.sokhor@gmail.com](mailto:irina.sokhor@gmail.com)