УДК 519.24

Е. И. МИРСКАЯ, О. С. ГРИВА
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРВОГО МОМЕНТА ОДНОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МНОГОМЕРНОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА

В анализе временных рядов одной из важных задач является построение оценок спектральных плотностей и исследование их статистических свойств.

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $X(t)=\{X_a(t), a=\overline{1,r}\}$, $t\in Z$, с $MX(t)=0$, неизвестной взаимной спектральной плотностью $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda\in\Pi=[-\pi,\pi]$, $a,b=\overline{1,r}$.

Пусть $X_a(0), X_a(1),\ldots,X_a(T-1)$ – T последовательных наблюдений, полученных через равные промежутки времени, за составляющей $X_a(t)$ процесса $X(t)$, $t\in Z$, $a=\overline{1,r}$.

Используя методику Д. Бриллинджера [1], в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности в работе исследована статистика вида

$$\tilde{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)=\frac{2\pi}{T}\sum_{l=1}^{T}W_{ab}\left(\lambda-\frac{2\pi l}{T}\right)\hat{f}_{ab}^{(T)}\left(\frac{2\pi l}{T}\right), \qquad (1)$$

где $W_{ab}(x)$, $x\in R$, $a,b=\overline{1,r}$ – спектральное окно, а $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)$, $\lambda\in\Pi$ – оценка взаимной спектральной плотности процесса $X(t)$, $t\in Z$, построенная по методу Уэлча, вида

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)=\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}I_{ab}(\lambda,s),$$

где $I_{ab}(\lambda,s)$ – модифицированная периодограмма. Доказана

Теорема. Математическое ожидание оценки $\tilde{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)$, $\lambda\in\Pi$, $a,b=\overline{1,r}$, задаванной соотношением (1), имеет вид

$$M\tilde{f}_{ab}^{(T)}(\lambda)=\frac{2\pi}{T}\sum_{l=1}^{T}W\left(\lambda-\frac{2\pi l}{T}\right)M\hat{f}_{ab}^{(T)}\left(\frac{2\pi l}{T}\right).$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. – Минск : Мир, 1980. – 536 с.

УДК 539.12:530.145

В. А. ПЛЕТЮХОВ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И ТЕОРИИ ГРУПП ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВУМЕРНЫХ СТРУКТУР

Квантовомеханическое описание элементарных частиц посредством релятивистских волновых уравнений (РВУ) первого порядка базируется на теории представлений группы Лоренца – группы унимодулярных ортогональных преобразований $SO(3,1)$ в псевдоевклидовом пространстве размерности 3 + 1 (пространство Минковского). При этом одно из основных требований, вытекающих из постулатов специальной теории относительности, заключается в том, что волновая функция указанных РВУ должна преобразовываться по некоторому приводимому представлению группы Лоренца, которое состоит из *зацепляющихся* неприводимых компонент. Под зацепляющимися понимаются неприводимые компоненты (представления), связанные между собой операцией дифференцирования первого порядка; графическое изображение такого приводимого представления, где зацепляющиеся неприводимые компоненты соединены чертой, называется схемой зацеплений (подробнее по этому поводу смотри, например, [1; 2]).

В ряде публикаций, посвященных изучению плоских кристаллических структур типа графена, показано, что электронам и дыркам в зоне проводимости в таких структурах можно сопоставить квазичастицы с нулевой эффективной массой [3]. Другими словами, имеется принципиальная возможность теоретического описания электрических и магнитных свойств графена хорошо разработанными методами теории РВУ. Однако для этого данную теорию необходимо предварительно адаптировать к псевдоевклидовому пространству размерности 2 + 1.

В пространстве 2 + 1 неприводимые представления группы $SO(2,1)$ задаются одним целым либо полуцелым числом – весом n – и тремя параметрами – одним вещественным и двумя мнимыми. При этом размерность пространства представления с весом n равна $2n+1$. Весу 1 соответствует фундаментальное (векторное) представление группы $SO(2,1)$, которая в физической литературе называется частной группой Лоренца. Весу 0 соответствует скалярное, 1/2 – спинорное, 3/2 – спин-векторное представление; весом 2 характеризуется симметричный тензор