УДК 519.24

**Е.И. МИРСКАЯ**
Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВТОРЫХ МОМЕНТОВ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МНОГОМЕРНОГО СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА**

Одной из задач спектрального анализа многомерных стационарных случайных процессов является построение состоятельных в среднеквадратическом смысле оценок спектральной плотности и исследование их статистических свойств.

Рассмотрим действительный многомерный стационарный случайный процесс:

$$X(t) = \{X_a(t), a = \overline{1,r}\},\ t \in Z$$

с неизвестной взаимной спектральной плотностью $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi = [-\pi,\pi]$, $a,b = \overline{1,r}$. Предполагаем, что число наблюдений $T$ представимо в виде $T = S(N-M)+M$, где $S$ – число пересекающихся интервалов разбиения длины $N$.

В работе в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$, исследована статистика, построенная по методу Уэлча [1, с. 147]. Первый момент оценки исследован в работе [2, с. 120].

В данной работе исследован второй момент оценки, а также проведен сравнительный анализ дисперсии оценки для различных окон просмотра данных для конкретного временного ряда.

Построение оценки $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda), \lambda \in \Pi$, $a,b = \overline{1,r}$ производилось с помощью пакета MatLab для временного ряда, представляющего ежемесячные данные по геомагнитной активности с 1981 по 2016 г. Для построения оценки использовались окна просмотра данных Дирихле, Бартлетта, Фейера, Рисса, Хэмминга, Гаусса, Римана.

Предложенный метод построения оценок спектральных плотностей может быть использован при решении прикладных задач, которые часто встречаются в экономике, спектроскопии, томографии.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Welch, P. D. The use of FFT for the estimation of power spectra / P. D. Welch // IEEE Trans. Electroacoust. – 1967. – Vol. 15. – P. 70–73.

2. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.

УДК 519.6

**А.В. МИХАЙЛОВ**
Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

## О РЕШЕНИИ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО РОДА С НОРМАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

Пусть $X$ – банахово пространство. В работе [1] для уравнения
$$x = Bx + f, \tag{1}$$
были описаны условия, при которых последовательные приближения
$$x_{n+1} = Bx_n + f \quad (x_0 \in X, n = 1,2,\ldots) \tag{2}$$
сходятся к одному из решений уравнения (1). В работе [1] было уточнено, к какому из решений уравнения (1) сходятся последовательные приближения (2) и, более того, показано, что приближенные последовательные приближения
$$\tilde{x}_{n+1} = B\tilde{x}_n + f_n \tag{3}$$
($f_n = f + e_n$, $e_n$ – ошибка на $n$-м шаге при вычислении последовательных приближений, $\|e_n\| < \delta$, $\delta$ – фиксированное число) связаны с точными последовательными приближениями (2) неравенствами
$$\|\tilde{x}_n - x_*\| \le \|\tilde{x}_n - x_n\| + \|x_n - x_*\| \le \mu_n + n\delta \quad (n = 0,1,2,\ldots), \tag{4}$$
где $(\mu_n)$ – сходящаяся к нулю последовательность, зависящая, естественно, от $x_0$. Элементы последовательности $(\mu_n + n\delta)$ при увеличении номера $n$ сначала уменьшаются, а потом увеличиваются. Поэтому приближенные последовательные приближения (3) вначале приближаются к точному решению, а затем начинают от него удаляться. Более того, оказывается, что при уменьшении $\delta$ близость этих приближений к точному решению стремится к нулю при $\delta \to 0$. Описанный факт часто записывается в виде равенства:
$$\lim_{n\to\infty,\, n\delta\to 0} \|\tilde{x}_n - x_*\| = 0, \tag{5}$$
При выполнении соотношений (5) говорят, что приближенный итерационный метод (3) квазисходится к точному решению.

Оказывается, что аналогичные утверждения справедливы и для уравнений с нормальными операторами [2].

**Теорема.** Пусть $B$ – нормальный оператор с $\rho(B) = 1$ в гильбертовом пространстве $X$ и пусть $Fix\, B^* B = Fix\, B$. Пусть уравнение (1) разрешимо. Тогда последовательные приближения (3) при любом начальном условии $x_0 \in X$ квазисходятся к одному из решений уравнения (1).

Если уравнение (1) не имеет решений, то невязки последовательных приближений (3) сходятся к нулю.

Такого вида итеративные формулы находят применение в математической экономике, спектроскопии.