В качестве основных условий осуществления тестового контроля знаний студентов по математическому анализу нами были выделены поэтапность и вариативность, целенаправленная диагностика, синхронность, превентивность. **Поэтапность и вариативность** предполагают наличие в тесте заданий, которые соответствуют промежуточным целям обучения. То есть тесты включают задания на применение какого-либо одного метода решения, при этом студенту каждый раз выдается задание с различными значениями входящих коэффициентов, которые генерируются рандомно. Последовательность выстраивания заданий также носит случайный характер.

Условие целенаправленной диагностики и состоит в проведении серии повторных тестирований с обновленными наборами тестов с целью проверки достижения уровня знаний и умений, являющегося фундаментом освоения содержания на продуктивном и исследовательском уровнях. Условие **синхронности** предполагает взаимно согласованные действия преподавателя и студента, которые учитывают не только логику предмета, но и психологические особенности усвоения материала каждым студентом [2]. **Превентивность** предполагает наличие учебно-методических рекомендаций, вопросов и заданий, акцентирующих внимание в тех местах изучаемого материала, где наиболее часто допускаются студентами ошибки при изучении материала. В частности, в отличие от традиционного для учебников изложения метода, например, интегрирования целесообразно привести описание ориентировочной основы действий (ООД), которая наряду с алгоритмом необходимых для применения данного метода шагов включает и рекомендации по предупреждению типичных ошибок.

В частности, для диагностики того, как каждый студент овладел базовыми навыками интегрирования, были разработаны шаблоны заданий как фреймовые структуры, позволяющие вести процесс обучения от общего к частному и генерирующие ряд заданий для диагностики знаний.

Так, для начального уровня на базе фреймовых структур разработаны простейшие задания, которые позволяют диагностировать освоение студентом сначала одного, а затем и нескольких методов решения основных классов заданий по данному разделу.

Например, с учетом определенного диапазона входящих коэффициентов, на основе следующих разработанных шаблонов:

1. $\int (\sin Ax)^n \cos Ax\,dx = \begin{cases} \frac{1}{A}\frac{1}{n+1}(\sin Ax)^{n+1} + const, n \neq -1, \\ \frac{1}{A}\ln(\sin Ax) + const, n = -1, \end{cases}$
2. $\int ax^{n-1} e^{bx^n+c} dx = \frac{a}{nb} e^{bx^n+c} + const,$
3. $\int ax^n \ln bx\,dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} \ln bx - \frac{a}{(n+1)^2} x^{n+1} + const$ –

компьютерная система выдает классы однотипных примеров. Решение примера по первому из шаблонов предполагает использование метода замены переменной, второй и третий шаблоны предполагают использование метода замены переменной и метода интегрирования по частям.

Если студент успешно выполняет предоставленные ему задачи, тогда, используя следующий тип фреймовых структур, для него генерируется следующий блок примеров для приобретения навыков, соответствующих более высокому уровню знаний. С одной стороны, эти шаблоны являются удобным для преподавателя инструментом и в случае, если планируется проведение аудиторной самостоятельной работы. С другой стороны, разработанная модель позволяет организовать самостоятельную работу студентов с диагностикой приобретенных ими знаний на каждом уровне усвоения материала.

Список использованной литературы

1. Гильберт, Д. Основания геометрии / Д. Гильберт. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1948. – 492 с.

2. Бровка, Н. В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н. В. Бровка. – Минск : БГУ, 2009. – 243 с.

А. Е. БУДЬКО
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПРОГРАММ МАШИН ТЬЮРИНГА

В настоящей работе рассматриваются машины Тьюринга с одной лентой, одной головкой и с внешним алфавитом {0,1}. За один такт головка каждой такой машины обозревает ячейку, записывает туда символ и сдвигается влево (Л) или вправо (П) к соседней ячейке или остается на месте (С).

Пусть программа машины Тьюринга задана списком команд вида $q_i a_l \to a_k D q_j$. Будем считать, что машина следующим образом отыскивает в списке команду, которую она должна выполнить в данный момент:

1. Пусть в начальный момент головка обозревает символ a_r. Тогда машина, начиная с первой команды списка, сравнивает $q_1 a_r$ с левыми частями команд до тех пор, пока не найдет команду с левой частью $q_1 a_r$, которую она и будет выполнять.

2. Пусть в момент после выполнения команды $q_i a_i \to a_k Dq_j \, (q_j \neq q_0)$ головка обозревает символ a_c. Тогда, начиная с команды, следующей за выполненной, машина сравнивает $q_j a_c$ с левыми частями команд списка до тех пор, пока не найдет команду с левой частью $q_j a_c$, которую она и будет выполнять.

3. Сравнение производится в том порядке, в котором команды следуют в списке. При этом если после сравнения с левой частью последней команды списка нужная команда не найдена, сравнение продолжается начиная с первой команды списка.

4. Сравнение любого $q_j a_k$ с левой частью любой команды списка проводится за одинаковое время – за одну единицу времени (1 ед. вр.).

Кроме задания программы в виде списка команд, будем использовать еще и представление программы в виде ориентированного графа. В этом графе внутренним состояниям машины Тьюринга будут соответствовать вершины, а дуги будут определять команды. В [1] введена классификация $L_0, L_1, L_2, \ldots$ машин Тьюринга в зависимости от структуры графа, задающего программу машины. В данной работе рассматриваются машины класса L_0. Их программы, заданные графами, удовлетворяют следующим требованиям:

1. Из каждой неконечной вершины исходят ровно две дуги.

2. В каждую неконечную вершину, отличную от начальной, входит ровно одна дуга. В начальную вершину не входит ни одна дуга.

3. Граф является связным и не содержит циклов.

Будем считать, что для каждого пути графа из начальной вершины в конечную имеется начальная конфигурация, при работе над которой выполняются все команды, определяемые дугами данного пути.

Лемма. Если в программе машины Тьюринга, заданной графом, длина каждого пути из начальной вершины в конечную не превышает *k*, то количество таких путей *h* удовлетворяет условию $k + 1 \leq h \leq 2^k$.

Доказательство леммы проведем по принципу математической индукции относительно *k*.

1. Если $k = 1$, то в графе из единственной неконечной вершины исходят две дуги, которые и являются путями длины $k = 1$.

2. Пусть для $k = i$ лемма выполняется. Рассмотрим программу машины Тьюринга *M*, заданной графом, в которой длина каждого пути из начальной вершины в конечную не превышает $k = i + 1$. Тогда возможны следующие случаи.

Случай 1. Одна из дуг, исходящих из вершины 1, уходит в конечную вершину, а другая – в вершину 2. Поскольку в поддереве, в котором начальной вершиной является вершина 2, длина каждого пути из вершины 2 в конечную не превышает i, то по индуктивному предположению количество таких путей h_1 удовлетворяет условию $i + 1 \le h_1 \le 2^i$. Тогда в исходном графе количество путей h из начальной вершины в конечную, очевидно, будет удовлетворять условию $h = h_1 + 1$ или $i + 2 \le h \le 2^i + 1$.

Случай 2. Ни одна из дуг, исходящих из вершины 1, не уходит в конечную вершину. Тогда программу машины M можно разбить на программы трех машин M_1, M_2 и M_3. Программа машины M_1 определяется командами дуг, выходящими из вершины 1, программы машин M_2 и M_3 – командами дуг поддеревьев, начальными вершинами у которых являются концы соответственно верхней и нижней дуг, выходящих из вершины 1. Очевидно, программы машин M_2 и M_3, заданные графами, таковы, что длина каждого пути из их начальных вершин в конечную не превышает i. Тогда по индуктивному предположению количество таких путей h_1 и h_2 в машинах соответственно M_2 и M_3 удовлетворяет условию $i + 1 \le h_1 \le 2^i$ и $i + 1 \le h_2 \le 2^i$. В результате в исходном графе количество путей h из начальной вершины в конечную, очевидно, будет удовлетворять условию $h = h_1 + h_2$, или $2i + 2 \le h \le 2^i + 2^i$, или - $2i + 2 \le h \le 2^{i+1}$.

Объединяя результаты, полученные в случаях 1 и 2, будем иметь $i + 2 \le h \le 2^{i+1}$. Для $k = i + 1$ лемма выполняется. Лемма доказана.

Список использованной литературы

1. Будько, А. Е. О двух классах машин Тьюринга / А. Е. Будько // Докл. АН БССР. – 1985. – № 9. – С. 792–793.

УДК 519.63

В. М. ВОЛКОВ[1], О. М. КВЕТКО[2]
[1]Минск, БГУ
[2]Минск, БГАТУ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЛАЗЕРОВ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Основу математической модели динамики полупроводниковых лазеров с распределенной обратной связью (РОС) с учетом продольных эффектов составляет система связанных дифференциальных уравнений переноса для комплексных огибающих оптических волн $E_\pm$ [1; 2]:

$$\frac{\partial E_\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial E_\pm}{\partial z} = i\kappa E_\mp, z \in [-L/2, L/2], t \in [0,T], E_\pm(z,0) = 0. \qquad (1)$$