

УДК 535.012

Н.Н. Сендер

канд. физ.-мат. наук, доц., зав. каф. математического анализа,
дифференциальных уравнений и их приложений
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина
e-mail: sender@brsu.brest.by

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ГИРОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Рассмотрена задача о распространении света в гиротропных кристаллах с антисимметричной частью тензора гирации. Получено общее решение уравнения $(1 - \tilde{\alpha}\epsilon^{-1}\alpha + \vec{m}^{\times}\epsilon^{-1}\vec{m}^{\times} + i\vec{\Gamma}^{\times})\vec{H} = 0$ для вектора магнитного поля собственных волн \vec{H} , применимое к кристаллам всех сингоний. Рассмотрены кристаллы средних и низших сингоний с тензором гирации $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2\vec{c}\vec{c} + \alpha_0\vec{c}^{\times}$. Показано, что для средних сингоний в квазиобыкновенной волне, если \vec{n} и \vec{c} не ортогональны, всегда имеется составляющая магнитного поля вдоль направления распространения, тогда как в квазиобыкновенной волне такая составляющая появляется только при наличии несимметричной части тензора α . В кристаллах низших сингоний поведение векторов поля в волне аналогично их поведению в случае планальных классов одноосных кристаллов. Однако есть и отличие, которое заключается в том, что в кристаллах класса $mm2$ имеется две гирационные постоянные α_0 и α_1 . Наконец, в классе 1 тензор α имеет 9 компонент, а соответствующие соотношения становятся весьма громоздкими, поэтому анализ этого случая возможен с привлечением численных методов.

Как известно, электромагнитное поле в среде без зарядов и токов описывается уравнениями Максвелла [1].

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \operatorname{div}\vec{B} = 0, \operatorname{div}\vec{D} = 0. \quad (1)$$

Здесь \vec{E} и \vec{H} – векторы напряженностей электрического и магнитного полей, \vec{D} и \vec{B} – векторы индукции тех же полей. Считаем, что в среде отсутствуют свободные электрические заряды и токи.

Ограничимся далее решением уравнения Максвелла (1) в виде плоских гармонических волн, векторы поля и индукции которых пропорциональны $\exp i(\omega t - \vec{k}\vec{r})$,

где ω – круговая частота электромагнитного поля в среде; $\vec{k} = \frac{\omega}{v}\vec{n}$ – волновой вектор; v – фазовая скорость волны в среде; \vec{n} – единичный вектор волновой нормали.

Введем вектор рефракции [2]

$$\vec{m} = N\vec{n} = \frac{c}{\omega}\vec{k}, \quad (2)$$

где N – показатель преломления среды. Тогда уравнения (1) с учетом (2) можно записать в форме [1]:

$$\vec{D} = -[\vec{m}, \vec{H}], \vec{B} = [\vec{m}, \vec{E}], (\vec{m}, \vec{D}) = (\vec{m}, \vec{B}) = 0. \quad (3)$$

Уравнения (3) необходимо дополнить уравнениями связи и граничными условиями. Будем использовать уравнения связи [1]

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + i\alpha \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} - i\tilde{\alpha} \vec{E}, \quad (4)$$

где ε, μ тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости, α – псевдотензор гирации (для краткости псевдотензор будем называть тензором), $\tilde{\alpha}$ – тензор, полученный транспонированием тензора α .

Выбранная система уравнений связи (4) имеет преимущества по сравнению с другими системами. Так, закон сохранения энергии соблюдается в обычной форме, а также не изменяются выражения для вектора плотности потока энергии и обычные граничные условия, т.е. они имеют вид:

$$\left[\vec{E}_1 - \vec{E}_2, \vec{q} \right] = 0, \left[\vec{H}_1 - \vec{H}_2, \vec{q} \right] = 0, \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2, \vec{q} \right) = 0, \left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2, \vec{q} \right) = 0, \quad (5)$$

где \vec{q} – единичный вектор нормали к границе раздела двух сред, направленный из среды 1 в среду 2.

Уравнения Максвелла (3) и материальные уравнения (4) представляют собой полную систему уравнений. Знание одного из векторов поля или индукции позволяет с помощью (3), (4) установить вид трех остальных.

Исключая из (3) и (4) \vec{D} , \vec{B} и \vec{E} (в оптическом диапазоне $\mu = 1$), приходим к уравнению для вектора магнитного поля собственных волн \vec{H} [1]:

$$\left(1 - \tilde{\alpha} \varepsilon^{-1} \alpha + \vec{m}^{\times} \varepsilon^{-1} \vec{m}^{\times} + i \vec{\Gamma}^{\times} \right) \vec{H} = 0, \quad (6)$$

где $\vec{\Gamma}$ – вектор гирации, который имеет вид [1]:

$$\vec{\Gamma} = \left[Sp(\tilde{\alpha} \varepsilon^{-1}) - \varepsilon^{-1} \alpha \right] \vec{m}, \quad (7)$$

где Sp – означает след тензора, \vec{m}^{\times} – антисимметричный тензор, дуальный вектору рефракции \vec{m} [1].

Из уравнения (6) следует уравнение нормалей для определения показателей преломления собственных волн [1]:

$$\left| 1 - \tilde{\alpha} \varepsilon^{-1} \alpha + \vec{m}^{\times} \varepsilon^{-1} \vec{m}^{\times} + i \vec{\Gamma}^{\times} \right| = 0. \quad (8)$$

Для дальнейшего удобно получить общее решение уравнения (6). С этой целью разложим вектор \vec{H} следующим образом:

$$\vec{H} = a_1 \vec{h}_+ + a_2 \vec{h}_- + a_3 \vec{n},$$

где \vec{h}_{\pm} – векторы поляризации собственных волн в кристалле (не обязательно единичные) в отсутствие гиротропии, \vec{n} – единичный вектор волновой нормали. Фактически используемый нами подход представляет собой модификацию метода связанных волн [3],

двух поперечных \vec{h}_+ , \vec{h}_- и продольной волны, распространяющейся вдоль \vec{n} . Умножая (6) слева на \vec{h}_\pm и \vec{n} , получим систему однородных уравнений, из которых найдем поляризации \vec{h}_1 и \vec{h}_2 собственных волн гиротропного кристалла.

Если учесть, что $(\vec{m} \varepsilon^{-1} \vec{m}^\times) \vec{h}_+ = (n^2/n_\pm^2) (\vec{m}_\pm \varepsilon^{-1} \vec{m}_\pm) \vec{h}_+ = -(n^2/n_\pm^2) \vec{h}_\pm$, n_\pm – показатели преломления для волн \vec{h}_\pm , то решение для $\vec{h}_{1,2}$ удобно представить в виде:

$$\vec{h}_1 = \vec{h}_+ + \kappa_1 \vec{h}_- + p_1 \vec{n}, \quad \kappa_1 = \frac{g_{12} + \Gamma_1 \Gamma_2 - i \Gamma_3}{(1 - g_{33})(1 - n^2/n_-^2) \vec{h}_-^2 - g_{22} - \Gamma_1^2}, \quad (9)$$

$$p_1 = i(\Gamma_2 - \kappa_1 \Gamma_1),$$

$$\vec{h}_2 = \vec{h}_- + \kappa_2 \vec{h}_+ + p_2 \vec{n}, \quad \kappa_2 = \frac{g_{12} - \Gamma_1 \Gamma_2 + i \Gamma_3}{(1 - g_{33})(1 - n^2/n_+^2) \vec{h}_+^2 - g_{11} - \Gamma_2^2}, \quad (10)$$

$$p_2 = -i(\Gamma_1 - \kappa_2 \Gamma_2).$$

В выражениях (9), (10) отброшены члены с параметрами гиротропии степени выше второй [4] и введены обозначения (отметим, что для изонормальных волн $[\vec{h}_+ \vec{h}_-] \parallel \vec{n}$):

$$g_{ik} = \vec{h}_i (\vec{\alpha} \varepsilon^{-1} \vec{\alpha}) \vec{h}_k, \quad g_{i3} = \vec{h}_i (\vec{\alpha} \varepsilon^{-1} \vec{\alpha}) \vec{n},$$

$$i, k = 1, 2, \quad g_{33} = \vec{n} (\vec{\alpha} \varepsilon^{-1} \vec{\alpha}) \vec{n}, \quad (11)$$

$$\Gamma_1 = -\vec{\Gamma}[\vec{n}, \vec{h}_-], \quad \Gamma_2 = \vec{\Gamma}[\vec{n}, \vec{h}_+], \quad \Gamma_3 = \vec{\Gamma}[\vec{h}_+, \vec{h}_-].$$

Величины $\kappa_{1,2}, p_{1,2}$ представляет собой параметры связи, невозмущенных за счет гиротропии решений уравнений Максвелла для волн \vec{h}_+, \vec{h}_- и продольной волны $\vec{h} \parallel \vec{n}$.

Уравнение нормалей для определения показателей преломления сводится к виду $\kappa_1 \cdot \kappa_2 = 1$.

Векторы электрического поля найдем с помощью уравнений (3), (4)

$$\vec{e}_{1,2} = -\varepsilon^{-1} [\vec{m}, \vec{h}_{1,2}] - i \varepsilon^{-1} \vec{\alpha} \vec{h}_{1,2}. \quad (12)$$

Подставляя сюда выражения (9), (10), получим

$$\vec{e}_1 = (n/n_+) \vec{e}_+ + (n/n_-) \kappa_1 \vec{e}_- - i \varepsilon^{-1} \vec{\alpha} \vec{h}_+, \quad \vec{e}_2 = (n/n_-) \vec{e}_- + (n/n_+) \kappa_2 \vec{e}_+ - i \varepsilon^{-1} \vec{\alpha} \vec{h}_-,$$

$$\vec{e}_\pm = -\varepsilon^{-1} [\vec{m}_\pm, \vec{h}_\pm]. \quad (13)$$

При отсутствии гиротропии ($\alpha = 0$) $\kappa_{1,2} = p_{1,2} = 0$ и $\vec{h}_1 = \vec{h}_+$, $n = n_+$, $\vec{h}_2 = \vec{h}_-$, $n = n_-$. В прозрачных кристаллах (\vec{h}_\pm – линейные векторы) в направлениях, не совпадающих с направлением оптической оси, члены $1 - n^2/n_\pm^2$ пропорциональны величине линейного двулучепреломления, т.е. много больше остальных членов, входящих в выражения (9), (10). Поэтому поляризация изонормальных волн определяется значением «продольной» составляющей Γ_3 вектора гирации ($\sim \pm i \Gamma_3 / (n_+^2 - n_-^2)$). В направлении

оптической оси $1 - n^2/n_{\pm}^2 \sim \Gamma_3$, поэтому в (9), (10) для определения поляризации изонормальных волн следует учитывать члены второго порядка малости [4]. Полученные выражения (9) и (10) общие и применимы к кристаллам всех сингоний.

Перейдем к рассмотрению кристаллов средних сингоний. В классах $3m, 4mm, 6mm$ имеем:

$$\varepsilon^{-1} = 1/\varepsilon_0 + (1/\varepsilon_e - 1/\varepsilon_0) \vec{c} \cdot \vec{c}, \alpha = -\tilde{\alpha} = \alpha_0 \vec{c}^{\times}, \quad (14)$$

где \vec{c} – единичный вектор, направленный вдоль оптической оси кристалла, $\varepsilon_0 = n_0^2$, $\varepsilon_e = n_e^2$, n_0, n_e – показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн. Поляризация собственных волн в отсутствие гиротропии ($\alpha = 0$) определяется выражениями [1]:

$$\begin{aligned} \vec{h}_1 \rightarrow \vec{h}_+ = \vec{h}_e = \varepsilon_0 [\vec{m}_e, \vec{c}], \vec{e}_e = \varepsilon_0 \vec{c} - \vec{m}_e \vec{c} \vec{m}_e, \\ \vec{h}_2 \rightarrow \vec{h}_- = \vec{h}_0 = [\vec{m}_0, [\vec{m}_0, \vec{c}]], \vec{e}_0 = [\vec{m}_0, \vec{c}], \end{aligned} \quad (15)$$

где m_0, m_e – векторы рефракции обыкновенной и необыкновенной волн.

Учитывая далее только члены не выше первого порядка малости, из выражений (9) – (11) найдем:

$$\begin{aligned} \vec{h}_1 = \varepsilon_0 [\vec{m}_e, \vec{c}], \vec{e}_1 = \varepsilon_0 \vec{c} - \vec{m}_e \vec{c} \vec{m}_e - i\alpha_0 [\vec{c}, [\vec{m}_e, \vec{c}]], \\ \vec{h}_2 = [\vec{m}_0, [\vec{m}_0, \vec{c}]] - i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} [\vec{m}_0, \vec{c}]^2 \vec{m}_0, \vec{e}_2 = \left(1 + i \frac{\alpha_0}{\varepsilon_0} \vec{m}_0 \vec{c} \right) [\vec{m}_0, \vec{c}], \end{aligned} \quad (16)$$

причем в линейном по α_0 приближении $n_{1,2} = n_{e,0}$. Таким образом, в волне с индексом «1» (назовем ее квазиобыкновенной) вектор магнитного поля описывает эллипс в плоскости, перпендикулярной направлению колебаний электрического вектора. Во второй волне, квазинеобыкновенной, наоборот, эллипс, перпендикулярный вектору магнитного поля, описывает электрический вектор волны.

В одноосных кристаллах классов 3, 4, 6 тензор α имеет три независимых компоненты [1]:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \vec{c} \vec{c} + \alpha_0 \vec{c}^{\times}.$$

Поскольку в них

$$\Gamma_3 = \varepsilon_0^2 [\vec{m}, \vec{c}]^2 \left(\gamma_1 - \gamma_2 (\vec{n}, \vec{c})^2 \right),$$

где

$$\varepsilon_0 \gamma_1 = \alpha_1 + (\alpha_1 + \alpha_2) \varepsilon_0 / \varepsilon_e, \gamma_2 = \alpha_2 \varepsilon_e + \alpha_1 (\varepsilon_0 - \varepsilon_e) / \varepsilon_0 \varepsilon_e,$$

то обычное эллиптическое двулучепреломление, обусловленное гиротропией, имеет место для всех направлений распространения, причем

$$\begin{aligned} \kappa_1 = - \frac{i\Gamma_3}{(1 - n_e^2/n_0^2) \vec{h}_e^2}, p_1 = i\varepsilon_0 \gamma_2 n_e^2 (\vec{n}, \vec{c}) [\vec{n}, \vec{c}]^2, \\ \kappa_2 = - \frac{i\Gamma_3}{(1 - n_e^2/n_0^2) \vec{h}_0^2}, p_2 = -i \frac{\alpha_0}{n_0} [\vec{m}_0, \vec{c}]^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, в квазиобыкновенной волне, если \vec{n} и \vec{c} не ортогональны, всегда имеется составляющая магнитного поля вдоль направления распространения, тогда как в квазиобыкновенной волне такая составляющая появляется только при наличии несимметричной части тензора α .

Рассмотрим теперь кристаллы низших сингоний. Введем правую тройку ортов $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$, совпадающую с главными осями тензора ε . Считаем, что орт \vec{U}_3 направлен вдоль кристаллографической оси z кристалла. Для кристаллов класса $mm2$ тензор α имеет вид [1]:

$$\alpha = \alpha_1 (\vec{U}_1 \cdot \vec{U}_2 + \vec{U}_2 \cdot \vec{U}_1) + \alpha_0 \vec{U}_3^\times.$$

Поскольку $\Gamma_3 \sim \vec{n}\vec{\Gamma} \sim (\vec{n}, \vec{U}_1)(\vec{n}, \vec{U}_2)$, то при распространении света в плоскостях симметрии кристалла, перпендикулярных \vec{U}_1 или \vec{U}_2 , вращение плоскости поляризации невозможно (включая и направления оптических осей).

Известно, что при отсутствии гиротропии собственные волны распространяются в плоскостях, перпендикулярных векторам $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$, полностью аналогичны обыкновенной и необыкновенной волнам в одноосных кристаллах [5]. Так, для \vec{n} , лежащих в плоскости, ортогональной вектору \vec{U}_1 , имеем

$$\vec{h}_+ = \vec{h}_e = \vec{U}_1 \parallel [\vec{m}_e, \vec{U}_3], \quad \vec{h}_- = \vec{h}_o = [\vec{n}, \vec{U}_1] \parallel [\vec{m}_o, [\vec{m}_o, \vec{U}_3]], \quad (18)$$

$$n_+^2 = n_e^2 = \varepsilon_2 \varepsilon_3 / \left\{ \varepsilon_2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_2) (\vec{n}, \vec{U}_3)^2 \right\}, \quad n_-^2 = \varepsilon_1.$$

После несложных вычислений находим

$$\vec{h}_1 = \vec{U}_1, \quad \vec{e}_1 = \left(\frac{1}{\varepsilon_3} \vec{m}\vec{U}_2\vec{U}_3 - \frac{1}{\varepsilon_2} \vec{m}\vec{U}_3\vec{U}_2 \right) - \frac{i(\alpha_0 + \alpha_1)\vec{U}_2}{\varepsilon_2}, \quad (19)$$

$$\vec{h}_2 = [\vec{n}, \vec{U}_1] - i \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\varepsilon_e} \vec{m}\vec{U}_2\vec{n}, \quad \vec{e}_2 = \frac{n}{\varepsilon_1} \left\{ 1 - i(\alpha_0 + \alpha_1) \vec{m}\vec{U}_3 \right\} \vec{U}_1.$$

В случае когда свет распространяется в плоскости, ортогональной вектору \vec{U}_2 ,

$$\vec{h}_1 = \vec{U}_2, \quad \vec{e}_1 = \frac{\vec{m}\vec{U}_1}{\varepsilon_3} \vec{U}_3 - \frac{\vec{m}\vec{U}_3}{\varepsilon_1} \vec{U}_1 + i \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\varepsilon_1} \vec{U}_1, \quad (20)$$

$$\vec{h}_2 = [\vec{n}, \vec{U}_2] - i \frac{(\alpha_1 + \alpha_0) \vec{m}\vec{U}_1}{\varepsilon_1} \vec{n}, \quad \vec{e}_2 = \frac{n}{\varepsilon_2} \left\{ 1 + i(\alpha_0 + \alpha_1) \vec{m}\vec{U}_3 \right\} \vec{U}_2.$$

Следовательно, поведение векторов поля в волне аналогично их поведению в случае планальных классов одноосных кристаллов.

Однако есть и отличие, которое заключается в том, что в кристаллах класса $mm2$ имеется две гиращионные постоянные – α_0 и α_1 .

Поэтому, если $\alpha_0 \sim \alpha_1$, то, как следует из (19), (20), частично происходит компенсация влияния одной и второй постоянных на поляризацию волн в кристалле.

В кристаллах класса m тензор α имеет четыре независимых параметра, которые удобно представить в виде компонент двумерных векторов \vec{a} и \vec{b} [1]:

$$(\vec{a}\vec{U}_3 = \vec{b}\vec{U}_3 = 0): \alpha = \vec{b}\vec{U}_3 + \vec{U}_3\vec{b} + \vec{a}^{\times}.$$

Вычисляя Γ_3 , найдем:

$$\Gamma_3 \sim \vec{n}\vec{\Gamma} = (\vec{n}, \vec{U}_3) (\vec{R}, \vec{n}), \quad (21)$$

где вектор \vec{R} лежит в плоскости, ортогональной \vec{U}_3 , и имеет вид:

$$\begin{aligned} R = & \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} \right) \vec{b}\vec{U}_1 - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{\varepsilon_3} \right) \vec{a}\vec{U}_2 \right] \vec{U}_1 + \\ & + \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3} \right) \vec{b}\vec{U}_2 + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_3} \right) \vec{a}\vec{U}_1 \right] \vec{U}_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Следовательно, при распространении света в плоскости, ортогональной вектору \vec{R} или вектору \vec{U}_3 , обычное эллиптическое двулучепреломление отсутствует. В последнем случае поляризация векторов поля определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} \vec{h}_1 = \vec{U}_3, \vec{e}_1 = & \frac{\vec{m}_e\vec{U}_1}{\varepsilon_2}\vec{U}_2 - \frac{\vec{m}_e\vec{U}_2}{\varepsilon_1}\vec{U}_1 - i\vec{E}, \\ \vec{h}_2 = [\vec{n}, \vec{U}_3] - i\Gamma_3\vec{n}, \vec{e}_2 = & \frac{1}{n_0} \left\{ 1 - \frac{i}{\varepsilon_3} (\vec{b}[\vec{m}_0, \vec{U}_3] + \vec{a}\vec{m}_0) \right\} \vec{U}_3, \end{aligned} \quad (23)$$

$$n_0 = \sqrt{\varepsilon_3}, n_e^2 = \varepsilon_1\varepsilon_2 / \left[\varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(\vec{n}\vec{U}_2)^2 \right],$$

$$\Gamma_1 = \frac{1}{\varepsilon_2} (-\vec{a}\vec{U}_1 - \vec{b}\vec{U}_2) \vec{m}\vec{U}_2 + \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{a}\vec{U}_2 + \vec{b}\vec{U}_1) \vec{m}\vec{U}_1, \quad (24)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{b}\vec{U}_1 - \vec{a}\vec{U}_2) \vec{U}_1 + \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{b}\vec{U}_2 + \vec{a}\vec{U}_1) \vec{U}_2.$$

Наконец, в классе 1 тензор α имеет 9 компонент, а соответствующие соотношения становятся весьма громоздкими, поэтому анализ этого случая возможен с привлечением численных методов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров. – Минск : Наука и техника, 1976. – 456 с.
2. Федоров, Ф. И. Оптика анизотропных сред / Ф. И. Федоров. – Минск : Изд-во АН БССР, 1958. – 380 с.
3. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М. : Мир, 1987. – 616 с.

4. Филиппов, В. В. К учету членов второго порядка малости в теории гиротропии / В. В. Филиппов // Докл. АН БССР. – 1983. – Т. 27, № 5. – С. 409–411.

5. Федоров, Ф. И. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами / Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов. – Минск : Наука и техника, 1976. – 222 с.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 31.01.2019

Sender N.N. Propagation of Light in Gyrotropic Crystals

The problem of light propagation in gyrotropic crystals with antisymmetric part of the gyration tensor is considered. The general solution of the equation $(1 - \tilde{\alpha}\varepsilon^{-1}\alpha + \vec{m}^{-1}\varepsilon^{-1}\vec{m} + i\vec{\Gamma}^{\times})\vec{H} = 0$ for the vector of the magnetic field of its own waves \vec{H} applicable to crystals of all syngonies is obtained. Crystals of the average and lower crystal systems with the tensor of gyration $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2\vec{c}\vec{c} + \alpha_0\vec{c}^{\times}$ are considered. It is shown, that for. It is shown that for the average syngonies in a quasi-ordinary wave, if \vec{n} and \vec{c} are not orthogonal, there is always a component the magnet field along the propagation direction, whereas in a quasi-ordinary wave such component appears only in the presence of an asymmetric part of the tensor α . In crystals of lower syngonies, the behavior of the field vectors in the wave is similar to their behavior in the case plannal classes of uniaxial crystals. However, there is a difference, which lies in the fact that in the crystals of class $mm2$ there are two gyration constants α_0 and α_1 . Finally, in class 1, the tensor α has 9 components, and the corresponding relations become very cumbersome, so the analysis of this case is possible with the involvement of numerical methods.