

**А.А. Голуб<sup>1</sup>, В.В. Давыдовская<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>канд. физ.-мат. наук, доц. каф. теоретической физики и прикладной информатики  
Мозырского государственного педагогического университета имени И.П. Шамякина

<sup>2</sup>канд. физ.-мат. наук, доц. каф. теоретической физики и прикладной информатики  
Мозырского государственного педагогического университета имени И.П. Шамякина

e-mail: agolub@tut.by

## **СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ (1+1)D И (1+2)D СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ С РАЗЛИЧНЫМИ ПРОФИЛЯМИ И ОРТОГОНАЛЬНЫМИ ПОЛЯРИЗАЦИЯМИ В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$**

*С помощью численного моделирования выполнено теоретическое сравнение результатов взаимодействия (1+1)D и (1+2)D супергауссовых и гауссовых световых пучков, имеющих ортогональные друг другу линейные поляризации и распространяющихся в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , помещенном во внешнее постоянное электрическое поле. Показана возможность наблюдения отклонения взаимодействующих световых пучков, рассмотрена также возможность использования наблюдаемых эффектов в реализации оптических логических устройств.*

### **Введение**

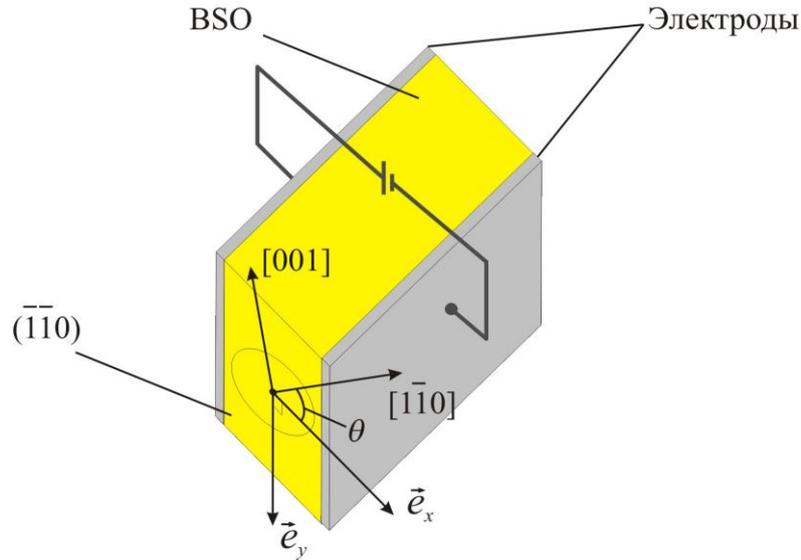
При исследовании распространения и взаимодействия световых пучков часто используют фоторефрактивные материалы, так как они обладают подходящими для этого электрооптическими свойствами.

Существует ряд задач, связанных с необходимостью управлять положением светового пучка на выходе из того или иного устройства. В работах [1–3] на примере одномерных гауссовых световых пучков было показано, что в этих целях могут быть использованы закономерности взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков в кубических фоторефрактивных кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO). В [4] показано, что взаимодействие ортогонально линейно поляризованных двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле SBN может быть использовано для управления световым пучком, который при таком взаимодействии распространяется в квазисолитонном режиме и отклоняется под действием другого пучка, который сильно дефокусирован и является управляющим пучком.

В данной статье представлены результаты исследования принципиальной возможности использования оптически активного кристалла BSO для осуществления управляемой адресной локализации одномерных и двумерных световых пучков с гауссовым и супергауссовым распределениями интенсивностей.

### **Теоретическая модель**

Пусть в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле BSO среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$ , помещенном во внешнее постоянное электрическое поле, взаимодействуют два одномерных световых пучка (рисунок 1). Ось  $Ox$  совпадает с вектором напряженности внешнего электрического поля  $\vec{E}_0$  и расположена под ориентационным углом  $\theta$  относительно кристаллографического направления  $[1\bar{1}0]$ .



**Рисунек 1. – Ориентация рабочей системы координат  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  и вектора напряженности внешнего электрического поля относительно кристаллографических осей  $[001]$  и  $[1\bar{1}0]$  кристалла**

Для исследования распространения и взаимодействия одномерных световых пучков в кубических фоторефрактивных оптически активных кристаллах среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$  была использована следующая система скалярных дифференциальных уравнений в частных производных [5]:

$$i \frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} - \frac{1}{2} k_0 n_0^3 E_0 r_{41} (\mu_1 A_x + \mu_2 A_y) \frac{2\eta I_d}{2\eta I_d + |A_x|^2 + |A_y|^2} - i\rho A_y = 0; \quad (1)$$

$$i \frac{\partial A_y}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} - \frac{1}{2} k_0 n_0^3 E_0 r_{41} (\mu_2 A_x + \mu_3 A_y) \frac{2\eta I_d}{2\eta I_d + |A_x|^2 + |A_y|^2} + i\rho A_x = 0,$$

где  $r_{41}$  – электрооптический коэффициент,  $k_0$  – модуль волнового вектора в вакууме,  $n_0$  – показатель преломления невозмущенного кристалла,  $I_d$  – темновая интенсивность (в общем случае в ней учтена также интенсивность подсветки),

$$\mu_1 = 3 \sin \theta \cos^2 \theta, \quad \mu_2 = \cos \theta (1 - 3 \sin^2 \theta), \quad \mu_3 = \sin \theta (1 - 3 \cos^2 \theta), \quad (2)$$

$\rho$  – удельное вращение плоскости поляризации в кристалле,  $\eta = n_0 \cdot \eta_0$ ,  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ ,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная, ось  $OZ$  совпадает с направлением распространения светового пучка,  $A_x$  и  $A_y$  –  $x$ - и  $y$ -составляющие комплексного вектора  $\vec{A}$ , характеризующего медленно изменяющуюся вдоль направления оси  $OZ$  векторную амплитуду напряженности электрического поля светового пучка.

Система (1) получена в паракиральном приближении на основе уравнений Максвелла и ковариантных выражений для электрооптического тензора, заимствованных в [6]; при этом направление вектора  $\vec{E}_0$  предполагалось произвольным.

Уравнения, посредством которых описывается распространение и взаимодействие двумерных световых пучков в фоторефрактивных кристаллах, имеют более сложный вид, чем уравнения (1). Это обусловлено тем, что в этой ситуации распределение потенциала внутреннего электрического поля уже нельзя описать простой аналитической формулой и аксиальная симметрия, характерная для светового пучка на входе в кристалл, разрушается при его распространении в кристалле вследствие оптической анизотропии, которая индуцируется внешним электрическим полем, частично экранированным световым пучком.

Для исследования двумерных световых пучков использовалась система скалярных дифференциальных уравнений в частных производных, полученная аналогично (1) [7]:

$$\begin{aligned}
 & i \frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \left( \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} \right) - \\
 & - \frac{k_0 n_0^3}{2} \left[ r_{41} \left( \left( E_0 - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) (\mu_1 A_x + \mu_2 A_y) - \frac{\partial \varphi}{\partial y} (\mu_2 A_x + \mu_3 A_y) \right) \right] - i \rho A_y = 0; \\
 & i \frac{\partial A_y}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \left( \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} \right) - \\
 & - \frac{k_0 n_0^3}{2} \left[ r_{41} \left( \left( E_0 - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) (\mu_2 A_x + \mu_3 A_y) - \frac{\partial \varphi}{\partial y} (\mu_3 A_x + \mu_4 A_y) \right) \right] + i \rho A_x = 0,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $I = (n_0/2\eta_0)(|A_x|^2 + |A_y|^2)/I_d$  – относительная интенсивность светового пучка,  $\varphi$  – переопределенный электростатический потенциал, связанный с потенциалом поля пространственного заряда  $\phi$  соотношением [8]:

$$\varphi = \phi + E_0 x, \tag{4}$$

Уравнение для переопределенного электростатического потенциала  $\varphi$  можно записать в виде [8–9]:

$$\nabla^2 \varphi + \nabla \ln(1 + I) \cdot \nabla \varphi = E_0 \frac{\partial}{\partial x} \ln(1 + I). \tag{5}$$

Применительно к одномерным световым пучкам данное уравнение решается аналитически.

Для двумерных световых пучков при определении потенциала  $\varphi$  необходимо решать эллиптическое дифференциальное уравнение в частных производных. Обычно его решают численно с использованием различных методов [10]. Коэффициенты  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ , содержащиеся в уравнениях (3), определены выражениями (2):

$$\mu_4 = 3 \cos \theta \sin^2 \theta. \tag{6}$$

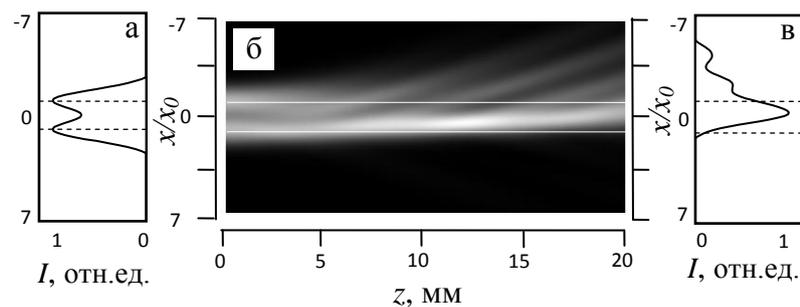
При распространении в кристалле одномерных световых пучков функция  $\mu_1$  ответственна за самофокусировку пучка, поляризованного вдоль оси  $OX$ ; функция  $\mu_3$  ответственна за самофокусировку пучка, поляризованного вдоль оси  $OY$  и достигает максимального значения при  $\theta \approx 90^\circ$ ; посредством величины  $\mu_2$  осуществляется кросс-нелинейная связь между пучками, поляризованными вдоль осей  $OX$  и  $OY$  [5]. Для двумерных пучков за связь между пучками  $x$ - и  $y$ -поляризации ответственны две функции –  $\mu_2$  и  $\mu_4$  [7].

### Численное моделирование

Так как поиск аналитического решения систем уравнений (1; 3) затруднителен, то дальнейшие теоретические исследования проводились методом численного моделирования с использованием схемы Дугласа [13]. При моделировании использовались следующие параметры одномерных световых пучков: длина волны  $\lambda = 0.6328$  мкм, полуширина  $x_0 = 15$  мкм, расстояние между центрами световых пучков принималось равным 30 мкм. Параметры кристалла BSO выбирались в соответствии с [14]:  $n_0 = 2.54$ ,  $\rho = 22$  °/мм,  $r_{41} = 5 \times 10^{-12}$  м/В, длина кристалла  $d = 20$  мм. Ориентационный угол  $\theta = 35.3^\circ$  ( $\vec{E}_0 \parallel [1\bar{1}\bar{1}]$ ). Как показано в работах [5; 14], явления самофокусировки и отклонения световых пучков при такой ориентации вектора напряженности внешнего электрического поля проявляются наиболее существенно.

С помощью теоретического моделирования установлено, что под воздействием внешнего постоянного электрического поля  $E_0 = 20$  кВ/см одномерный гауссов световой пучок в кристалле BSO толщиной 20 мм распространяется в солитоноподобном режиме, испытывая небольшие пульсации интенсивности. При данном значении внешнего электрического поля ( $E_0 = 20$  кВ/см) проведено дальнейшее исследование взаимодействия двух одномерных световых пучков с гауссовым и супергауссовым распределениями интенсивностей, один из которых линейно поляризован в плоскости входной грани кристалла параллельно вектору напряженности внешнего электрического поля  $\vec{E}_0$ , а другой – линейно поляризован ортогонально ему. В этом случае первый световой пучок находится в условиях, когда воздействие внешнего электрического поля на самофокусировку светового пучка максимально, а второй в условиях минимального воздействия [14].

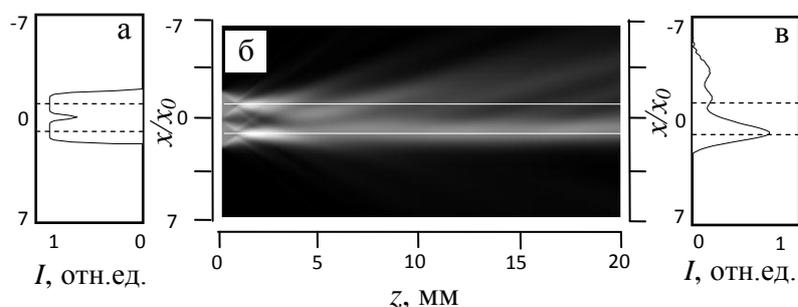
На рисунке 2 показано взаимодействие (1+1)D гауссовых световых пучков с взаимно ортогональными линейными поляризациями. Нижний световой пучок распространяется в солитоноподобном режиме. Верхний световой пучок, линейно поляризованный ортогонально нижнему, выполняет роль управляющего пучка. Из-за невыгодных условий самофокусировки он рассеивается, но при этом приводит к отклонению нижнего пучка приблизительно на 15 мкм.



- а – одномерные гауссовы пучки на входе в кристалл;
- б – распределение светового поля по толщине кристалла;
- в – положение квазисолитонного пучка на выходе из кристалла

**Рисунок 2. – Взаимодействие одномерных гауссовых световых пучков в кристалле BSO, помещенном во внешнее постоянное электрическое поле  $E_0 = 20$  кВ/см: верхний пучок линейно поляризован ортогонально оси  $Ox$ , нижний – параллельно оси  $Ox$**

Взаимодействие супергауссовых световых пучков с взаимно ортогональными линейными поляризациями представлено на рисунке 3. Из-за особой формы профиля супергауссова светового пучка даже при минимальном влиянии внешнего электрического поля нижний световой пучок при прохождении первых 2 мм испытывает самофокусировку за счет сильного изменения прямоугольного профиля пучка. В отличие от нижнего светового пучка с гауссовым профилем на рисунке 2 нижний пучок на рисунке 3 при дальнейшем распространении в кристалле практически не отклоняется.



а – одномерные супергауссовы пучки на входе в кристалл;  
 б – распределение светового поля по толщине кристалла;  
 в – положение квазисолитонного пучка на выходе из кристалла

**Рисунок 3 – Взаимодействие одномерных супергауссовых световых пучков в кристалле BSO, помещенном во внешнее постоянное электрическое поле  $E_0 = 20$  кВ/см: верхний пучок линейно поляризован ортогонально оси  $Ox$ , нижний – параллельно оси  $Ox$**

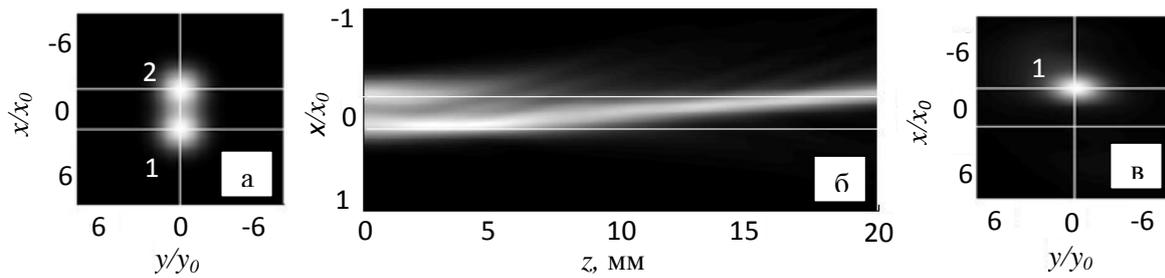
Из сравнения рисунков 2 и 3 можно сделать вывод о том, что для наблюдения самоотклонения при взаимодействии световых пучков при данных условиях использование супергауссовых пучков невыгодно.

Однако этот недостаток устраняется, если в качестве управляющего используется гауссов пучок, а в качестве ведомого – супергауссов.

Наличием оптической активности в кристалле BSO обусловлен отток световой энергии из нижнего пучка, однако на величину смещения нижнего светового пучка оптическая активность практически не влияет.

В [15] было показано, что двумерные световые пучки в фоторефрактивном кристалле BSO обладают большей расходимостью по сравнению с одномерными световыми пучками, поэтому для достижения квазисолитонного режима распространения двумерного гауссова светового пучка требуется большее значение напряженности внешнего электрического поля. Для рассматриваемого в данной статье случая это значение составляет  $E_0 = 27$  кВ/см, в то время как для супергауссовых пучков квазисолитонный режим распространения достигается при  $E_0 = 31$  кВ/см.

По аналогии с одномерным случаем исследование взаимодействия двумерных световых пучков с линейными ортогональными поляризациями будем проводить при  $E_0 = 27$  кВ/см, т.е. при значении внешнего электрического поля, для которого наблюдается квазисолитонный режим распространения двумерного гауссова светового пучка в кристалле BSO толщиной 20 мм.

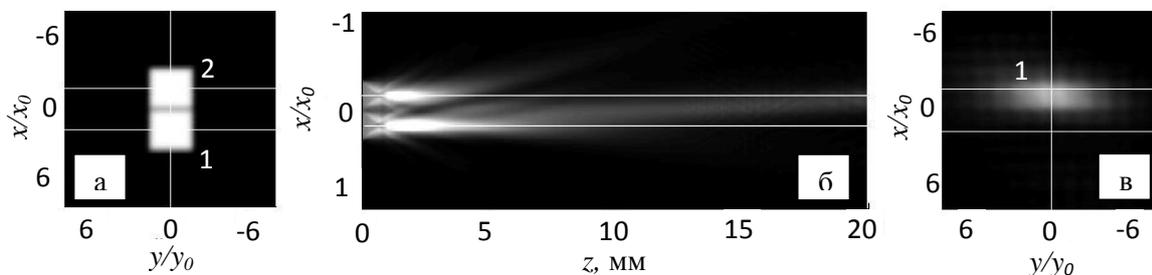


а – двумерные гауссовы пучки на входе в кристалл;  
 б – распределение светового поля по толщине кристалла;  
 в – положение квазисолитонного пучка 1 на выходе из кристалла

**Рисунок 4. – Взаимодействие двумерных ортогонально поляризованных гауссовых световых пучков в кристалле BSO, помещенном во внешнее постоянное электрическое поле  $E_0 = 20$  кВ/см: верхний пучок линейно поляризован ортогонально оси  $OX$ , нижний – параллельно оси  $OX$**

Для удобства обозначим нижний пучок, который распространяется в квазисолитонном режиме, цифрой 1; управляющий пучок, находящийся в невыгодных условиях, цифрой 2 (рисунок 4а). Из рисунка 4б видно, что пучок 1 отклоняется в сторону пучка 2 и занимает на выходе из кристалла положение, близкое к положению, которое имел на входе в кристалл пучок 2. Так как в кристалле BSO за счет оптической активности наблюдается отток энергии, то на выходе из кристалла для пучка 1  $I/I_d=0.8$ .

Проведем аналогичное исследование для двумерных супергауссовых световых пучков (рисунок 5). Распределение интенсивности светового поля на входе в кристалл представлено на рисунке 5а.

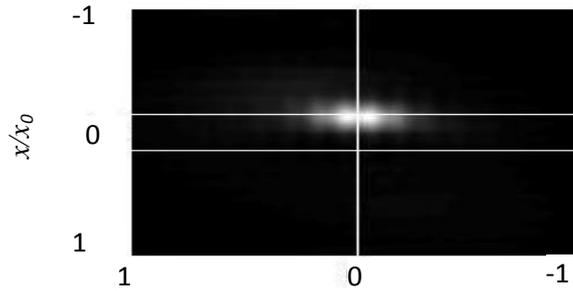


а – двумерные супергауссовы пучки на входе в кристалл;  
 б – распределение светового поля по толщине кристалла;  
 в – положение квазисолитонного пучка 1 на выходе из кристалла

**Рисунок 5. – Взаимодействие двумерных ортогонально поляризованных супергауссовых световых пучков в кристалле BSO, помещенном во внешнее постоянное электрическое поле  $E_0 = 20$  кВ/см: верхний пучок линейно поляризован ортогонально оси  $OX$ , нижний – параллельно оси  $OX$**

Из рисунка 5б видно, что аналогично случаю двумерных гауссовых световых пучков происходит отклонение пучка 1 в сторону управляющего пучка 2, но при заданных одинаковых параметрах супергауссов пучок отклоняется меньше, а рассеивается больше  $I/I_d=0.4$ . Однако нужно иметь в виду, что моделирование проводилось при  $E_0 = 27$  кВ/см, а квазисолитонный режим распространения одного супергауссова пучка наблюдается при  $E_0 = 31$  кВ/см. Поэтому если увеличить значение внешнего

электрического поля, то возможно улучшение фокусировки пучков, а также увеличение сдвига квазисолитонного пучка 1 (рисунок б).



**Рисунок б. – Положение квазисолитонного пучка на выходе из кристалла при взаимодействии двумерных ортогонально поляризованных супергауссовых световых пучков в кристалле BSO и внешнем электрическом поле  $E_0 = 31$  кВ/см**

Сравнивая результаты взаимодействия двумерных ортогонально поляризованных гауссовых и супергауссовых световых пучков можно сделать вывод, что при заданных параметрах для осуществления управляемой адресной локализации можно использовать оба вида пучков, однако из-за того, что форма супергауссовых пучков значительно изменяется при распространении в кристалле, они больше пульсируют.

Выше было отмечено, что для одномерных световых пучков можно увеличить сдвиг квазисолитонного пучка, если в качестве управляющего используется гауссов, а в качестве ведомого супергауссов световой пучок. Для двумерных световых пучков такое увеличение сдвига квазисолитонного пучка также возможно, но при длине кристалла 20 мм пульсации интенсивности супергауссова светового пучка наблюдаются в большей степени, чем гауссова, поэтому использование таких пучков является преимущественным только при малых значениях толщины кристалла.

### **Заключение**

Установлено, что кубический гиротропный фоторефрактивный кристалл BSO может быть использован для осуществления адресной управляемой локализации как одномерных, так и двумерных световых пучков. Такая локализация может быть использована при проектировании оптических логических устройств и оптических переключателей. Выявлено, что наблюдающийся при таком взаимодействии «breathing effect» не оказывает значительного влияния на величину отклонения световых пучков и проявляется сильнее для случая взаимодействия как одномерных, так и двумерных гауссовых световых пучков, чем при взаимодействии аналогичных супергауссовых световых пучков. Показано, что при заданных параметрах для осуществления управления световыми пучками предпочтительней использовать световые пучки с гауссовым распределением интенсивности. Полученные теоретические результаты могут быть использованы при проведении экспериментов по наблюдению управляемого отклонения световых пучков.

*Выражаем благодарность В.В. Шепелевичу за полезные советы в подготовке статьи.*

### **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Vector photorefractive spatial solitons / M. Segev [et al.] // Opt. Lett. – 1995. – Vol. 20. – P. 1764–1766.

2. Взаимодействие экранирующих солитонов в кубических оптически активных фоторефрактивных кристаллах / В. В. Шепелевич [и др.] // Квантовая электроника. – 2005. – Т. 35, № 4. – С. 351–355.
3. Нелинейное взаимодействие и отражение некогерентных световых пучков / Д. В. Горбач [и др.] // Изв. РАН. Сер. физ. – 2010. – Т. 74, № 12. – С. 1706–1710.
4. Взаимодействие двумерных ортогонально поляризованных супергауссовых световых пучков в фоторефрактивном кристалле / В. В. Давыдовская [и др.] // Квантовая электроника. – 2010. – Т. 40, № 10. – С. 899–906.
5. Влияние оптической активности на самофокусировку световых пучков в кубических фоторефрактивных кристаллах / В. В. Шепелевич [и др.] // Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33, № 5. – С. 446–450.
6. Барковский, Л. М. Ковариантная форма диэлектрического тензора в кристаллах высшей и средней сингоний при векторном взаимодействии / Л. М. Барковский, Ф. И. Федоров // Кристаллография. – 1965. – Т. 10, № 2. – С. 174–180.
7. Влияние оптической активности на распространение двумерных пространственных солитонов в кубических фоторефрактивных кристаллах / В. В. Шепелевич [и др.] // Квантовая электроника. – 2007. – Т. 37, № 4. – С. 353–357.
8. Królikowski, W. Photorefractive Solitons / W. Królikowski, B. Luther-Davies, C. Denz // IEEE Journal of Quantum Electron. – 2003. – Vol. 39, № 1. – P. 3–12.
9. Królikowski, W. Photorefractive materials and solitons, Opto-electronics Review / W. Królikowski, B. Luther-Davies, Y. Kivshar // Opt. Electron. Rev. – 2001. – Vol. 9, № 3. – P. 287–292.
10. Mitchel, A. R. Computational Methods in Partial Differential Equations / A. R. Mitchel. – New York : Wiley, 1969. – 255 p.
11. Interaction of two-dimensional spatial incoherent solitons in photorefractive medium / W. Królikowski [et al.] // Appl. Phys. B. – 1999. – Vol. 68. – P. 975–982.
12. Dipole-mode vector solitons in anisotropic photorefractive media / K. Motzek [et al.] // Opt. Commun. – 2001. – Vol. 197. – P. 161–167.
13. Sun, L. Modified finite-difference beam-propagation method based on the Douglas scheme / L. San, G. L. Yip // Opt. Lett. – 1993. – Vol. 18, № 15. – P. 1229–1231.
14. Incoherent interaction of Gaussian beams in photorefractive optically active crystals / V. V. Shepelevich [et al.] // Appl. Phys. B: Lasers and Optics. – 2008. – Vol. 90, № 1. – P. 149–153.
15. Давыдовская, В. В. Распространение одномерных и двумерных световых пучков различных профилей в фоторефрактивном оптически активном кристалле / В. В. Давыдовская, Ж. В. Колядко, В. В. Шепелевич // Изв. Гомел. гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2011. – № 6. – С. 46–51.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 11.05.2018

**Holub A.A., Davydouskaya V.V. Comparison of the Results of Interaction (1 + 1) D and (1 + 2) D Light Beams with Different Profiles and Orthogonal Polarizations in Photorefractive Optically Active Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> Crystal**

*Using numerical simulation, a theoretical comparison was made of the results of (1 + 1) D and (1 + 2) D Super-Gaussian and Gaussian light beams having linear polarizations orthogonal to each other and propagating in a cubic optically active photorefractive Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> crystal. The possibility of observing the deviations of the interacting light beams is shown. The possibility of using the observed effects in the implementation of optical logic devices is considered.*