УДК 539.12:530.145

В.А. Плетюхов

д-р физ.-мат. наук, профессор каф. теоретической физики
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина

ОБ ОПИСАНИИ СТРУН НА ОСНОВЕ БЕЗМАССОВОГО УРАВНЕНИЯ ДИРАКА – КЭЛЕРА

Даны тензорная и матричная формулировки релятивистского волнового уравнения, обеспечивающего совместное описание электромагнитного поля (фотона) и безмассового поля Кальба – Рамонда с нулевой спиральностью (нотофа). Показано, что данное уравнение является частным случаем системы уравнений Дирака – Кэлера. Этот результат открывает новые возможности применения поля Дирака – Кэлера в теории струн.

1. Введение

Как известно (например, [1]), в теории струн рассматриваются два типа струн: открытые и замкнутые. Взаимодействие замкнутых струн осуществляется посредством безмассового поля с нулевой спиральностью. Концы открытых струн представляют собой точечные электрические заряды противоположного знака (полюса). Следовательно, взаимодействие открытых струн должно осуществляться посредством скалярного и векторного полей, последнее из которых отождествляется с обычным электромагнитным полем. А поскольку струна является единым физическим объектом, создаваемые ею поля должны описываться совместно, т.е. на основе не распадающейся по группе Лоренца системе уравнений.

В настоящей работе исследуется возможный способ такого описания в пространстве размерности $d = 4$.

2. Тензорная формулировка

Простейшим претендентом на феноменологическое описание объединенного поля открытой струны в четырехмерном пространстве может служить следующая система тензорных уравнений первого порядка:

$$\partial_\mu \varphi_\mu + \varphi_0 = 0 , \tag{1}$$

$$\partial_\nu \varphi_{[\mu\nu]} + \partial_\mu \varphi_0 = j_\mu , \tag{2}$$

$$-\partial_\mu \varphi_\nu + \partial_\nu \varphi_\mu + \varphi_{[\mu\nu]} = 0 , \tag{3}$$

где скалярная φ_0 и векторная φ_μ функции являются потенциалами поля; антисимметричный тензор второго ранга $\varphi_{[\mu\nu]}$ – напряжённость; j_μ – вектор плотности тока, соответствующего концам струны.

Очевидно, что систему (1)–(3) можно трактовать как десятимерную формулировку уравнений Максвелла, дополненную скалярной функцией φ_0 и, соответственно, уравнением (1), которое имеет здесь смысл условия калибровки Фейнмана, содержащегося непосредственно в самой системе.

Подействуем на уравнение (2) оператором ∂_μ. Учитывая антисимметрию тензора $\varphi_{[\mu\nu]}$, получим уравнение второго порядка для скалярной функции

$$\Box \varphi_0 = \partial_\mu j_\mu . \tag{4}$$

Однако поскольку ток, создаваемый движением точечных зарядов, сохраняется $\left(\partial_\mu j_\mu = 0\right)$, уравнение (4) принимает вид

$$\Box\varphi_0 = 0. \tag{5}$$

Отсюда следует, что поле φ_0 не «чувствует» источника j_μ, не зависит от него. Поэтому для описания электромагнитного взаимодействия точечных зарядов присутствие функции φ_0 в системе (1)–(3) является излишним.

Данный вывод находится в соответствии с результатами работы [2], где на вторично-квантованном уровне показано, что функция φ_0 в свободной (в отсутствие источников) системе (1)–(3) играет роль калибровочной функции и физического поля не описывает.

Если же иметь в виду струну, то ситуация становится существенно иной. В случае взаимодействия открытых струн мы имеем два типа источников [1]: векторный j_μ и тензорный $j_{[\mu\nu]}$, создаваемый телом струны (body string). При этом между ними существует связь [1]

$$j_\nu = \partial_\mu j_{[\mu\nu]}, \tag{6}$$

и ток $j_{[\mu\nu]}$, как следует из (6), вообще говоря, не сохраняется:

$$\partial_\mu j_{[\mu\nu]} \neq 0, \text{ если } j_\nu \neq 0. \tag{7}$$

В случае же замкнутых струн

$$j_\nu = 0, \qquad \partial_\mu j_{[\mu\nu]} = 0. \tag{8}$$

Для того, чтобы струны в уравнениях (1)–(3) стали реальностью, необходимо ввести в эти уравнения источник $j_{[\mu\nu]}$. Но при этом возникает затруднение, связанное с тем, что поле φ_0 является скалярным, а источник $j_{[\mu\nu]}$ – тензорным.

Решение данной проблемы мы найдём, если обратимся к работе сорокалетней давности Огиевецкого и Полубаринова [3]. В этой работе было показано, что безмассовое поле со спиральностью 0 может описываться тензор-потенциалом $\psi_{[\mu\nu]}$. Не приводя явного вида уравнений, которым подчиняется $\psi_{[\mu\nu]}$, отметим главное: из шести компонент квантованного поля $\psi_{[\mu\nu]}$ независимой остаётся лишь одна, например, $\psi_{[12]}$. Квант этого поля был назван в [3] нотофом. Физических приложений для нотофа в то время найдено не было. Впоследствии поле нотофа получило в литературе название поля Кальба – Рамонда, так как было «переоткрыто» в иной формулировке и иной связи в работе [1].

Таким образом, между описаниями безмассового поля со спиральностью 0 посредством скалярной функции φ_0 и тензор-потенциалом $\psi_{[\mu\nu]}$ существует определённый дуализм. Отсюда напрашивается идея перейти от системы (1)–(3) к дуально сопряжённой системе, в которой роль скалярного поля будет выполнять тензор-потенциал $\psi_{[\mu\nu]}$. Такую систему для случая отсутствия источников можно получить, если в тензорной формулировке обобщённого уравнения Дирака – Кэлера [4]

$$\alpha\partial_\mu\psi_\mu + p\psi_0 = 0,$$

$$\beta\left(\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha\beta]}-\partial_\beta\psi_{[\mu\nu\alpha]}+\partial_\alpha\psi_{[\beta\mu\nu]}-\partial_\nu\psi_{[\alpha\beta\mu]}\right)+q\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]}=0,$$

$$\gamma^*\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]}+\alpha^*\partial_\mu\psi_0+r\psi_\mu=0,$$

$$\delta\left(\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha]}+\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\nu\psi_{[\alpha\mu]}\right)+\beta^*\partial_\beta\psi_{[\beta\mu\nu\alpha]}+s\psi_{[\mu\nu\alpha]}=0,$$

$$\gamma\left(-\partial_\mu\psi_\nu+\partial_\nu\psi_\mu\right)+\delta^*\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu\alpha]}+m\psi_{[\mu\nu]}=0$$

выбрать параметры

$$\alpha=\beta=\gamma=\delta=r=s=1, \qquad p=q=m=0.$$

В результате имеем уравнения

$$\partial_\mu\psi_\mu=0, \tag{9}$$

$$\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha\beta]}-\partial_\beta\psi_{[\mu\nu\alpha]}+\partial_\alpha\psi_{[\beta\mu\nu]}-\partial_\nu\psi_{[\alpha\beta\mu]}=0, \tag{10}$$

$$\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\mu\psi_0+\psi_\mu=0, \tag{11}$$

$$\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha]}+\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\nu\psi_{[\alpha\mu]}+\partial_\beta\psi_{[\beta\mu\nu\alpha]}+\psi_{[\mu\nu\alpha]}=0, \tag{12}$$

$$-\partial_\mu\psi_\nu+\partial_\nu\psi_\mu+\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu\alpha]}=0. \tag{13}$$

Будем рассматривать функции ψ_μ и $\psi_{[\mu\nu]}$ здесь в качестве потенциалов, а $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ как напряжённость.

Важно отметить, что система (9)–(13) исследовалась в ряде других работ (например, [5; 6]), но не в связи с описанием струн, поскольку вектор ψ_μ в этих работах рассматривался как напряжённость. Предлагаемая нами трактовка величин ψ_μ в качестве потенциалов имеет принципиальное значение, если мы хотим описывать с помощью (9)–(13) именно струны. В данной трактовке потенциал ψ_μ описывает поле полюсов открытой струны, а $\psi_{[\mu\nu]}$ – поле, создаваемое телом струны.

Выясним теперь смысл скалярной функции ψ_0 в системе (9)–(13). Нетрудно убедиться, что данная система, как и напряжённость $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$, остаётся инвариантной относительно калибровочных преобразований

$$\psi_\mu\to\psi_\mu+\partial_\mu\Lambda(x), \tag{14}$$

$$\psi_0\to\psi_0-\Lambda(x), \tag{15}$$

где калибровочная функция $\Lambda(x)$ удовлетворяет свободному уравнению Даламбера

$$\Box\Lambda(x)=0. \tag{16}$$

Действуя на уравнение (11) оператором ∂_μ и учитывая (9), получим, что функция ψ_0 удовлетворяет аналогичному уравнению

$$\Box\psi_0=0. \tag{17}$$

Введение источников j_μ , $j_{[\mu\nu]}$ в систему (9)–(13) не влияет на эти результаты. Следовательно, не уменьшая общности, можно рассматривать функцию ψ_0 как калибровочную и выбрать

$$\psi_0 = 0. \qquad (18)$$

При выборе калибровки (18) система (9)–(13) с учётом наличия источников принимает вид:

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \psi_\mu = 0, \qquad (19)$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha\beta]} - \partial_\beta \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\beta\mu\nu]} - \partial_\nu \psi_{[\alpha\beta\mu]} = 0, \qquad (20)$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\mu\alpha]} + \partial_\beta \psi_{[\beta\mu\nu\alpha]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \qquad (21)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]}. \qquad (22)$$

Уравнение (9) исчезло из системы (19)–(22), поскольку оно автоматически вытекает из уравнения (19).

Выражая из уравнения (21) тензор $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ и подставляя его в (20), получаем уравнение второго порядка

$$\partial_\mu \partial_\eta \psi_{[\eta\nu\alpha\beta]} - \partial_\beta \partial_\eta \psi_{[\eta\mu\nu\alpha]} + \partial_\alpha \partial_\eta \psi_{[\eta\beta\mu\nu]} - \partial_\nu \partial_\eta \psi_{[\eta\alpha\beta\mu]} = 0,$$

эквивалентное уравнению Даламбера

$$\Box \psi_{[\mu\nu\alpha\beta]} = 0. \qquad (23)$$

Уравнение (23) показывает, что поле $\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]}$ не реагирует на наличие источников струнного типа. Следовательно, если ограничиться рассмотрением только струн, то поле $\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]}$ также можно исключить из системы (19)–(22). Вместе с ним исключается уравнение (20), автоматически вытекающее из (21) при условии

$$\psi_{[\mu\nu\alpha\beta]} = 0. \qquad (24)$$

В результате получаем систему уравнений

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \psi_\mu = 0, \qquad (25)$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \qquad (26)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]}. \qquad (27)$$

Система (25)–(27) не распадается в смысле группы Лоренца. Уравнение (27) здесь трактуется как уравнение движения; (26) – выражение для напряжённости $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ через потенциалы $\psi_{[\mu\nu]}$; уравнение (25) устанавливает связь между потенциалами $\psi_{[\mu\nu]}$ и ψ_μ, т.е. выступает как своего рода условие калибровки, включенное на равных в исходную систему уравнений.

Здесь необходимо сделать следующие два замечания.

Во-первых, в системе (25)–(27) отсутствует в явном виде составляющая напряжённости поля открытой струны, которая соответствует полюсам струны. Её можно ввести посредством обозначения

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \psi_\nu - \partial_\nu \psi_\mu. \qquad (28)$$

В этом случае уравнение (27) принимает вид

$$-F_{[\mu\nu]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]} \qquad (29)$$

и содержит только наблюдаемые величины (напряжённости и ток), как и должно быть в уравнении движения.

Во-вторых, в (25)–(27) не фигурирует явно ток j_μ, соответствующий полюсам. Он появляется при переходе к уравнениям второго порядка. Действуя на уравнение (26) оператором ∂_α и подставляя полученное таким образом выражение для производной $\partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]}$ через потенциалы $\psi_{[\mu\nu]}$ в уравнение (27), получим

$$\Box \psi_{[\mu\nu]} = -j_{[\mu\nu]}. \tag{30}$$

Аналогично, действуя на уравнение (27) оператором ∂_ν, с учётом соотношения $\partial_\mu \psi_\mu = 0$, вытекающего из (25), и определения (6), будем иметь

$$\Box \psi_\mu = -j_\mu. \tag{31}$$

Рассмотрим частные случаи системы (25)–(27). Для замкнутой струны имеем $\psi_\mu = 0$. В результате находим:

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \tag{32}$$

$$\partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]}. \tag{33}$$

Уравнение

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0, \tag{34}$$

вытекающее из (25) при $\psi_\mu = 0$, приобретает статус условия калибровки, связанного с инвариантностью системы (32), (33) относительно калибровочных преобразований

$$\psi_{[\mu\nu]} \to \psi_{[\mu\nu]} - \partial_\mu \Lambda_\nu + \partial_\nu \Lambda_\mu, \tag{35}$$

и поэтому не включается в систему (32), (33) в качестве независимого уравнения.

Наконец, если в (25)–(27) отбросить тензор-потенциал $\psi_{[\mu\nu]}$ и, соответственно, напряжённость $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$, то останется уравнение

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\mu\nu]},$$

которое после свёртки с оператором ∂_ν с учётом обозначения (28) принимает вид

$$\partial_\nu F_{[\mu\nu]} = j_\mu. \tag{36}$$

Совместно с (28), рассматриваемым уже как уравнение, (36) образует обычную десятимерную формулировку уравнений Максвелла, как и должно быть.

Выпишем ещё лагранжиан системы (25)–(27):

$$\begin{aligned} L = &-\frac{1}{2}\psi_{[\mu\nu]}\left(\partial_\mu \psi_\nu - \partial_\nu \psi_\mu\right) - \frac{1}{2}\psi_\mu^2 - \frac{1}{6}\psi_{[\mu\nu\alpha]}\Big(\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \\ &+\partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]}\Big) - \frac{1}{12}\psi_{[\mu\nu\alpha]}^2 - \psi_{[\mu\nu]} j_{[\mu\nu]}. \end{aligned} \tag{37}$$

3. Матричная формулировка

Любая линейная система дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами может быть представлена в матричной форме. Сказанное относится и к системам уравнений, описывающим элементарные частицы. В работах [7; 8] показано, что свободные безмассовые частицы (поля) описываются универсальной формой

$$\left(\gamma_{\mu}\partial_{\mu}+\gamma_{0}\right)\psi_{(x)}=0, \tag{38}$$

где γ_{μ}, γ_{0} – квадратные матрицы $\left(\det\gamma_{0}=0\right)$; $\psi\left(x\right)$ – многокомпонентная волновая функция, преобразующаяся по некоторому приводимому представлению группы Лоренца. Матричная форма удобна, в частности, при исследовании спиновых свойств (спиральности) частиц.

Для того, чтобы представить систему (25)–(27) в виде (38), перепишем её предварительно следующим образом:

$$\partial_{\nu}\psi_{[\mu\nu]}+\psi_{\mu}=0, \tag{39}$$

$$\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_{\nu}\psi_{[\alpha\beta]}+\tilde{\psi}_{\mu}=0, \tag{40}$$

$$-\partial_{\mu}\psi_{\nu}+\partial_{\nu}\psi_{\mu}+\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_{\alpha}\tilde{\psi}_{\beta}=0 \tag{41}$$

(ограничимся случаем отсутствия источников). Здесь

$$\tilde{\psi}_{\mu}=\frac{1}{3!}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\psi_{[\nu\alpha\beta]}\ - \tag{42}$$

аксиальный вектор, дуальный тензору $\psi_{[\nu\alpha\beta]}$; $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ – тензор Леви-Чивита $\left(\varepsilon_{1234}=-i\right)$.

В тензорном базисе

$$\psi=\left(\psi_{\mu},\tilde{\psi}_{\mu},\psi_{[\mu\nu]}\right)\ \text{– столбец} \tag{43}$$

матрицы γ_{μ}, γ_{0} системы (39)–(41), записанной в форме (38), имеют вид

$$\gamma_{\mu}=e^{\nu[\nu\mu]}+e^{[\nu\mu]\nu}+\frac{i}{2}\varepsilon_{\nu\mu\alpha\beta}\left(e^{\tilde{\nu}[\alpha\beta]}+e^{[\alpha\beta]\tilde{\nu}}\right), \tag{44}$$

$$\gamma_{0}=e^{\nu\nu}+e^{\tilde{\nu}\tilde{\nu}}, \tag{45}$$

где e^{AB} – элементы полной матричной алгебры [9]; $A,B=\mu,\tilde{\mu},\left[\mu\nu\right]$ – собирательные индексы, пробегающие значения от 1 до 14.

Для установления спиновой структуры релятивистского волнового уравнения (РВУ) с волновой функцией (43) и матрицами γ_{μ} (44), γ_{0} (45) перейдём в канонический базис [10]. Схема зацеплений неприводимых представлений группы Лоренца, на которой базируется рассматриваемое РВУ, такова:

$$\begin{tikzcd} & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) \arrow[dr, dash] & \\ \left(0,1\right) \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & & \left(1,0\right). \\ & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' \arrow[ur, dash] & \end{tikzcd} \tag{46}$$

В схеме (46) представления $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)'$, $(0,1)\oplus(1,0)$ отвечают вектору ψ_μ, псевдовектору $\tilde{\psi}_\mu$ и антисимметричному тензору $\psi_{[\mu\nu]}$. В каноническом базисе для матрицы γ_4, играющей основную роль в РВУ (38), будем иметь выражение

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} C^0 & \\ & C^1 \otimes I_3 \end{pmatrix}, \tag{47}$$

где C^0 и C^1 – спиновые блоки, соответствующие спинам 0 и 1:

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c^1_{13} & c^1_{14} \\ 0 & 0 & c^1_{23} & c^1_{24} \\ c^1_{31} & c^1_{32} & 0 & 0 \\ c^1_{41} & c^1_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{48}$$

Налагая на элементы c^1_{ij} блока C^1 ограничения, вытекающие из требований инвариантности уравнения относительно преобразований полной группы Лоренца и возможности лагранжевой формулировки теории, получим

$$C^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{49}$$

Из (49) следует, что безмассовое поле, описываемое РВУ (38), (43)–(49), переносит спин 1. При этом собственные значения ± 1 блока C^1 двукратно вырождены. Проективная матрица γ_0 (45) обеспечивает «вырезание» трёх из шести максимально возможных здесь состояний со спином 1, оставляя в совокупности три степени свободы: две на фотон $(s = \pm 1)$ и одну на нотоф $(s = 0)$. Нераспадение теории по группе Лоренца означает, что речь здесь идёт не просто о совместном описании соответствующих полей (электромагнитного и поля Кальба – Рамонда), а о едином безмассовом поле с возможными значениями спиральности $0, \pm 1$, посредством которого реализуется взаимодействие открытых струн. Важно подчеркнуть, что во взаимодействиях это поле переносит спин 1 [3].

4. Заключение

В работах [5; 6] было установлено, что безмассовые бозонные пределы уравнения Дирака – Кэлера содержат в себе в качестве частных случаев теорию электромагнитного поля (фотона), т.е. безмассового векторного поля со спиральностью ± 1, и поля Кальба – Рамонда (нотофа) – безмассового поля со спиральностью 0, но переносящего во взаимодействиях спин 1. В настоящей работе показано, что данное уравнение позволяет описывать указанные поля совместно, трактуя их как единый физический объект (аналогично тому, как электромагнитная волна объединяет электрическую и магнитную составляющие). С точки зрения физических приложений указанное поле может претендовать на роль переносчика взаимодействия открытых струн применительно к пространству размерности $d = 4$.

Однако окончательные выводы относительно физического содержания системы уравнений (25)–(27) можно будет сделать после осуществления процедуры вторичного квантования, над чем в настоящее время работает автор.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kalb, M. Classical direct interstring action / M. Kalb, P. Ramond // Phys. Rev. – 1974. – Vol. D9, № 8. – P. 2273–2284.

2. Плетюхов, В. А. О квантовании одной системы уравнений максвелловского типа / В. А. Плетюхов, П. П. Андрусевич // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4. Фізіка. Матэматыка. – 2008. – № 1. – С. 50–54.

3. Огиевецкий, В. И. Нотоф и его возможные взаимодействия / В. И. Огиевецкий, И. И. Полубаринов // Ядерная физика. – 1966. – Т. 4. – Вып. 1. – С. 216–223.

4. Feshbach, H. A wave equation for a particle of maximum spin one / H. Feshbach, W. Nichols // Annals of physics. – 1958. – Vol. 4. – P. 448–458.

5. Pletyukhov, V. A. Quantization of massless fields of the Dirac – Kähler type / V. A. Pletyukhov, V. I. Strazhev / Nonlinear dynamics and Applications: Proceeding of the Fifteenth annual seminar NPCS, Minsk, 22–23 may, 2008 / Minsk : BSU. – 2008. – Vol. 15. – P. 133–141.

6. Pletyukhov, V. A. Dirac – Kähler theory and massless fields / V. A. Pletyukhov, V. I. Strazhev // AIP conference proceeding. – 2010. – Vol. 1205. – P. 120–126 (Italy). Conference in honour of Y. B. Zeldovich, April 20–23, 2009, Minsk.

7. Фёдоров, Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения / Ф. И. Фёдоров // Доклады АН СССР. – 1952. – Т. 82, № 1. – С. 37–40.

8. Богуш, А. А. Введение в теорию классических полей / А. А. Богуш, Л. Г. Мороз. – Минск : Наука и техника, 1968. – 388 с.

9. Богуш, А. А. Обобщённые символы Кронекера / А. А. Богуш, Ф. И. Фёдоров // Доклады АН БССР. – 1968. – Т. 12, № 1. – С. 21– 24.

10. Гельфанд, И. М. Представления группы вращений и группы Лоренца / И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. – М. : Физматгиз, 1958. – 368 с.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 23.02.2015

***Pletyukhov V.A.* On Description of the Strings by a Massless Dirac – Kähler Equation**

Tensor and matrix formulations of the relativistic wave equation providing description both an electromagnetic field (photon) and a massless Kalb – Ramond field with the zero helicity (notoph) are given. It is shown that this equation is a particular case of the Dirac – Kähler system. It opens new possibilities for applications of the Dirac–Kähler field in the string theory.