УДК 539.12:530.145

В.А. Плетюхов, В.И. Стражев

О ДВУХ ТИПАХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВНУТРЕННЕЙ СИММЕТРИИ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Установлено, что наиболее полной группой внутренней симметрии классического лагранжиана 12-компонентного безмассового дираковского поля является группа SU(3,3). На квантовом уровне «выживает» ее максимальная компактная подгруппа SU(3) $\otimes$ SU(3). Группа цветовой симметрии SU(3) содержится в последней в качестве подгруппы.

Введение

Как известно, лагранжева формулировка массивного дираковского поля инвариантна относительно преобразований группы внутренней симметрии SU(1,1), получившей в работе [1] название зарядовой симметрии. Для безмассового дираковского поля известна также симметрия, описываемая группой SU(2) [2; 3] и получившая название группы Паули–Гюрши. Таким образом, при переходе к безмассовому полю полная группа симметрии уравнения Дирака представляет собой 6-параметрическую группу (изоморфную группе SO(3,1)), которая включает в себя вышеуказанные группы SU(1,1) и SU(2) в качестве подгрупп.

При использовании матричной формы записи уравнения Дирака для безмассовых микрообъектов

$$\gamma_\mu \partial_\mu \psi = 0 \ \ (\mu = 1,2,3,4) \tag{1}$$

преобразования группы Паули-Гюрши имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi' &= a\psi + b\gamma_5 C\bar{\psi}, \\ \bar{\psi}' &= b^* \gamma_5 C\psi + a^* \bar{\psi}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\bar{\psi} = \psi^+ \gamma_4$, $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$, $C = \gamma_2\gamma_4$ – матрица зарядового сопряжения, a и b – произвольные комплексные числа, удовлетворяющие условию $|a|^2 + |b|^2 = 1$.

Как видно, преобразования (2) включают в себя, помимо биспинорной волновой функции ψ, также сопряженную функцию $\bar{\psi}$. Это фактически равносильно введению в рассмотрение 8-компонентной волновой функции

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi \\ \bar{\psi} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

удовлетворяющей, как показано в работе [4], уравнению

$$\Gamma_\mu \partial_\mu \Psi = 0, \tag{4}$$

матрицы которого Γ_μ 8х8 подчиняются алгебре матриц Дирака. В [4] показано также, что данная трактовка преобразований (2) соответствует описанию дираковского поля с помощью 8-компонентной вещественной волновой функции, которая связанна с функцией (3) посредством унитарного преобразования.

В рамках такого описания в работе [5] установлено, что полная группа SO(3,1) симметрии уравнения Дирака для безмассового поля состоит из двух принципиально разных типов преобразований, генераторы которых коммутируют (один тип) и антикоммутируют (второй тип) с матрицами Γ_μ. При этом группа зарядовой симметрии SU(1,1) относится к преобразованиям первого типа. Таким образом, расширение группы зарядовой симметрии до группы SO(3,1) обусловлено вовлечением в рассмотрение преобразований второго типа, имеющих иное происхождение и предполагающих иное физическое истолкование. В работе [2] преобразования (2) связываются с законом сохранения лептонного заряда.

Настоящая работа является продолжением цикла публикаций авторов [6; 7], посвященных исследованию с вышеизложенных позиций наиболее полной группы внутренней симметрии системы трех безмассовых уравнений Дирака. Последняя, как известно, лежит в основе калибровочной модели сильных взаимодействий и служит для описания безмассовых кварков.

Вещественная форма системы трех уравнений Дирака

Рассмотрим систему трех уравнений Дирака для безмассовых частиц ($m \neq 0$):

$$\begin{aligned} &\gamma_\mu \partial_\mu \psi_1 = 0, \\ &\gamma_\mu \partial_\mu \psi_2 = 0, \\ &\gamma_\mu \partial_\mu \psi_3 = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Метрику пространства $g_{\mu\nu}$ и матрицы γ_μ выберем в виде:

$$g_{\mu\nu} = diag(1,1,1,1), \tag{6}$$

$$\gamma_i = \sigma_2 \otimes \sigma_i, \gamma_4 = \sigma_3 \otimes I_2 \ (i = 1,2,3). \tag{7}$$

Беря от (5) комплексное сопряжение и учитывая мнимый характер временной координаты x_4, для сопряженных функций $\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*$ получим уравнения:

$$\begin{aligned} &\left(-\gamma_1\partial_1 + \gamma_2\partial_2 - \gamma_3\partial_3 - \gamma_4\partial_4\right)\psi_1^* = 0, \\ &\left(-\gamma_1\partial_1 + \gamma_2\partial_2 - \gamma_3\partial_3 - \gamma_4\partial_4\right)\psi_2^* = 0, \\ &\left(-\gamma_1\partial_1 + \gamma_2\partial_2 - \gamma_3\partial_3 - \gamma_4\partial_4\right)\psi_3^* = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Рассматривая системы (5) и (8) совместно, придем к 24-компонентной системе уравнений, которую можно представить в универсальной матричной форме (4). При выборе волновой функции Ψ в (4) в виде

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*) - \text{столбец} \tag{9}$$

для матриц Γ_μ будем иметь выражения:

$$\Gamma_1 = \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_1,\ \Gamma_2 = I_6 \otimes \gamma_2,\ \Gamma_3 = \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_3,\ \Gamma_4 = \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_4. \tag{10}$$

Для дальнейшего удобно перейти к представлению, в котором вещественные и мнимые компоненты волновой функции разделены:

$$\begin{aligned} &\Psi = (\psi_1^r, \psi_2^r, \psi_3^r, \psi_1^i, \psi_2^i, \psi_3^i) - \text{столбец}, \\ &\psi_{1,2,3}^r = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{1,2,3} + \psi_{1,2,3}^*), \quad \psi_{1,2,3}^i = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{1,2,3} - \psi_{1,2,3}^*). \end{aligned} \tag{11}$$

Указанный переход от представления (9) осуществляется с помощью унитарного преобразования базиса в пространстве волновой функции Ψ:

$$u=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} I_{12} & I_{12} \\ I_{12} & -I_{12} \end{pmatrix},\ u^{-1}=u^{+}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} I_{12} & I_{12} \\ I_{12} & -I_{12} \end{pmatrix}. \tag{12}$$

Матрицы Γ_μ при этом принимают вид:

$$\Gamma_1=\sigma_1\otimes I_3\otimes\gamma_1,\ \ \Gamma_2=I_6\otimes\gamma_2,\ \Gamma_3=\sigma_1\otimes I_3\otimes\gamma_3,\ \Gamma_4=\sigma_1\otimes I_3\otimes\gamma_4. \tag{13}$$

Лагранжиан уравнения (4), (11), (13)

$$L=-\bar{\Psi}\Gamma_\mu\partial_\mu\Psi=-\Psi^{+}\eta\Gamma_\mu\partial_\mu\Psi \tag{14}$$

эквивалентен лагранжиану исходной системы (5)

$$\begin{aligned} L&=-\bar{\psi}_1\gamma_\mu\partial_\mu\psi_1-\bar{\psi}_2\gamma_\mu\partial_\mu\psi_2-\bar{\psi}_3\gamma_\mu\partial_\mu\psi_3= \\ &=-\psi_1^{+}\gamma_4\gamma_\mu\partial_\mu\psi_1-\psi_2^{+}\gamma_4\gamma_\mu\partial_\mu\psi_2-\psi_3^{+}\gamma_4\gamma_\mu\partial_\mu\psi_3 \end{aligned} \tag{15}$$

при выборе матрицы билинейной формы η в (14) в виде

$$\eta=I_6\otimes\gamma_4, \tag{16}$$

который инвариантен относительно преобразования (12).

Уравнение (4) с волновой функцией (11), матрицами Γ_μ (13) и лагранжианом (14), (16) будем называть вещественной формой исходной системы (5) с лагранжианом (15), поскольку соответствующая матричному уравнению (4) система 24-х уравнений, записанных в явном виде, является вещественной. Эту форму мы и будем использовать при установлении группы внутренней симметрии лагранжевой формулировки системы (5).

Как уже отмечалось во введении, данный подход аналогичен подходу Паули, который применялся в работе [2] при установлении группы внутренней симметрии безмассового уравнения Дирака, и является в определенном смысле его модифицированным обобщением на случай дираковских полей различных размерностей.

Внутренняя симметрия лагранжиана

Для решения поставленной задачи будем использовать также фермионный базис, в котором диракоподобные матрицы Γ_μ, по определению, имеют следующую блочную форму:

$$\Gamma_\mu=I_6\otimes\gamma_\mu. \tag{17}$$

Переход от представления (11) в фермионный базис может быть осуществлен посредством унитарного преобразования:

$$\begin{aligned} A&=\frac{1}{2}[I_6\otimes(I_4-i\gamma_2)+(\sigma_1\otimes I_3)\otimes(I_4+i\gamma_2)], \\ A^{-1}&=A^{+}=\frac{1}{2}[I_6\otimes(I_4+i\gamma_2)+(\sigma_1\otimes I_3)\otimes(I_4-i\gamma_2)]. \end{aligned} \tag{18}$$

Матрица билинейной формы η принимает при этом вид:

$$\eta=(\sigma_1\otimes I_3)\otimes\gamma_4. \tag{19}$$

Инвариантность уравнения (4) с матрицами Γ_μ (17) относительно преобразований внутренней симметрии

$$\Psi'(x_\mu)=Q\Psi(x_\mu) \tag{20}$$

обеспечивается матрицами двух типов:

$$Q_1=q^{(1)}\otimes I_4, \tag{21}$$

$$Q_2 = q^{(2)} \otimes \gamma_5, \tag{22}$$

где $q^{(1)},\ q^{(2)}$ – комплексные матрицы 6x6, на которые накладываются ограничения, связанные с сохранением вещественного характера уравнения (4). При этом матрицы $Q_1,\ Q_2$ удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям с матрицами Γ_μ (17):

$$[Q_1, \Gamma_\mu]_- = 0, \tag{23}$$

$$[Q_2, \Gamma_\mu]_+ = 0. \tag{24}$$

Матрицы (21), (22) можно параметризовать посредством 72-х базисных операторов

$$\begin{aligned} &J_{00} = I_{24},\ J_{i0} = (\sigma_i \otimes I_3) \otimes I_4, \\ &J_{0A} = (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes I_4,\ J_{iA} = (\sigma_i \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} &L_{00} = I_6 \otimes \gamma_5,\ L_{i0} = (\sigma_i \otimes I_3) \otimes \gamma_5, \\ &L_{0A} = (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_5,\ L_{iA} = (\sigma_i \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_5, \end{aligned} \tag{26}$$

где $\alpha_A\ (A = 1 \div 8)$ – генераторы группы SU(3), которые выберем в виде:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = e^{11} - e^{33},\ \alpha_2 = e^{22} - e^{33},\ \alpha_3 = e^{23} + e^{32},\ \alpha_4 = e^{13} + e^{31}, \\ &\alpha_5 = e^{12} + e^{21}, \alpha_6 = -i(e^{23} - e^{32}),\ \alpha_7 = -i(e^{31} - e^{13}),\ \alpha_8 = -i(e^{12} - e^{21}), \end{aligned} \tag{27}$$

e^{ij} – элементы полной матричной алгебры [8, с. 307].

Возвращаясь теперь обратно в базис (11), получим для операторов (25), (26) выражения:

$$\begin{aligned} &J_{00} = I_{24},\ J_{10} = (\sigma_1 \otimes I_3) \otimes I_4, J_{20} = -(\sigma_3 \otimes I_3) \otimes \gamma_2, \\ &J_{30} = (\sigma_2 \otimes I_3) \otimes \gamma_2,\ J_{0A} = (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes I_4,\ J_{1A} = (\sigma_1 \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \\ &J_{2A} = -(\sigma_3 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2,\ J_{3A} = (\sigma_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2; \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} &L_{00} = (\sigma_1 \otimes I_3) \otimes \gamma_5,\ L_{10} = I_6 \otimes \gamma_5,\ L_{20} = -i(\sigma_2 \otimes I_3) \otimes \gamma_2\gamma_5, \\ &L_{30} = -i(\sigma_3 \otimes I_3) \otimes \gamma_2\gamma_5,\ L_{0A} = (\sigma_1 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_5,\ L_{1A} = (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_5, \\ &L_{2A} = -i(\sigma_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2\gamma_5,\ L_{3A} = -i(\sigma_3 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2\gamma_5. \end{aligned} \tag{29}$$

Условие сохранения вещественного характера уравнения (4), (11), (13) относительно преобразований, задаваемых базисными операторами (28), (29), накладывает на соответствующие параметры $\omega_N \leftrightarrow J^N,\ \theta_N \leftrightarrow L^N$ следующие ограничения:

$$\begin{aligned} &\omega_{00}, \omega_{20}, \omega_{30}, \omega_{01}, ..., \omega_{05}, \omega_{16}, \omega_{17}, \omega_{18}, \omega_{21}, ..., \omega_{25}, \omega_{31}, ..., \omega_{35} \\ &\theta_{10}, \theta_{06}, \theta_{07}, \theta_{08}, \theta_{11}, ..., \theta_{15}, \theta_{26}, \theta_{27}, \theta_{28}, \theta_{36}, \theta_{37}, \theta_{38} - \text{вещественные}; \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} &\omega_{10}, \omega_{06}, \omega_{07}, \omega_{08}, \omega_{11}, ..., \omega_{15}, \omega_{26}, \omega_{27}, \omega_{28}, \omega_{36}, \omega_{37}, \omega_{38}, \\ &\theta_{00}, \theta_{20}, \theta_{30}, \theta_{01}, ..., \theta_{05}, \theta_{16}, \theta_{17}, \theta_{18}, \theta_{21}, ..., \theta_{25}, \theta_{31}, ..., \theta_{35} - \text{мнимые}. \end{aligned} \tag{31}$$

Требование инвариантности лагранжиана (14) относительно преобразований внутренней симметрии (20) приводит к условию

$$\left(Q_1 + Q_2\right)^+ \eta \Gamma_\mu \left(Q_1 + Q_2\right) = \eta \Gamma_\mu, \tag{32}$$

откуда с учетом (23), (24) имеем:

$$\left(Q_1+Q_2\right)^+\eta\left(Q_1-Q_2\right)\Gamma_\mu=\eta\Gamma_\mu,$$

$$\left(Q_1+Q_2\right)^+\eta\left(Q_1-Q_2\right)=\eta,$$

$$Q_1^+\eta Q_1+Q_2^+\eta Q_1-Q_1^+\eta Q_2-Q_2^+\eta Q_2=\eta. \tag{33}$$

Применяя к соотношению (33) операцию эрмитовского сопряжения и учитывая, что $\eta^+=\eta$, получим:

$$Q_1^+\eta Q_1-Q_2^+\eta Q_1+Q_1^+\eta Q_2-Q_2^+\eta Q_2=\eta. \tag{34}$$

Сравнивая (33) и (34), находим, что условие (33) распадается на два самостоятельных матричных условия:

$$Q_1^+\eta Q_1-Q_2^+\eta Q_2=\eta, \tag{35}$$

$$Q_1^+\eta Q_2-Q_2^+\eta Q_1=0. \tag{36}$$

Условия (35), (36) накладывают 36 связей на параметры (30), (31) (мы их не выписываем ввиду громоздкости). В результате получаем 36-параметрическую группу (35-параметричкскую при наложении условия унимодулярности), задаваемую 72 базисными операторами (28) и (29), на параметры которых (30), (31) накладывается 36 связей, вытекающих из матричных условий (35), (36).

Для того, чтобы выяснить структуру данной группы преобразований, запишем условия (35), (36) для бесконечно малых однопараметрических преобразований. Получим соотношения

$$\left(\omega J\right)^+\eta=-\omega\eta J, \tag{37}$$

$$(\theta L)^+\eta=\theta\eta L, \tag{38}$$

в которых базисные операторы J, L (за исключением единичного J_{00}) выступают в качестве генераторов. Непосредственная проверка показывает, что условия (37), (38) выполняются для 36 однопараметрических преобразований, задаваемых генераторами:

$$\begin{gathered}J_{10}, J_{20}, J_{30}, J_{06}, J_{07}, J_{08}, J_{11}\ ..., J_{15},\\ J_{21},..., J_{25},\ J_{31},..., J_{35}, L_{00}, L_{01},..., L_{05},\\ L_{16}, L_{17},\ L_{18}, L_{26}, L_{27}, L_{28}, L_{36}, L_{37}, L_{38}.\end{gathered} \tag{39}$$

Генератор L_{00}, содержащийся в наборе (39), коммутирует со всеми остальными и представляет собой непрерывный аналог γ_5-преобразования ($e^{\theta_{00}L_{00}}$) для системы из трех уравнений Дирака с $m=0$. Остальные 35 генераторов образуют унитарную группу SU(3,3) с 18 вещественными ($\omega_{20}, \omega_{30}, \omega_{21}, ..., \omega_{25}, \omega_{31}, ..., \omega_{35}$, $\theta_{26}, \theta_{27}, \theta_{28}, \theta_{36}, \theta_{37}, \theta_{38}$) и 17 мнимыми ($\omega_{10}, \omega_{06}, \omega_{07}, \omega_{08}, \omega_{11}, ..., \omega_{15}$, $\theta_{01}, ..., \theta_{05}, \theta_{16}, \theta_{17}, \theta_{18}$) параметрами. Генераторы типа J в (39) образуют в данной группе 21-параметрическую подгруппу с 12 вещественными ($\omega_{20}, \omega_{30}, \omega_{21}, ..., \omega_{25}, \omega_{31}, ..., \omega_{35}$) и 9 мнимыми ($\omega_{10}, \omega_{06}, \omega_{07}, \omega_{08}, \omega_{11}, ..., \omega_{15}$) параметрами, изоморфную группе SO(4,3) и являющуюся наиболее полной группой внутренней симметрии лагранжиана системы трех уравнений Дирака с $m\neq 0$ [6].

Максимальная компактная подгруппа SU(3)$\otimes$SU(3), содержащаяся в установленной группе SU(3,3), задается 16 генераторами

$$J_{06}, J_{07}, J_{08}, J_{11},..., J_{15}, L_{01},..., L_{05}, L_{16}, L_{17}, L_{18}, \qquad (40)$$

которым соответствуют мнимые параметры. Действительно, составив из этих генераторов линейные комбинации

$$M_1 = \frac{1}{2}(J_{11}+L_{01}), M_2 = \frac{1}{2}(J_{12}+L_{02}), M_3 = \frac{1}{2}(J_{13}+L_{03}), M_4 = \frac{1}{2}(J_{14}+L_{04}),$$
$$M_5 = \frac{1}{2}(J_{15}+L_{05}), M_6 = \frac{1}{2}(J_{06}+L_{16}), M_7 = \frac{1}{2}(J_{07}+L_{17}), M_8 = \frac{1}{2}(J_{08}+L_{18}),$$
$$\qquad (41)$$
$$N_1 = \frac{1}{2}(J_{11}-L_{01}), N_2 = \frac{1}{2}(J_{12}-L_{02}), N_3 = \frac{1}{2}(J_{13}-L_{03}), N_4 = \frac{1}{2}(J_{14}-L_{04}),$$
$$N_5 = \frac{1}{2}(J_{15}-L_{05}), N_6 = \frac{1}{2}(J_{06}-L_{16}), N_7 = \frac{1}{2}(J_{07}-L_{17}), N_8 = \frac{1}{2}(J_{08}-L_{18}),$$

нетрудно убедиться, что восьмерки генераторов $M_A, N_A \quad (A = 1 \div 8)$ удовлетворяют алгебре группы SU(3) и коммутируют между собой. В свою очередь, группа SU(3) цветовой симметрии задается генераторами

$$J_{06}, J_{07}, J_{08}, J_{11}, J_{12}, J_{13}, J_{14}, J_{15} \qquad (42)$$

и является, с одной стороны, подгруппой группы SU(3)$\otimes$SU(3), а с другой – максимальной компактной подгруппой вышеупомянутой группы SO(4,3).

Симметрии квантованного поля

Для того чтобы установить, какие из выше рассмотренных симметрий сохраняются на квантовом уровне, необходимо проверить инвариантность антикоммутационных соотношений для операторных волновых функций относительно однопараметрических преобразований, задаваемых генераторами (28), (29). Для трех уравнений Дирака условия квантования имеют вид:

$$\left[\psi_i^{(\alpha)}, \bar{\psi}_j^{(\beta)}\right]_+ = (\gamma_4)_{\alpha\beta}\,\delta_{ij} \qquad (i, j = 1,2,3), \qquad (43)$$

где $\bar{\psi}_j = \psi_i^+ \gamma_4$, $\alpha, \beta = 1,2,3,4$ – индексы, нумерующие компоненты дираковского биспинора. Для проверки вышеуказанной инвариантности соотношений (43) надо предварительно перевести генераторы (28), (29) в представление, в котором

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3) - \text{ñòî ëáåö}. \qquad (44)$$

Такой переход от представления (11) осуществляется посредством унитарного преобразования

$$S = \begin{pmatrix} I_{12} & I_{12} \\ I_3 \otimes \gamma_4 & -I_3 \otimes \gamma_4 \end{pmatrix}, \qquad S^{-1} = S^+ = \begin{pmatrix} I_{12} & I_3 \otimes \gamma_4 \\ I_{12} & -I_3 \otimes \gamma_4 \end{pmatrix}. \qquad (45)$$

В результате для генераторов внутренней симметрии системы трех уравнений Дирака с $m = 0$ получаются выражения:

$$J_{00} = I_{24},\ J_{10} = \sigma_3 \otimes I_{12},\ J_{20} = -i\sigma_2 \otimes I_3 \otimes \gamma_2\gamma_4,$$
$$J_{30} = -i\sigma_1 \otimes I_3 \otimes \gamma_2\gamma_4,\ J_{0A} = \mathrm{I}_2 \otimes \alpha_A \otimes I_4, \qquad (46)$$
$$J_{1A} = \sigma_3 \otimes \alpha_A \otimes I_4,\ J_{2A} = -i\sigma_2 \otimes \alpha_A \otimes \gamma_2\gamma_4,\ J_{3A} = i\sigma_1 \otimes \alpha_A \otimes \gamma_2\gamma_4;$$
$$L_{00} = I_6 \otimes \gamma_5,\ L_{10} = \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_5,\ L_{20} = -i\sigma_2 \otimes I_3 \otimes \gamma_5\gamma_2\gamma_4,$$

$$L_{30}= i\sigma_1 \otimes I_3 \otimes \gamma_5\gamma_2\gamma_4,\ \ L_{0A}=I_2 \otimes \alpha_A \otimes \gamma_5,\ \ L_{1A}=\sigma_3 \otimes \alpha_A \otimes \gamma_5, \qquad (47)$$
$$L_{2A}=-i\sigma_2 \otimes \alpha_A \otimes \gamma_5\gamma_2\gamma_4,\ \ L_{3A} = i\sigma_1 \otimes \alpha_A \otimes \gamma_5\gamma_2\gamma_4.$$

Расчет показывает, что условия квантования (43) инвариантны относительно однопараметрических преобразований, задаваемых 36 генераторами

$$J_{10}, J_{06}, J_{07}, J_{08}, J_{11},..., J_{15}, J_{26}\ , J_{27}, J_{28}, J_{36}\ , J_{37}\ J_{38},$$
$$L_{00}, L_{20},\ L_{30}, L_{01},..., L_{05}, L_{16}, L_{17}, L_{18},\ L_{21},..., L_{25}, L_{31},..., L_{35}, \qquad (48)$$

которым соответствуют мнимые параметры (31). При этом генератор L_{00} коммутирует со всеми остальными в наборе (48). Последние, в свою очередь, образуют 35-параметрическую группу с алгеброй генераторов группы SU(6).

Таким образом, из преобразований внутренней симметрии системы трех уравнений Дирака с $m=0$ при наложении условия унимодулярности на квантовом уровне «выживает» компактная группа SU(6), статус которой аналогичен статусу группы SU(2) преобразований Паули–Гюрши для одного безмассового уравнения Дирака.

Если на генераторы (48) наложить требование инвариантности лагранжиана (классического), то останутся преобразования, задаваемые генераторами (40) и соответствующие группе $\mathrm{SU}(3)\otimes\mathrm{SU}(3)$. При переходе к массивному полю от этой группы остается группа SU(3) цветовой симметрии с генераторами (42).

Заключение

Итак, наиболее полной группой внутренней симметрии лагранжевой формулировки классической теории безмассовых дираковских фермионов с тремя внутренними степенями свободы является группа SU(3,3). На квантовом уровне остается максимальная компактная подгруппа $\mathrm{SU}(3)\otimes\mathrm{SU}(3)$ указанной группы. При отказе от требования инвариантности лагранжиана симметрия квантованного поля расширяется до группы SU(6), которая представляет собой аналог группы SU(2) преобразований Паули–Гюрши для одного уравнения Дирака с $m=0$.

Группа SU(3) цветовой симметрии кварков является, с одной стороны, максимальной компактной подгруппой группы SO(4,3) симметрии классического лагранжиана системы трех уравнений Дирака с $m\neq 0$, а с другой – может рассматриваться как подгруппа группы $\mathrm{SU}(3)\otimes\mathrm{SU}(3)$ симметрии безмассового квантованного поля, «выживающая» при введении массового члена.

Как и в случае одного уравнения Дирака (введение), расширение группы цветовой симметрии до указанных групп обнаруживается при вещественном описании дираковских полей и обусловлено включением в математическую схему преобразований, антикоммутирующих с матрицами Γ_μ. Возможные физические следствия наличия расширенных групп симметрии в рассматриваемой модели являются предметом исследования авторов в настоящее время.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pursey, D.L. Symmetries of the Dirac equation / D.L. Pursey, J.F. Plebanski // Phys. Rev. – 1984. – V. 29. – P. 1848–1850.

2. Pauli, W. On the conservation of the lepton charge / W. Pauli // Nuovo Cimento. – 1957. – V. 6. – P.204–214.

3. Gürsey, F. Connection of charge independence and barion number conservation with the Pauli transformation / F. Gürsey // Nuovo Cimento. – 1957. – V. 8. – P. 411–415.

4. Андрусевич, П.П. О внутренней симметрии уравнения Дирака / П.П. Андрусевич, В.А. Плетюхов, В.И. Стражев // Веснік Брэсцкага ўн-та. Сер. прыродазнаўчых навук. – 2009. – № 2. – С. 46–51.

5. Плетюхов, В.А. Внутренние симметрии безмассовых дираковских полей / В.А. Плетюхов, В.И. Стражев, П.П. Андрусевич // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2011. – № 2. – С. 13–17.

6. Pletyukhov, V.A. Internal symmetry of the three Dirac fields / V.A. Pletyukhov, V.I. Strazhev, P.P. Andrusevich // NDCS. – 2011. – Vol. 14, № 1. – P. 96–101.

7. Андрусевич, П.П. Преобразования типа Паули–Гюрши в SU(3)-модели / П.П. Андрусевич, В.А. Плетюхов, В.И. Стражев // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 4. – С. 12–15.

8. Богуш, А.А. Введение в полевую теорию электрослабых взаимодействий / А.А. Богуш. – Минск : Наука и техника. – 1987. – 359 с.

V.A. Pletyukhov, V.I. Strazhev. **On Two Types of an Internal Symmetry Transformations in the Quark Model**

It is shown that the group SU(3,3)is the complete group of an internal symmetry of the Lagrangian of the classical massless 12-component Dirac field. It's complete compact subgroup SU(3) $\otimes$ SU(3) is the group of the quantum field symmetry. The color symmetry group SU(3) can be considered as a subgroup of the latter.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 06.03.2012